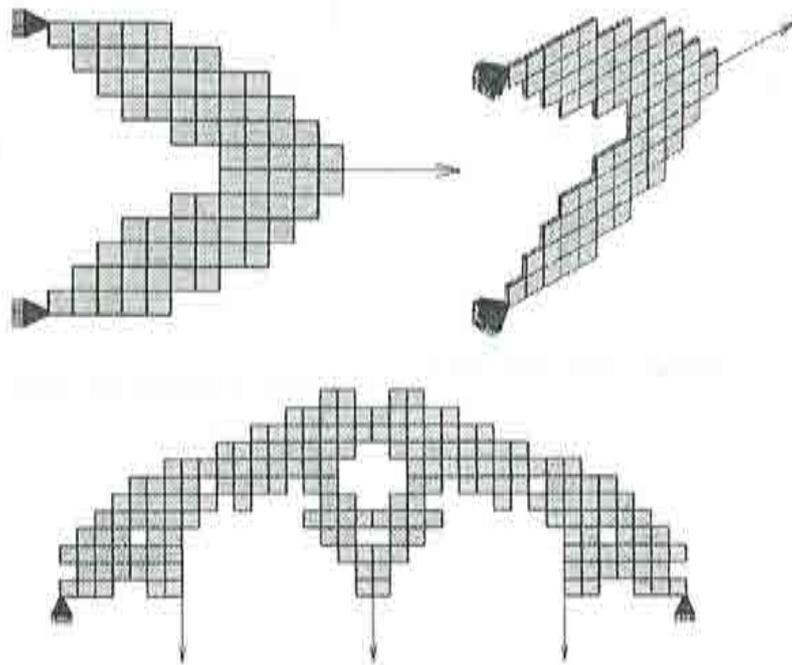


Métodos Evolutivos en la Optimización Topológica

J. Estupiñan
E. Oñate
B. Suárez



Métodos Evolutivos en la Optimización Topológica
Métodos Evolutivos en la Optimización Topológica
Métodos Evolutivos en la Optimización Topológica

J. Estupiñan E. Oñate B. Suárez
J. Estupiñan E. Oñate B. Suárez
J. Estupiñan E. Oñate B. Suárez

47

47

47

Métodos Evolutivos en la Optimización Topológica

**J. Estupiñan
E. Oñate
B. Suárez**

Monografía CIMNE N° 47, Enero 1999

**Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería
Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, España**

A la memoria de Miguel Galante

Me gustaría dar, en primer lugar, mi agradecimiento póstumo a mi primer tutor y director de tesis el Dr. D. Miguel Galante Guille, quien me ayudó a dar mis primeros pasos en el campo de la investigación y me invitó a emprender mi labor investigadora.

A Eugenio Oñate y Benjamin Suarez, agradecerles no sólo su apoyo y animo para continuar con el trabajo empezado, sino también su ayuda en la elaboración y corrección de la monografía que a continuación se describe y explica. Y a la paciencia que han tenido en todo momento conmigo. Y también darles las gracias por dedicarme su tiempo, ese bien del que carecen.

A J.J. Merelo, el haber estado siempre dispuesto a resolver las dudas que me iban surgiendo a lo largo del trabajo en el campo de los Algoritmos Genéticos.

A las personas del CIMNE (Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería) y del Departamento de Resistencia de Materials y Estructures.

A Marc Schoenauer y los compañeros del CMAP CNRS 756 de la École Polytechnique de Palaiseau, por su ayuda durante mi estancia en Francia.

A José Manuel Padrón, por ayudarme en la redacción de la tesis, y a mi familia por su apoyo continuo y sus ánimos en los peores momentos.

Y por último, agradecer la ayuda prestada por la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT) del Ministerio de Educación y Ciencia de España para la realización de esta tesis.

INDICE

INTRODUCCIÓN	17
CAPITULO I: OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL	
I.1.- Optimización de dimensiones	25
I.2.- Optimización geométrica o de dominio.....	26
I.3.- Optimización topológica.....	27
I.3.1.- Optimización de la geometría de medios continuos por el MEF.....	29
I.3.2.- Optimización de medios continuos por el método de los elementos de contorno.....	33
I.3.3.- Optimización de formas de medios continuos mediante cálculos variacionales.....	33
I.3.4.- Método de homogeneización.....	34
I.3.5.- Algoritmo básico de Xie.....	36
I.3.6.- Algoritmo de las burbujas	38
I.4.- Optimización de formas.....	39
I.4.1.- Método Ato.....	40
I.4.2.- Análisis de sensibilidad.....	41
CAPITULO II: CODIFICADORES, OPERADORES Y FUNCIÓN DE MÉRITO.	
II.1.- Codificación del cromosoma.....	50
II.1.1.- Codificaciones desarrolladas	52
II.2.- Operadores genéticos.....	55
II.2.1.- Operador de selección	55
II.2.2.- Operador de cruce	59
II.2.3.- Operador de mutación.....	62
II.2.4.- Operador de inversión.....	64
II.3.- Funciones de mérito.....	64
II.3.1.- Funciones de mérito desarrolladas.....	65
II.4.- Creación de la población inicial.....	66

IV.4.4.- MEF y PBIL (PBIL-MEF).....	120
IV.4.5.- MEF y el método de Segag y Schoenauer (MSS-MEF).....	121
IV.4.6.- MEF y SA (SA-MEF).....	123
IV.5.7.- Programas de Postproceso.....	124
CAPITULO V: EVALUACIÓN DE RESULTADOS	
V.1.- Descripción de los ejemplos considerados.....	129
V.2.- Algoritmos Genéticos. Programa AG-MEF.....	133
V.2.1.- Influencia de la creación de la población inicial.....	133
V.2.2.-Tipo de codificación.....	135
V.2.3.- Operadores genéticos	136
V.2.4.- Conectividad del mallado	138
V.2.5.- Función de mérito.....	140
V.2.6.- Métodos de resolución del sistema de ecuaciones.....	142
V.2.7.- Empleo de cargas deslizantes.....	144
V.2.8.- Simetría	146
V.2.9.- Resultados topológicos obtenidos.....	147
V.3.- Estrategias Evolutivas (ES-MEF).....	153
V.3.1.- Comparación (μ, λ) -ES y $(\mu + \lambda)$ -ES.....	153
V.3.2.- Influencia del operador de mutación	155
V.3.3.- Influencia del número de hijos por padre	157
V.3.4.- Topologías obtenidas.....	159
V.4.- Método de Escalada. Programa ME ² F.....	162
V.5.- El método de Baluja. Programa PBIL-MEF.....	167
V.6.- El método de Segag y Schoenauer. Programa MSS-MEF.....	170
V.7.- Recocido Simulado.....	170
V.8.- Estudio comparativo de los métodos evolutivos.....	174
V.9.- Análisis de un gancho.....	175
CAPITULO VI CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN	
VI.1.- Conclusiones.....	181
VI.2.- Líneas futuras de investigación	185
CAPITULO VII BIBLIOGRAFÍA	
VI.- Bibliografía.....	191

**NOMENCLATURA Y
ABREVIATURAS**

Nomenclatura y abreviaturas.

- 1.- ν *módulo de Poisson*.
- 2.- σ_{lim} *tensión límite que soporta el material.*
- 3.- σ_{max} *tensión máxima.*
- 4.- AG (Genetic Algorithms) *Algoritmos Genéticos.*
- 5.- AG-MEF *Algoritmos Genéticos combinado con el Método de los Elementos Finitos.*
- 6.- Area *Área del dominio.*
- 7.- d_{lim} *desplazamiento límite.*
- 8.- $d_{máx}$ *desplazamiento máximo.*
- 9.- E *módulo de elasticidad.*
- 10.- ES (Evolution Strategies) *Estrategias Evolutivas.*
- 11.- ES-MEF *Estrategia Evolutiva combinada con el Método de los Elementos Finitos.*
- 12.- LR (*Learning rate*) *relación de aprendizaje.*
- 13.- ME *método de Escalada.*
- 14.- MEF *Método de los Elementos Finitos.*
- 15.- ME²F *Método de Escalado combinado con el Método de los Elementos Finitos.*
- 16.- MSS *Métodos de Segag y Schoenauer.*
- 17.- MSS-MEF *Método de Segag y Schoenauer combinado con el Método de los Elementos Finitos.*
- 18.- *neg_LR* *relación de aprendizaje negativo, es el parámetro que controla la evolución dirigida hacia el alejamiento del peor individuo.*
- 19.- *ngen* *número de generaciones.*
- 20.- *npop* *número de individuos de la población.*
- 21.- PBIL (Population-Based Incremental Learning) *método de Baluja.*
- 22.- PBIL-MEF *Método de Baluja combinado con el Método de los Elementos Finitos.*
- 23.- PTV *Principio de los Trabajos Virtuales.*
- 24.- SA (Simulated Annealing) *recocido, temple o cristalización simulada.*
- 25.- SA-MEF *Recocido Simulado combinado con el Método de los Elementos Finitos.*

INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

Las técnicas de cálculo numérico y de optimización son de los campos más estudiados en la historia de la matemática aplicada, pero es sólo con la llegada de ordenadores más potentes cuando dichas técnicas comienzan a aplicarse al cálculo de estructuras y a la optimización de las mismas. Hoy en día dichas técnicas llevan a métodos de diseño más potentes siendo el objetivo último obtener diseños de estructuras con mejor comportamiento ante sollicitaciones externas y con la cantidad de material precisa para que se cumplan ciertos requisitos establecidos previamente, generalmente basados en criterios de coste, sin mermar en la calidad y la estética.

Durante más de tres décadas científicos de diversas ramas de la ciencia y de la técnica, entre los que cabe destacar a Rechenberg y Schwefel [51] en 1964, Holland [34] en 1975, Goldberg [28] en 1985, Baluja [5] en 1994 y Estupión et al [20-22], han investigado y desarrollado aplicaciones de cálculo y optimización basadas en la imitación del proceso de la evolución natural de las especies, encaminado a la búsqueda del mejor individuo para unas condiciones dadas, y han demostrado que puede ser una herramienta muy potente y robusta para establecer métodos de optimización, aún siendo esta imitación una simplificación de la realidad biológica.

Los algoritmos resultantes se denominan "**Algoritmos Evolutivos**", los cuales están basados en el proceso de aprendizaje colectivo dentro de una población de individuos, cada uno de los cuales representa un punto de búsqueda en el espacio de soluciones potenciales del problema dado. Las soluciones dadas por el algoritmo se crean de forma aleatoria, y mediante procesos de selección, mutación y de recombinación se establece la búsqueda dirigida hacia las mejores regiones. Los procesos suelen ser aleatorios, aunque en algunos casos, más bien pocos, son deterministas.

Los algoritmos evolutivos se desarrollan estableciéndose unas condiciones dadas que representan el ambiente en la evolución natural. El ambiente indica la dirección de búsqueda y la calidad de información (mérito) de un punto del espacio de búsqueda. El proceso de selección favorece a los individuos de mejor mérito para la reproducción.

- Número de los peores individuos seleccionados.
- Longitud de la cadena de Markov.
- El parámetro α del método de Recocido Simulado.

Los métodos de optimización desarrollados se basan en considerar que los elementos del mallado pueden tomar dos valores: el cero que indica la ausencia de material y el uno que indica la presencia de material resistente; esto permite generar un conjunto de estructuras resistentes que una vez analizadas se traducen a código genético. La mutación y recombinación de dichas estructuras en código genético producen un nuevo conjunto de estructuras, que se traducen de nuevo a código estructural para ser analizadas nuevamente mediante el Método de los Elementos Finitos.

El proceso se repite hasta que las estructuras resistentes obtenidas sean similares o se realice el ciclo un número determinado de veces. Dichas estructuras alcanzarán la forma que mejor se adecua a las condiciones de carga y restricciones preestablecidas.

En la monografía se desarrolla diferentes métodos evolutivos para la optimización topológica de estructuras resistentes,

- Algoritmo Genético (AG)
- Estrategias Evolutivas (ES)
- Método de Escalada (ME)
- Método de Baluja (PBIL)
- Métodos de Segag y Schoenauer (MSS)
- Recocido Simulado (SA)

A partir de estos métodos se han desarrollado los programas siguientes:

- **AG-MEF** Algoritmos Genéticos combinado con el Método de los Elementos Finitos.
- **ES-MEF** Estrategias Evolutivas combinada con el Método de los Elementos Finitos.

(Population-Based Incremental-Learning PBIL), los métodos de Segag y Schoenauer (MSS) y el Recocido Simulado (SA); el capítulo describe en que consiste cada método.

El **Capítulo IV** describe la optimización topológica a partir de la aplicación de los métodos evolutivos descritos en el capítulo anterior combinados con el método de los elementos finitos; lo que se materializa en los programas desarrollados para la realización de la presente monografía; AG-MEF, ES-MEF, ME²F, PBIL-MEF, MSS-MEF y SA-MEF.

Los resultados obtenidos en la optimización de diferentes formas estructurales se presentan en el **Capítulo V**, en el cual se describe también un estudio comparativo de los diferentes métodos, así como el caso práctico del gancho. Las conclusiones y líneas futuras se presentan en el **Capítulo VI**.

En el **Capítulo VII** se incluyen a las referencias bibliográficas más representativas, que se encuentran ordenadas por orden alfabético, según el apellido del primer autor.

Se ha creído conveniente añadir al final una serie de anexos, así el **Anexo A** incluye las definiciones de los términos más relevantes, el **Anexo B** incluye un listado de las equivalencias entre los términos en castellano empleados en el presente trabajo y los correspondiente en la bibliografía inglesa.

Se incluye también un **Anexo C** en el que se desarrolla la formulación del Método de los Elementos Finitos para el caso de problemas de tensión plana analizados con elementos cuadriláteros de cuatro nodos, los cuales son los empleados en la presente monografía.

Por último el **Anexo D** muestra los diagramas de flujo globales de cada uno de los métodos presentados en el **Capítulo III** con la finalidad de establecer una comparación clara entre ellos.

CAPITULO I
OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL

CAPITULO I

I. OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL.

La optimización estructural se puede definir como el procedimiento utilizado para diseñar estructuras que cumplan una serie de restricciones haciendo máxima o mínima una determinada función objetivo. Así, por ejemplo: minimizar el material empleado en la fabricación de una pieza tal que se verifiquen las condiciones de tensiones y/o deformaciones establecidas a priori, de tal forma que esto repercute en minimizar costes.

A continuación se definen los tipos de optimización estructural más usual y se explican los métodos que se han estudiado y aplicado en el presente libro. Con cierta generalidad, se pueden distinguir cuatro grandes familias de problemas:

- Optimización de dimensiones.
- Optimización geométrica o de dominio.
- Optimización topológica
- Optimización de formas.

Es conveniente analizar cada caso en profundidad, ya que la clasificación de los tipos de optimización no es clara; en muchas ocasiones se producen redundancia entre los diferentes tipos.

I.1 OPTIMIZACIÓN DE DIMENSIONES.

La optimización de dimensiones es aquella en la cual las variables de diseño afectan a dimensiones de componentes cuyas propiedades están bien definidas, sin afectar a la geometría del conjunto. En este tipo de optimización también se incluye la búsqueda de los materiales óptimos para una estructura predefinida.

Aplicando la optimización geométrica a la Figura I.1 se tiene la solución mostrada en la Figura I.2, que sería una de las posibles. En esta solución se puede observar el desplazamiento de algunos puntos del contorno, dando lugar a una solución que es mejor que la inicial, ya que la cantidad de material necesario es menor. Ahora bien, no hay eliminación de material en el interior del dominio.

Un ejemplo de este tipo de optimización es la realizada por Navarrina [43], quién desarrolló un programa para abordar el problema de la optimización de dimensiones y la optimización geométrica en estructuras bidimensionales, ya sea tensión plana o deformación plana, o tridimensionales, en régimen elástico y régimen estático. Esto lo realizó mediante una combinación del Método de los Elementos Finitos (MEF) y el análisis de sensibilidad (Apartado I.4.2).

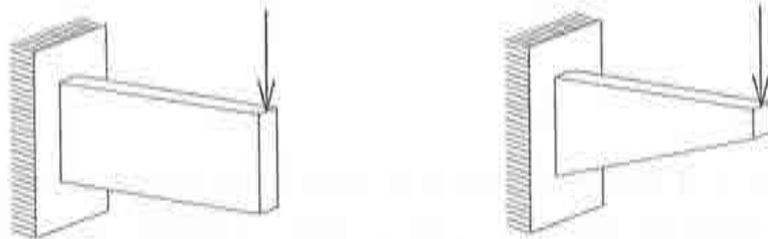


Figura I- 2 Ejemplo de optimización geométrica de una ménsula.

También se han aplicado métodos evolutivos en la optimización geométrica. Un ejemplo de ello se puede ver en el trabajo de Galante [25], en el cual se optimiza una estructura de barras, permitiendo el desplazamiento de los nudos, aplicando Algoritmos Genéticos (AG).

I.3 OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA.

La optimización topológica se ha considerado, tradicionalmente, como la optimización de sólidos, considerado como medios continuos, donde se desconoce la distribución de material. Actualmente se diferencia entre optimización topológica y optimización de formas. La optimización topológica, según Papadrakakis et al [45], es la primera optimización que se realiza sobre el dominio continuo; donde la estructura resultante

Los métodos no deterministas se tratarán en los Capítulos II y III, entre ellos se encuentran los métodos evolutivos, que son el objetivo de la presente monografía.

1.3.1 Optimización de la geometría de medios continuos por el Método de los Elementos Finitos (MEF).

El método requiere la discretización del medio continuo mediante un mallado de elementos finitos al que se le aplica el análisis estructural correspondiente. La función objetivo a optimizar, por lo general, es el volumen; las condiciones que ha de cumplir la solución están relacionadas con la resistencia del material y las limitaciones geométricas.

El mallado inicial se irá modificando hasta obtener la forma óptima, estas variaciones se pueden realizar modificando el espesor, las coordenadas de los nodos (puntos discretos del elemento), el número de nodos y el orden de los elementos del mallado.

Al realizar el análisis mediante el MEF, se obtienen desplazamientos, tensiones y deformaciones en algunos puntos concretos del mallado. La diferencia que existe entre los valores de estas variables de dos elementos próximos depende de las cargas que actúan y de la geometría del mallado.

Para optimizar la topología y reducir los posibles errores en el cálculo de los valores intermedios, interesa que las diferencias entre los valores de estado (tensiones, desplazamientos y deformaciones) entre elementos próximos sea la menor posible.

También interesa que en cada etapa del proceso de optimización, se disponga de la malla que más se adecue al estado de deformación existente. Para lograr este último objetivo se emplean técnicas de modificación de mallas que resultan bastante útiles.

Para lograr una información uniforme sobre el estado tensio-deformacional de la estructura, Kikuchi [36] plantea variantes de las modificaciones del mallado, siendo necesario definir el concepto de error, Kikuchi sugiere el empleo del módulo del error de interpolación de la energía o el error de interpolación de la tensión principal en

- 1.- Incrementando el número de elementos en aquellas zonas en las que las diferencias de las variables de estado son importantes, manteniendo el mallado anterior en el resto de la estructura. Esto implica la aparición de nuevos nodos y la introducción de condiciones para mantener la continuidad de las funciones de interpolación. Lo más práctico de este caso es subdividir las dimensiones de los elementos afectados.

El mayor inconveniente de este método es un elevado coste de cálculo que supone la asignación de nuevas conectividades, así como el recálculo de las matrices de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes.

Para identificar las zonas donde debe de hacerse el remallado, Kikuchi define un parámetro (p) que depende del error total (e_t) y del número de nodos del mallado (n_{nod}), el valor de dicho parámetro (p) se aconseja que sea mayor de cuatro unidades.

$$p = \frac{e_t}{\sqrt{n_{nod}}} \quad (1.3)$$

- 2.- Calculando en cada etapa la medida del error en los elementos y estableciendo un orden de magnitud en la que englobarlo (Shiro et al [54] y Thacker et al [58]). En las regiones en las que se tenga la misma diferencia de magnitud, se define una malla similar utilizando generadores automáticos de malla; de esta forma la malla queda discretizada con diferentes densidades de elementos.

La creación de nuevos elementos locales produce una malla no uniforme, por lo que es necesario una recolocación de nodos y un suavizado del mallado. Con ello el coste de calculo es muy superior a cualquiera de los métodos anteriores.

I.3.2 Optimización de medios continuos por el Método de los Elementos de Contorno

El Método de Elementos de Contorno (MEC) se ha utilizado extensamente en el estudio de problemas elípticos lineales [36]. El mallado de elementos de contorno se extiende, como su nombre indica, sólo a los elementos que definen el contorno del dominio. En el MEC las integrales de dominio se transforman en integrales de superficie por medio de funciones de Green.

Un ejemplo de la aplicación del método de los elementos de contorno a la optimización topológica es la realizada por Mota et al [42], que optimiza las dimensiones de un eje sometido a torsión empleando elementos de contorno constantes, lineales y cuadráticos. La ventaja de utilizar elementos de contorno radica en que se precisa información del contorno del dominio y no del interior del mismo. Esto implica una discretización más ventajosa que la empleada en el MEF.

La principal desventaja de la aplicación del MEC es que la matriz de rigidez global pierde su estructura de banda y no contiene prácticamente coeficientes nulos, como ocurre en la matriz de rigidez del Método de Elementos Finitos.

I.3.3 Optimización de formas de medios continuos mediante cálculos variacionales.

Muchos de los problemas de optimización topológica pueden plantearse como un funcional que debe ser maximizado o minimizado en el dominio a optimizar. Para resolver este tipo de problemas es necesario el empleo del cálculo variacional.

Para un estudio más detallado de cálculo variacional se recomienda consultar el libro de Washizu [60].

La optimización mediante cálculo variacional del ejemplo de la Figura I.1 (ménsula sometida a carga vertical con ancho constante) se podría realizar considerando la función que haga mínimo el siguiente funcional:

Para un material lineal la posición de equilibrio es única y se obtiene de minimizar Π definido por:

$$\Pi(v) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} E_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} d\Omega - L(v) \quad (1.6)$$

siendo E_{ijkl} el módulo de elasticidad que es simétrico ($E_{ijkl} = E_{iklj} = E_{jkl i}$), ε_{ij} y ε_{kl} los tensores de tensiones y a $L(v)$ se le denominará función de conformación del sólido, y su valor viene dado por la siguiente expresión:

$$L(v) = \int_{\Omega} g_i v_i d\Omega + \int_{\Gamma_1} p_i v_i d\Gamma_1 \quad (1.7)$$

La posición de equilibrio viene dada por el valor límite de la energía potencial;

$$\inf\{\Pi(v) | v \in B\} \quad (1.8)$$

siendo B definido de la siguiente manera:

$$B = \left\{ v \mid v \in [H^1(\Omega)]^3, v|_{\Gamma_0} = 0 \right\} \quad (1.9)$$

donde H^1 es un espacio de Sobolev [56].

Para un desplazamiento virtual $u \in B$, Suzuki et al [57] formularon el problema de optimización de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & \min L(u) \\ & \text{sujeto a.} \\ & a(u, v) = L(u) \\ & \int_{\Omega} \gamma dx \leq \bar{V}, \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \\ & a(u, v) = \int_{\Omega} E_{ijkl}(\rho, \theta) \varepsilon_{ij}(v) \varepsilon_{kl}(u) d\Omega \end{aligned} \quad (1.10)$$

El dominio inicial se denomina dominio de referencia y se puede dividir en un dominio de no-diseño y otro de diseño. El dominio de no-diseño es aquel en el que se encuentran aplicadas las cargas y definidas las restricciones, y no debe modificarse a lo largo del proceso de optimización. El dominio de diseño es aquel que si puede modificarse.

El algoritmo consiste en generar una malla de elementos finitos del dominio de referencia y calcular las tensiones en los elementos del dominio mediante el MEF. Por otro lado, se calcula la denominada tensión equivalente (σ_{eq}), que es el producto entre la tensión máxima admisible (σ_{max}) y una relación de rechazo (α_{rech}).

$$\sigma_{eq} = \alpha_{rech} \sigma_{max} \quad (I. 13)$$

Si la tensión que soporta el elemento es menor que la equivalente, ese elemento se elimina. La eliminación o rechazo de un elemento consiste en dividir el módulo de elasticidad (E) de dicho elemento por 10^5 .

Cuando el número de elementos rechazados en una etapa es bajo, se incrementa la relación de rechazo. En el caso en el que las tensiones superen los valores máximos permitidos, se añaden elementos en las zonas donde se producen estas tensiones elevadas.

Los criterios de convergencia pueden ser los siguientes:

1. Todas las tensiones están comprendidas entre ciertos valores límites.
2. El número de elementos activos es menor que cierto porcentaje del número total de elementos.
3. Cuando el número de elementos añadido es superior al de elementos rechazados.

Ejemplo de aplicación de este método se encuentra en el trabajo desarrollado por Papadrakakis et al [45].

burbuja sin modificar sus dimensiones y forma. Una vez encontrado el posicionamiento óptimo se pasa a la siguiente etapa.

- 3º. Esta etapa consiste en la búsqueda de la forma óptima de la burbuja. Cuando se ha encontrado la forma óptima se dicha burbuja se vuelve a la etapa 2 introduciendo una nueva burbuja y se cierra el ciclo.

El proceso finaliza cuando se cumpla el criterio de parada, que puede ser debida a requisitos de construcción.

En la Figura 1.8 se muestra con un ejemplo las diferentes etapas del proceso de optimización: en la Figura 1.8.a se muestra la estructura obtenida de la optimización geométrica (etapa 1), en la (b) se ha introducido la primera burbuja y se busca la posición optima de dicha burbuja (etapa 2) y una vez encontrada se busca la forma optima, que puede ser la mostrada en la gráfica (c) (etapa 3).

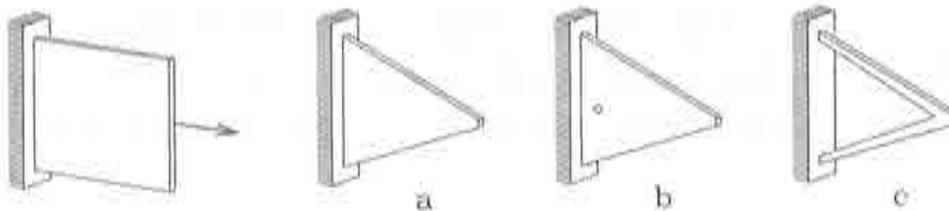


Figura 1- 8 Ejemplo de optimización mediante el método de las burbujas; La primera estructura representa la estructura a optimizar, en (a) se representa la estructura obtenida después de la primera optimización geométrica. En (b) se representa la introducción de la primera burbuja y en (c) se representa la estructura final optimizada.

1.4 OPTIMIZACIÓN DE FORMAS

La optimización de formas va dirigida a la mejora de la geométrica de la estructura, por minimización de una función objetivo sujeta a ciertas condiciones de igualdad y desigualdad, y relacionada con las variables de diseño; dentro de este tipo de optimización puede destacarse;

- El método ATO (Adaptive Topology Optimization) [39].
- El análisis de sensibilidad [27, 45].

Una vez calculadas las isolineas se procede a clasificar a las isosuperficies en: activas y no activas. Para determinar si una isosuperficie es activa o no, hay que definir un valor límite de densidad, si el valor de la densidad es mayor que el valor límite esa isosuperficie es activa, y en caso contrario si no lo es.

El conjunto de zonas activas definen el modelo de análisis. Las zonas no activas son eliminadas del proceso de análisis, no obstante esto no impide que vuelvan a considerarse como zonas activas e incluirse en el proceso de análisis en alguna etapa posterior, en el caso de que fuese necesario.

Cuando ya se tienen definidas las zonas activas se procede a aplicar una sencilla etapa de remallado a las isolineas de las zonas activas, de esta forma se consigue una suave y clara definición del contorno que se genera en la optimización de forma.

1.4.2 Análisis de sensibilidad.

El otro método que puede aplicarse a la optimización de formas es el análisis de sensibilidad [45]. El procedimiento general empleado en la optimización de formas mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) tiene las siguientes fases:

1. Generación de un mallado de elementos finitos .
2. Calculo de las tensiones y los desplazamientos.
3. Análisis de sensibilidad, que se realiza para cada variable de diseño, mediante pequeñas variaciones de dichas variables.
4. Se resuelve el problema de optimización y se define una nueva forma para la estructura.

Este proceso se repite hasta que se satisface el criterio de mínimo y las restricciones correspondientes.

La mayor parte del tiempo se consume en la etapa de análisis de sensibilidad. Consideremos el problema de optimización planteado de la forma expresada en (1.14) en el que se tiene que maximizar o minimizar una función F , que debe satisfacer una ecuación de estado (ψ), como puede ser el equilibrio de fuerzas y también debe de

y la respuesta de desplazamiento será: $u = u(q_0)$ (I. 17)

Perturbando una de las variables de diseño tendríamos: $q_1 = q_0 + \Delta q$ (I. 18)

siendo la ecuación del nuevo estado de equilibrio la siguiente:

$$K(q_1)u = f(q_1) \quad (\text{I. 19})$$

y la respuesta asociada a dicho estado sería: $u = u(q_1)$ (I. 20)

Con lo que se puede aproximar la derivada por el incremento de la siguiente forma

$$\frac{du}{dq} \approx \frac{\Delta u}{\Delta q} = \frac{u(q_1) - u(q_0)}{\Delta q} \quad (\text{I. 21})$$

De la misma forma se procede con la respuesta tensional. Introduciendo las expresiones obtenidas en la ecuación (I.14) se estaría ya en condiciones de calcular la sensibilidad de cualquier magnitud: restricciones, función objetivo...

Uno de los principales inconvenientes de este método es su gran dependencia con el valor del incremento de la perturbación.

• Método de diferenciación directa

La expresión (I.14) tiene términos de derivación implícita de la forma du/dq y el problema estructural exige que se cumpla la ecuación clásica de equilibrio donde aparecen explícitas las variables u . En el método directo se plantea la derivación de la ecuación de equilibrio para obtener las derivadas implícitas.

Si se calcula la derivada sobre la forma discreta que conduce a los elementos finitos, tendremos las siguientes ecuaciones:

- **Método Analítico.**

En este caso el cálculo de las derivadas se realiza a través de las expresiones analíticas de la matriz de rigidez y del vector fuerza discretizado por elementos finitos. El cálculo de la derivada de la matriz de rigidez puede ser más o menos complejo; en el análisis de parámetros las variables de diseño aparecen explícitas, y su expresión es inmediata. Sin embargo en el análisis de formas, el volumen de la integral depende de las variables de diseño y, por consiguiente, esa derivada se convierte en implícita complicando el cálculo.

La derivada de la matriz de rigidez, partiendo de su forma discretizada por elementos finitos puede expresarse como:

$$K = \sum_{elem} \int_V B^T D B dV$$

$$\frac{dK}{dq} = \sum_{elem} \frac{d}{dq} \int_V B^T D B dV \quad (1.26)$$

siendo D y B las matrices constitutivas y de deformación respectivamente. La integral de la ecuación (1.26) depende de las variables de diseño; ya que dicha integral se realiza para cada elemento y en el dominio de dicho elemento y por lo tanto el cálculo de la derivada no es trivial, salvo el caso de los elementos triangulares de tres nodos donde las matrices B son explícitas.

Las fuerzas de volumen (b) y de las cargas (t) repartidas producirán unos términos de carga que sería los siguientes:

$$f_b^* = \frac{d}{dq} \int_V N b dV$$

$$f_t^* = \frac{d}{dq} \int_S N t dS \quad (1.27)$$

La metodología aplicada es la misma que en el caso anterior.

CAPITULO II
CODIFICADORES,
OPERADORES Y FUNCIÓN DE
MÉRITO

CAPITULO II

II. CODIFICADORES, OPERADORES GENÉTICOS Y FUNCIONES DE MÉRITO.

Los codificadores, operadores genéticos y las funciones de mérito son elementos comunes a todos los Métodos Evolutivos. Para la correcta comprensión, interpretación y aplicación de dichos métodos, es interesante abordar primero estos aspectos comunes antes de pasar a explicar los Métodos Evolutivos.

Los Métodos Evolutivos imitan la evolución de los seres vivos en la naturaleza, por lo que se hace necesario definir:

- Un código; que permita representar a un elemento estructural o posible solución como el cromosoma de un ser vivo o individuo. Esta etapa se denomina **codificación del cromosoma**.
- Unos **operadores genéticos**; que permitan obtener un conjunto de individuos a partir de otro conjunto de individuos y del nivel de adaptación a las condiciones ambientales de estos últimos.

La determinación del nivel de adaptación de un individuo (elemento estructural) a las condiciones ambientales (estado de carga y restricciones) se realiza mediante la denominada **función de mérito**; que en los problemas de optimización tradicional corresponde a la función objetivo.

Otro aspecto importante es la generación o **creación de la población inicial**, ya que de como se genere esta primera población va a depender, en gran medida, todo el proceso de evolución.

2º. El número de cifras decimales (m); que indicará la precisión que se desea para la variable x .

El producto de m/l indica el número de posibles valores que puede adoptar la variable x , y estos números se pueden representar mediante n dígitos, siendo n el valor que se obtiene de la siguiente expresión;

$$2^{n-1} < l \cdot m < 2^n \quad (\text{II. 1})$$

La longitud del cromosoma queda definida calculando para cada variable el número de dígitos necesario y sólo quedaría determinar la correspondencia entre ambos códigos.

El paso de código binario a código real se realiza en dos etapas;

1º.- *Pasar el número de base 2 a base 10*; en esta etapa se calcula la posición (x^*) que le corresponde al número binario (b) dentro del intervalo de los m/l posibles valores de la variable x . Esta correspondencia se obtiene de;

$$b = \left((b_n, b_{n-1}, \dots, b_1) \right)_2 = \left(\sum_{i=1}^n b_i 2^i \right)_{10} = x^* \quad (\text{II. 2})$$

2º.- *Encontrar el número real correspondiente*, consiste en calcular que valor real le corresponde a la posición x^* del intervalo de posibles valores de la variable x , la equivalencia se obtiene de;

$$x = x_{min} + x^* \frac{l}{2^n - 1} \quad (\text{II. 3})$$

siendo x_{min} el valor mínimo de la variable x .

dominios formados por elementos compuestos de material resistente rodeado de material no resistente (huecos), que al ser evaluados por el Método de los Elementos Finitos, producen una singularidad en el sistema de ecuaciones del MEF. Para solventar este inconveniente se han considerado las siguientes alternativas:

- a.- Comprobar la conectividad del mallado antes de resolver el sistema de ecuaciones, y en el caso en el que la malla no esté conectada se asigna un valor muy pequeño al mérito. Se considera como mallado conectado aquel que no produce un resultado correcto en el sistema de ecuaciones.
- b.- Rechazar sistemáticamente todos los mallados no conectados.
- c.- Definir un material blando que simule la ausencia del material.

La opción (a) se ha descartado debido a que se estaría falseando el valor del mérito, asignando el mismo valor de mérito a mallados muy distintos.

La opción (b) se ha rechazado debido a que se está transformado un método aleatorio en determinístico, además de estar rechazando un elevado número de posibilidades que por si solas no son buenas soluciones, pero combinadas podrían dar una buena solución.

En la opción (b), también hay que tener en cuenta el elevado coste de cálculo que supone el encontrar una población de mallados válidos, y esto ocurriría no sólo en la población inicial sino también en las poblaciones sucesivas, ya que el empleo de los operadores genéticos podrían producir estructuras no válidas que se tendrían que rechazar.

La opción por la que se ha optado es, por tanto, la (c). Los resultados del estudio del error que se comete al considerar un material ficticio de poca resistencia se exponen en la Tabla II. 1.

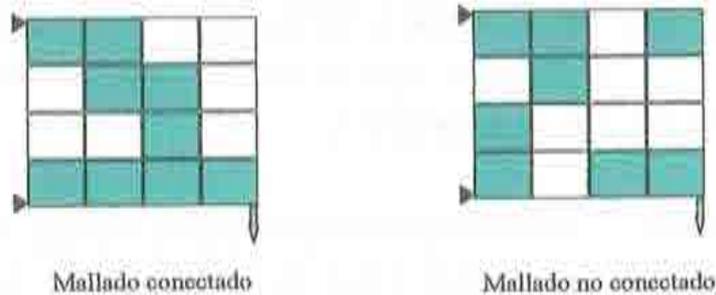


Figura II. 2.- Mallados conectados y no conectados.

Si el mallado está conectado, el análisis estructural por el Método de los Elementos Finitos se realiza considerando sólo los elementos que poseen material resistente, y en el caso contrario, el análisis se realiza para todo el dominio, considerando material resistente y material ficticio. De esta forma se han obtenido buenos resultados en cuanto al tiempo de cálculo, que se ve reducido de forma considerable.

La posibilidad de considerar el material resistente y sólo el material ficticio necesario para evitar que se produzca la singularidad del programa de análisis estructural, también se ha estudiado. Pero en este caso, las posibles mejoras en tiempo que se obtendría al calcular menos elementos en la etapa de análisis, se ve mermada por la búsqueda de los elementos ficticios necesarios, y el balance final es negativo.

II.2 OPERADORES GENÉTICOS.

Los operadores genéticos permiten pasar de una generación a la siguiente; a partir de una población y en función de los méritos de sus individuos se obtiene una nueva población. Los operadores genéticos desarrollados son los denominados: *selección*, *cruce*, *mutación* e *inversión*.

II.2.1 Operador de selección.

La *selección* es el operador genético que selecciona la parte de la población con posibilidades de transmitir su información genética a la siguiente población. Dicha selección se realiza en función del mérito de cada individuo.

Una vez realizado el escalado se imita el proceso de selección propiamente dicho. Los métodos de selección existentes hasta el momento son:

- *Selección por torneo*; consiste en seleccionar de forma aleatoria un conjunto t de individuos de la población, seleccionando el mejor del conjunto. Este proceso se repite tantas veces como individuos tiene la población.
- *Selección determinista*; consiste en seleccionar los t mejores individuos y asignarles a todos la misma probabilidad de selección, este es el método empleado en el método de las Estrategias Evolutivas.
- *Selección por rango*; consiste en asignar el rango $npop$ al mejor individuo, el rango 1 al peor individuo y aplicar una ley de probabilidad que depende, en general, del rango y del número de individuos de la población.

Las diferentes versiones existente de este tipo de selección dependen, como se ha mencionado anteriormente, del tipo de ley de probabilidad que se aplique. En el caso de la *selección por rango lineal* la ley de probabilidad es;

$$p_i = \frac{1}{npop} \left(\eta^- + (\eta^+ - \eta^-) \frac{i-1}{npop-1} \right) \quad i \in \{1, \dots, npop\} \quad (II. 6)$$

siendo $\eta^-/npop$ la probabilidad de selección del peor individuo y $\eta^+/npop$ la probabilidad de selección del mejor individuo. Al ser el tamaño de la población constante se debe cumplir:

$$\begin{aligned} \eta^+ &= 2 - \eta^- \\ \eta^- &\geq 0 \end{aligned} \quad (II. 7)$$

Todos los individuos poseen un rango diferente y por lo tanto también poseen una probabilidad de selección diferente.

Para cada individuo se elige un número aleatorio, si este es menor que la parte fraccionaria se selecciona el individuo y a dicha parte fraccionaria se le resta la unidad, para evitar que vuelva a ser seleccionado. Si el número aleatorio es mayor que la parte fraccionaria, el individuo no se selecciona. Este proceso se repite hasta que se hayan seleccionado tantos individuos como miembros posea la población.

Para una información más detallada sobre los operadores de selección se recomienda la lectura de Blicke et al [8], en la cual se presenta un estudio comparativo de los diferentes operadores de selección.

II.2.2 Operador de cruce.

El operador de cruce se introduce para proporcionar un mecanismo de intercambio estructurado de información útil entre individuos. Dicho operador consiste en obtener un conjunto de cromosomas a partir de otro conjunto de cromosomas mediante recombinación de los últimos.

Este operador no se aplica a todos los cromosomas seleccionados mediante el operador de selección descrito en el apartado anterior, sino a una selección de pares de cromosomas escogidos de entre los seleccionados por dicho operador.

El operador de cruce se aplica al par de cromosoma seleccionado por medio de una probabilidad de cruce. En el caso en el que no se aplique el operador cruce, una réplica de los padre sustituye a los hijos.

Los tipos de operadores de cruce existentes más destacados son; un punto de cruce, dos puntos de cruce, cruce multipunto, cruce uniforme y cruce segmentado.

- El operador de cruce más sencillo es el de un punto de cruce y consiste en elegir al azar una posición del cromosoma y generar dos nuevos cromosomas empleando la primera parte de uno y la segunda del otro.

Un ejemplo de este tipo de operador se representa en la Figura II. 4, en la cual se muestra el vector máscara y como se obtiene *Hijo1* a partir de *Padre1* y *Padre2*.

A cualquiera de los operadores de cruce anteriores se les puede aplicar alguno de los siguientes mecanismos:

1.- *Cruce anular*. Consiste en considerar que el último y el primer gen del cromosoma son adyacentes, a efectos de cruce, el cromosoma se considera en forma de anillo.

2.- *Cruce con barajado*. Consiste en desordenar, de forma aleatoria, las posiciones de los genes de los padres y después de aplicar el operador cruce, volver a ordenar los genes en los cromosomas de los hijos.

3.- *Cruce con adaptación*. Consiste en aplicar Métodos Evolutivos a la asignación de puntos de cruce, haciendo que los puntos de cruce experimenten un proceso de evolución. Si cierto punto de cruce ocasiona descendientes de baja calidad, ese punto de cruce desaparece.

Los operadores de cruce vistos hasta ahora están destinados a cromosomas vectoriales. Para el caso de cromosomas matriciales se pueden adaptar los operadores anteriormente descritos, o bien definir nuevos operadores como es caso del operador de cruce diagonal.

La adaptación del operador de cruce de un punto del cromosoma vectorial al cromosoma matricial, consiste en elegir de forma aleatoria una fila y una columna de la matriz cromosoma, dividiendo así en cuatro partes a los cromosomas *padres*. Estas cuatro partes se distribuyen de forma aleatoria entre los cromosomas *hijos*.

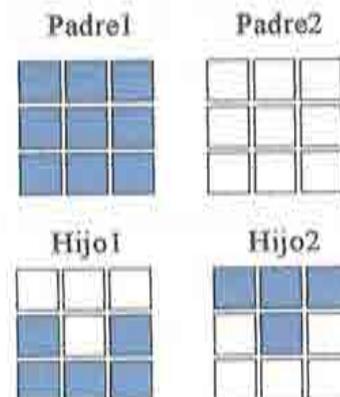


Figura II. 5 Ejemplo de la aplicación del operador de dos puntos de cruce para el cromosoma matricial.

En el operador de mutación parabólica, también empleado por Kane [35] la probabilidad de mutación es un vector, cuyas componentes representan la probabilidad de mutación de cada gen. Dicha probabilidad es una función de los valores de los genes, por lo que se debe de actualizar en cada generación.

Para actualizar el vector probabilidad se calcula primero el vector que denominaremos *diversidad* (D), cuya expresión es la dada en la ecuación (II.11). Una diversidad nula significa que el valor de ese gen en todos los individuos de la población es cero, por lo que la tendencia será a producir uno en la posición de ese gen, cuando la diversidad de un gen es la unidad estaríamos en el caso opuesto.

$$D(i) = \frac{1}{n_{pop}} \sum_{j=1}^{n_{pop}} bit'_j \quad (II. 11)$$

Para este operador de mutación hay que definir dos parámetros que son la probabilidad de mutación máxima (P_{max}) y la probabilidad de mutación mínima (P_{min}). El vector de probabilidad viene dado por la siguiente ecuación;

$$P_{mut}(i) = 4.0 * (P_{max} - P_{min}) * (D(i)^2 - D(i)) + P_{max} \quad (II. 12)$$

La variación de la probabilidad de mutación con la diversidad de la población se muestra en la Figura II. 7, donde se puede observar que la probabilidad de mutación es máxima cuando la diversidad vale cero o uno y es mínima cuando la diversidad es 0.5.

La principal ventaja del operador de mutación parabólica es la de favorecer la diversidad de la población, y su principal inconveniente con respecto a la mutación constante es la necesidad de definir dos parámetros en vez de uno.

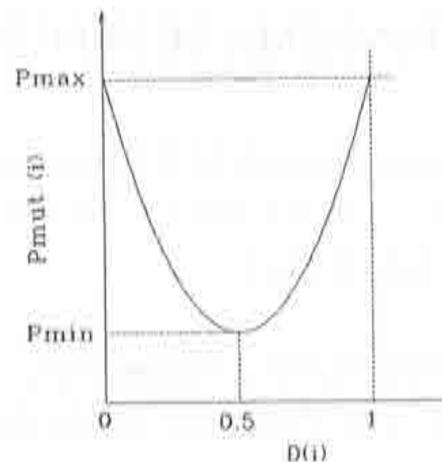


Figura II. 7 Variación de la probabilidad de mutación de un gen en función de la diversidad de dicho gen.

[31]) y una función con valores negativos en función con valores positivos (Goldberg [28]).

II.3.1 Funciones de mérito desarrolladas.

Las funciones de mérito desarrolladas son funciones que dependen del peso, los desplazamientos y las tensiones en las estructuras, valores estos últimos que se obtienen mediante un análisis estructural por el MEF [44]. El análisis estructural se ha realizado considerando el problema de tensión plana [61]. Las funciones de mérito evaluadas son las siguientes:

1.- Minimización del peso y la energía interna de deformación U . La función de mérito es la siguiente:

$$Merito1 = \frac{I}{Peso \cdot U} \quad (II. 13)$$

2.- Minimización del peso penalizando si se sobrepasan los valores límites de tensiones y desplazamientos establecidos. La función de mérito es la siguiente:

$$Merito2 = \frac{I}{\omega_o \text{Peso} + \omega_1 \lambda_1 \sum_j (\delta_{max} - \delta_{lim})^2 + \omega_2 \lambda_2 \sum_j (\sigma_{max} - \sigma_{lim})^2}$$

(II. 14)

en la que ω_i es un coeficiente de ponderación que establece prioridades sobre las diferentes variables a penalizar (peso ($Peso$), desplazamientos (δ) y tensiones (σ)), λ_i es un coeficiente definido con el objetivo de que los sumandos sean del mismo orden de magnitud.

El parámetro λ_i se elige de tal forma que se establezca una correspondencia entre el incremento de la variable a penalizar sobre los valores límites admisibles

La primera opción desarrollada sólo permite la creación de cromosomas con mallados conectados, impidiendo la formación de cromosomas malos pero que combinados podrían dar buenas soluciones. Esta es la opción de mayor costo de cálculo además de ser menos aleatoria.

Las opciones dos y tres se diferencian en el hecho de considerar los elementos con carga fijos o no, y en el orden de asignación de ceros y unos a cada elemento. El orden de asignación sólo ayuda a hacer más aleatorio la generación de la población inicial.

CAPITULO III

MÉTODOS EVOLUTIVOS

CAPITULO III

III. MÉTODOS EVOLUTIVOS.

Los Métodos Evolutivos imitan la evolución de los seres vivos en la naturaleza. De la misma forma que en la naturaleza las especies evolucionan hacia poblaciones bien adaptadas a las condiciones ambientales, se imita éste proceso para obtener estructuras con el diseño más adecuado para los requerimientos preestablecidos. Bajo el nombre de Métodos Evolutivos se engloba un amplio conjunto de técnicas de resolución de problemas complejos.

Un algoritmo evolutivo será tanto mejor cuanto mejores resultados proporcione en la resolución del problema planteado independientemente de la fidelidad a la biología; no se trata tanto de reproducir ciertos fenómenos que ocurren en la naturaleza, como de aprovechar las ideas genéticas que hay tras ellos.

La mayoría de los algoritmos que se derivan de este enfoque evolutivo son exageradamente simplistas desde un punto de vista biológico, pero lo suficientemente complejos como para proporcionar métodos robustos y buenos resultados.

En la naturaleza la evolución se produce en todos sus aspectos, en la optimización estructural sólo se contempla una serie de aspectos; por ello el análisis se establece sobre una cantidad limitada de parámetros.

La principal aportación de los algoritmos evolutivos a la metodología de resolución de problemas de optimización consiste en el uso de mecanismos de selección de posibles soluciones y de construcción de nuevos candidatos por recombinación de características de otros ya presentes, similarmente a como ocurre en la evolución de los organismos naturales.

La aplicación de los conceptos de la genética al campo de las matemáticas, como método para el cálculo y/o la optimización de procedimientos o procesos complejos, se debe a Holland [34] quien en 1975 sentó las bases de los **Algoritmos Genéticos (AG)** (Apartado III.1). Estas técnicas fueron desarrolladas por Goldberg [28] al final de la década de los 80.

En los últimos años se ha visto la eclosión del empleo de los AG en diversas ciencias. Así por ejemplo se han desarrollado métodos AG en el campo de la economía para la evaluación del crédito y detección del fraude [29]. En el campo de las ciencias empresariales se han realizado programas de AG para la organización de recursos humanos [40]. En la ingeniería Michielssen et al [41] aplican los AG en el diseño de sistemas electromagnéticos (tarjetas de identidad, radar para control de tráfico aéreo, navegación).

Las **Estrategias Evolutivas** (Apartado III.2) fueron desarrolladas en 1964 por Rechenberg y Schwefel [51], en esta primera versión se contemplaba la evolución de un sólo individuo; en 1981 fue cuando esta técnica se comenzó a aplicarse a un grupo de individuos, pero aún así, esta técnica continua siendo menos popular que los Algoritmos Genéticos.

Los últimos avances en los Métodos Evolutivos van encaminados a la evolución dirigida, empleando la información que se obtiene de las poblaciones. Dentro de estos avances cabe destacar;

- El método propuesto por Baluja [5], denominado Population-Based Incremental Learning (PBIL).
- El método de Segag y Schoenauer [52].

El método de Baluja surge como la combinación de los Algoritmos Genéticos y el denominado método de Escalada, por lo que en este capítulo se ha considerado conveniente incluir la descripción del **método de Escalada** (Apartado III.3). Este último método consiste en la generación de forma aleatoria de una posible solución

La población inicial se analiza estructuralmente utilizando el MEF [44] y en función de dicho análisis se le asigna a cada individuo una cantidad, generalmente un escalar, denominado mérito, que indica el grado de adaptación del individuo a las condiciones establecidas.

Crea Población Inicial
Evalua Población Inicial
Asigna Función Mérito a la Población Inicial
hacer hasta (*criterio de convergencia*)
 Genera Nueva Población
 Evalua Nueva Población
 Asigna Función Mérito Nueva Población
Fin hacer hasta

Diagrama III. 1.- Diagrama general de un Algoritmo Genético.

En función del mérito y empleando los operadores genéticos, se obtiene a partir de los individuos de la población inicial, una nueva población, que se volverá a analizar asignando un nuevo mérito a cada individuo y así, hasta que se obtenga una estructura cuyo mérito satisfaga las condiciones de óptimo prefijadas. (ver Diagrama III.1).

III.1.1 Teorema de los Esquemas.

Una explicación de por qué funcionan los AG la dio Holland con el Teorema de los Esquemas. En dicho teorema se explica la existencia de dos procesos paralelos: uno explícito, que es el de los cromosomas formado por dos alelos (1,0), y otro implícito formado por los esquemas compuestos por el siguiente conjunto de alelos (1,0,*), donde el símbolo "*" es un comodín que representa la indiferencia, es decir, que en esa posición da lo mismo que exista un "1" o un "0". De esta forma aunque se trabaje con una muestra de 2^m cromosomas, se está manejando una muestra de 3^m esquemas, siendo m la longitud del cromosoma.

<i>Cromosomas</i>	<i>Esquema</i>
(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0)	(0, 0, 1, *, 1, 1, *, 1, 0)
(0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0)	
(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0)	
(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)	

Figura III.1.- Correspondencia entre cromosomas y esquema.

$$P_d = \frac{\delta(S)}{m-1} \quad (III.2)$$

$$P_s = 1 - P_c \cdot P_d = 1 - P_c \cdot \frac{\delta(S)}{m-1}$$

Añadiendo la influencia del operador cruce (III.2) en la ecuación de supervivencia de un esquema (III.1) tendremos;

$$n(S,t+1) \geq n(S,t) \cdot \left(\frac{mer(S,t)}{M(t)} \right) \cdot \left(1 - P_c \cdot \frac{\delta(S)}{m-1} \right) \quad (III.3)$$

El signo mayor o igual que de la expresión (III.3) es debido a que se contempla la posibilidad de que se crucen dos cromosomas con el mismo esquema. De dicha ecuación se deduce que los esquemas cortos tienen más probabilidad de supervivencia frente a los esquemas largos.

Considerando que la probabilidad de que un bit sobreviva a la mutación es la unidad menos la probabilidad de mutación, la probabilidad de que un esquema sobreviva a la mutación es la expresada en la siguiente ecuación;

$$P_s = (1 - P_m)^{o(S)} \quad (III.4)$$

al ser la probabilidad de mutación un valor muy pequeño la fórmula se podría escribir como;

$$P_m \lll 1.0 \rightarrow P_s = 1 - P_m \cdot o(S) \quad (III.5)$$

La probabilidad de supervivencia de un esquema S, considerando la influencia de los operadores de cruce y mutación viene expresado en la siguiente ecuación;

$$\xi(S,t+1) \geq \xi(S,t) \cdot \left(\frac{eval(S,t)}{F(t)} \right) \cdot \left(1 - P_c \cdot P_d - P_m \cdot o(S) \right) \quad (III.6)$$

3.- *Criterio de parada*; el proceso se puede acabar cuando se haya realizado un número determinado de iteraciones (generaciones) o cuando la población se encuentre saturada. Entendiendo por población saturada aquella cuyo mérito medio es similar al mérito máximo.

III.2 ESTRATEGIAS EVOLUTIVAS.

Las Estrategias Evolutivas fueron desarrolladas en la Technical University de Berlín por Rechenberg y Schwefel (1964) como una técnica experimental de optimización.

Los primeros problemas resueltos con Estrategias Evolutivas eran problemas hidráulicos; estas primeras Estrategias Evolutivas trabajaban con dos individuos; un padre y un descendiente. A estos métodos se les denominaba (1+1)-ES, representando: el primer uno la existencia de un padre, el segundo la de un hijo y el signo positivo la participación de los dos individuos en el proceso de selección.

El proceso de selección que se realizaba era determinista; el descendiente, obtenido por mutación del padre, sustituye al padre si sólo si es mejor que este. La mutación se realiza a través de una distribución normal de probabilidades.

En 1973, Rechenberg desarrolló la teoría de la velocidad de convergencia de un (1+1)-ES, un simple mecanismo de mutación-selección actuaba sobre el individuo para crear un descendiente, él proponía una regla teórica para cambiar la desviación estándar de la mutación, *la hipótesis de 1/5 de éxitos*, que dice que la velocidad óptima de convergencia se alcanza cuando la relación entre el número de mutación con éxito y el total de mutaciones es de 1/5.

Rechenberg, también, propuso la primera estrategia evolutiva multimiembro, una ($\mu+1$)-ES donde μ (>1) individuos se recombinaban para formar un descendiente que sustituirá al peor individuo de la población igual que en el método simple. De esta estrategia, aunque no muy usada, surge la idea básica para la transición a las Estrategias Evolutivas múltiples: ($\mu+\lambda$)-ES y (μ,λ)-ES, introducidas por Schwefel [51].

siendo φ_k^f el coeficiente de éxito del operador durante las k últimas generaciones y c_d y c_i coeficientes con los que se regula la tasa de aceptación. En general, k vale 5, c_d es igual a 0.82 y a c_i se le asigna la inversa de c_d . De esta forma la búsqueda avanzará con pasos largos cuando tenga éxito y con pasos cortos en el caso contrario.

El operador de mutación propiamente dicho sólo se aplica al cromosoma, pues el vector de desviaciones típicas se adapta en función del éxito que haya tenido la mutación.

Las estrategias de evolución simple (1+1)-ES, como el resto de métodos de búsquedas simples, tienden a converger hacia subóptimos, para lo cual es conveniente realizar una búsqueda múltiple y una selección de los mejores descendientes.

III.2.2 Estrategias Evolutivas múltiples, $(\mu+\lambda)$ -ES y (μ,λ) -ES.

Las Estrategias Evolutivas múltiples son aquellas en las que intervienen más de dos individuos. La nomenclatura $(\mu+\lambda)$ -ES indica que μ padres producen λ descendientes, los cuales deben de ser reducidos a μ individuos para la siguiente generación. La versión $(\mu+\lambda)$ -ES es cuando la selección de los μ nuevos padres se realiza considerando el conjunto de padres y el de descendientes.

Los mejores individuos, en $(\mu+\lambda)$ -ES, sobreviven hasta que algún descendiente lo mejore, y es posible que esto no ocurra y un grupo de los mejores individuos sobrevivieran siempre; esto puede producir un problema del estancamiento de la población y no poder acceder a área de posibles mejoras. Cuando μ/λ , en $(\mu+\lambda)$ -ES, es mayor o igual que la probabilidad de producir una mutación con éxito, existe una selección determinista para estos descendientes que consiste en reducir su varianza σ .

Con el fin de evitar estos inconvenientes surgió la versión (μ,λ) -ES en la cual la selección de los mejores se realiza considerando sólo al conjunto de descendientes, con lo cual se reduce el tiempo de vida de cada individuo a una generación.

III.3 MÉTODO DE ESCALADA.

El Método de Escalada es un método de optimización iterativo, que consiste en generar de forma aleatoria una solución inicial, sobre la cual se realizará un cambio aleatorio (mutación); si dicho cambio mejora la solución se cambia esta última solución por la inicial, en el caso contrario se prueba con otro cambio, deshaciendo el primer cambio. Si después de un número determinado de cambios la solución no mejora entonces se prueba con otra solución inicial.

Este método es un método basado en la explotación olvidando la exploración. Por tanto, las posibilidades de llegar a un subóptimo son elevadas y la solución final obtenida depende de la solución de partida.

Un diagrama sencillo del método es el siguiente;

```

V→genera aleatoriamente solución
mejor=evalua(V)
hacer y=1 hasta número de iteraciones
  N=mutacion_aleatoria(V)
  si (evalua(N)>mejor) entonces
    mejor=evalua(N)
    V=N
  fin si
finhacer

```

Diagrama III. 3.- Método de Escalada.

Para la aplicación del método hay que concretar;

- El tipo de codificación a emplear.
- Como se genera la solución inicial
- Como se decide si una solución es mejor que la anterior, función de mérito.
- El número de iteraciones del proceso.

Aspectos todos estos que ya se han comentado en el Capítulo II.

prematura. Este problema se puede controlar debido a la existencia de parámetros de aprendizaje. Como la población representada por el vector probabilidad no es única esto ayuda a la diversidad de la población.

En el método de Baluja hay dos formas de definir el operador de mutación. La primera mutación se desarrolla en el vector probabilidad y en la segunda se realiza en el vector probabilidad de mutación. Esta última puede ser definida como una pequeña probabilidad de perturbación en cada una de las posiciones de el vector probabilidad de mutación. Ambas mutaciones ayudan a conservar la diversidad, evitando que el vector probabilidad converja rápidamente.

Existen cuatro parámetros en el método de Baluja que hay que definir para cada problema y son: tamaño de la población, relación de aprendizaje (LR), probabilidad de mutación y relación de cambio (efecto de la mutación sobre el vector probabilidad).

Con respecto al tamaño de la población, pasa lo mismo que con el resto de los métodos, hay que saber elegirlo, ya que un valor pequeño produce convergencia prematura, y una población grande hace que se desperdicie recursos computacionales y tiempo de calculo.

Antes de hablar de la relación de aprendizaje (LR) tendremos que definir lo que se entiende por exploración y explotación. Se define la exploración como la habilidad que tiene el algoritmo para la búsqueda en un espacio dirigido y la explotación es la habilidad que tiene el algoritmo de emplear la información obtenida en la exploración para aplicarlas en futuras búsquedas.

Si la relación de aprendizaje es cero, existe exploración pero no explotación. A medida que aumenta la relación de aprendizaje disminuye la exploración y la habilidad de buscar grandes porciones del espacio. Si la relación de aprendizaje es alta, se genera un algoritmo de búsqueda rápida en caso contrario la explotación será más elevada. La convergencia prematura es más frecuente en el primer caso, cuando la relación de aprendizaje es baja. Hecho que podría aprovecharse, si la función a optimizar no tuviera mínimo locales.

- Se puede dirigir el vector probabilidad en la dirección de consenso de los mejores vectores, para las posiciones en las que no exista consenso no se cambia el vector probabilidad.
- Se puede dirigir el vector probabilidad lejos del peor dotado y cerca de los mejores dotados.

INICIALIZAR VECTOR $Pr ob_i$ A 0.5

Para $j=1$ hasta n_{gen} hacer

Para $k=1$ hasta n_{pop} hacer

GENERA Y EVALUA SOLUCION(k)

finpara

BUSCA LAS N _MEJORES Y LA PEOR SOLUCIÓN

** actualizar vector probabilidad con los mejores dotados **

Para $k=1$ hasta $n_{mejores}$ hacer

Para $n=1$ hasta n_{bit} hacer

$$Pr ob_n = Pr ob_n \cdot (1.0 - LR) + mejor_n(k)LR$$

finpara

finpara

** actualizar vector probabilidad con el peor dotado **

Para $y=1$ hasta n_{bit} hacer

Si $peor(i)$ \neq $mejor(i)$ entonces

$$Pr ob_i = Pr ob_i \cdot (1.0 - neg_LR) + mejor_j(i)neg_LR$$

fin*si*

finpara

** mutación del vector de probabilidad **

Para $y=1$ hasta n_{bit} hacer

Si $rnd < prob_mut$ entonces

Si $rnd > 0.5$ entonces $direccion = 1$

sino $direccion = 0$

fin*si*

$$Pr ob_i = Pr ob_i \cdot (1.0 - mut_shift) + direccion \cdot mut_shift$$

fin*si*

finpara

finpara

Diagrama III. 4.- Método de Baluja.

Estos dos operadores de mutación son la mutación por diferenciación y la mutación por imitación. Según el tipo de operador que se emplee en el proceso de evolución surge la evolución por diferenciación y la evolución por imitación. Al proceso de evolución que emplea los dos tipos operadores de mutación se le denomina evolución alternativa.

La evolución por diferenciación dirige la población lejos de los peores individuos y la mutación por imitación considera que los peores individuos aún poseen información relevante y dirige a los individuos cerca de ellos. La mutación por imitación produce hijos con partes de características de varios padres, pero a diferencia del operador de cruce, este operador de mutación permite controlar la distancia entre los padres y los hijos, fijando el número de bit para mutar lo que permite un intercambio refinado de información entre individuos.

El empleo exclusivo de estos operadores de mutación, evitando el uso del operador de cruce o la recombinación entre individuos, permite el intercambio de información y la influencia directa de cada uno de ellos.

La evolución puede ser considerada como una sucesión de acontecimientos, clasificados como buenos o malos, dependiendo de que se produzcan hijos mejores o peores que los padres respectivamente. Estos acontecimientos reúnen información de la población tanto por evolución como por experimentación; información que se procesa mediante algoritmos de aprendizaje inductivos.

La inducción puede construir una ley de sucesos malos, que puede ser empleada de diferentes formas para guiar a las futuras poblaciones; controlando la interrupción de los operadores de evolución o previniendo la pérdida de diversidad genética. La evolución e inducción permiten una continua creación, empleo y actualización de los conocimientos sobre la evolución.

La inducción necesita de ejemplos positivos y negativos. La diferencia entre los buenos y los malos ejemplos es debida a la diferencia del valor de los genes. De hecho, uno podría deducir que la mutación simple podría conservar estas diferencias y modificar los bits que toman valores iguales para los buenos individuos y para los malos.

III.6 RECOCIDO SIMULADO.

El Recocido Simulado, propuesto por Kirkpatrick et al [37], es un método estocástico para la resolución de problemas de optimización, basado en una analogía con el proceso metalúrgico del recocido de los metales.

El proceso de recocido consiste en enfriar un metal disminuyendo lentamente su temperatura, consiguiendo que el material alcance el estado de equilibrio en cada temperatura, el metal así obtenido posee una estructura molecular de mínima energía. En el caso, de que el proceso de enfriamiento se realice sin que el metal alcance el estado de equilibrio en cada etapa, la estructura molecular del metal obtenido no correspondería a la de menor energía.

A altas temperaturas las moléculas se mueven libremente unas con respecto a las otras, al enfriarse el líquido lentamente, la movilidad térmica se ve limitada, hasta llegar a formar un cristal de estructura regular y de mínima energía.

El comportamiento de los cuerpos sólidos depende de la temperatura y su equilibrio térmico está caracterizado por una distribución de Boltzmann, en la que la probabilidad de que un sólido encuentre su estado de equilibrio, con una energía E_i a la temperatura T , viene dada por ecuación;

$$P(i) = \frac{1}{Z(T)} e^{-\frac{E_i}{K_B T}} \quad (\text{III.13})$$

donde Z es una función de partición que viene definida de la siguiente forma;

$$Z(T) = \sum_{i=1}^n e^{-\frac{E_i}{K_B T}} \quad (\text{III.14})$$

siendo n el número de estados energéticos posible.

El *algoritmo de Metropolis* es un algoritmo simple que simula el estado de equilibrio de un conjunto de átomos a una temperatura dada, en cada paso de este algoritmo

Para una implementación adecuada del método hace falta determinar;

- La configuración del sistema a emplear.
- Creación del primer individuo.
- Un generador de cambios aleatorios en la solución, que pueden ser los operadores de mutación y de inversión. El empleo del operador de cruce en este método no es factible, por poseer un sólo individuo.
- Una función objetivo o de costo, también se puede utilizar una función de mérito.
- Un esquema de variación de la temperatura.

El principal problema consiste en encontrar el óptimo global en un tiempo finito, y para esto es importante la elección adecuada de los parámetros, entre los que se encuentra: la temperatura inicial, el factor de reducción de dicha temperatura, el número de iteraciones para cada valor de la temperatura y el criterio de parada.

La determinación de la temperatura inicial debe de ser lo suficientemente grande como para permitir todas las transformaciones de forma que se evite el llegar a un óptimo local. El factor de reducción de la temperatura, es el responsable del paso de dos iteraciones, este valor, en general, esta comprendido entre 0.8 y 0.99.

La parada del proceso se realiza cuando los parámetros de control llegan a ciertos valores, o bien cuando después de un cierto número de cambios, la mejora del individuo no alcance cierta mejora.

Como ejemplo de aplicación de este método se tiene el trabajo realizado por Anagnostou et al [2], que lo aplican a la optimización topológica. Carlson [11], lo aplica para decidir en que orden debe de observar un grupo de galaxias a través de su microscopio, moviendo este último lo menos posible.

Para mayor información sobre el método de Recocido Simulado se recomienda la lectura de [7].

CAPITULO IV
OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA
COMBINANDO MÉTODOS
EVOLUTIVOS Y MEF

CAPITULO IV

IV. OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA COMBINANDO MÉTODOS EVOLUTIVOS Y MEF.

La optimización topológica combinando Métodos Evolutivos y el Método de los Elementos Finitos (MEF) se ha materializado en el presente trabajo mediante la realización de una serie de programas que se describen en este capítulo.

Antes de comenzar a describir cada uno de estos programa se ha creído conveniente hacer una breve descripción tanto del Método de los Elementos Finitos (Apartado IV.1), como de su particularización para el problema plano (Apartado IV.2). La formulación del elemento finito cuadrado de cuatro nodos utilizado se presenta en el Anexo C.

Al ser los programas desarrollados combinación de Métodos Evolutivos, poseen una serie de aspectos comunes, a los que se ha creído conveniente dedicar un apartado (Apartado IV.3). Con ese apartado se pretende simplificar y a la vez evitar ser repetitivos en la descripción de los programas desarrollados.

Los métodos de optimización topológica desarrollados se basan en la implementación de los Métodos Evolutivos, descritos en el Capítulo III, y el Método de los Elementos Finitos [44] (MEF). Los nombre de los programas desarrollados son:

- **AG-MEF** Algoritmos Genéticos combinado con el Método de los Elementos Finitos. (Apartado IV.3.1)
- **ES-MEF** El método de las Estrategias Evolutivas combinado con el Método de los Elementos Finitos. (Apartado IV.3.2)
- **ME²F** Método de Escalada combinado con el Método de los Elementos Finitos. (Apartado IV.3.3)
- **PBIL-MEF** Método de Baluja combinado con el Método de los Elementos Finitos. (Apartado IV.3.4)
- **MSS-MEF** Método de Segag y Schoenauer combinado con el Método de los Elementos Finitos. (Apartado IV.3.5)

entre sí, denominados elementos finitos, dentro de los cuales se interpolan las variables principales en función de sus valores en una serie de puntos discretos del elemento denominado nodos, los elementos se conectan entre sí a través de los nodos situados en el contorno de dichos elementos. El mallado de elementos finitos se puede realizar con elementos de distinto tipo.

2. **Proceso:** es el bloque de análisis propiamente dicho y se puede considerar constituido por las siguientes etapas de cálculo;

- *Cálculo de la matriz de rigidez elemental y del vector de cargas elementales.*- A partir del Principio de los Trabajos Virtuales (PTV) se obtienen las matrices de rigidez y el vector de cargas para cada elemento.
- *Cálculo de la matriz de rigidez global (K) y del vector de cargas globales (f).*- Que se realiza mediante el ensamblando de las matrices de rigidez elementales en la matriz de rigidez global del mallado. En esta etapa también se calcula el vector carga global para todos los nodos.
- *Cálculo de los desplazamientos nodales.*- Que se realiza resolviendo del sistema de ecuaciones $KU=f$, siendo U el vector de desplazamientos nodales y el vector de incógnitas.
- *Calculo de las deformaciones y tensiones en los elementos y las reacciones en los nodos prescritos.* Que se realiza a partir de los datos obtenidos en las etapas previas.

3. **Postproceso:** Es el último bloque del método y en él se agrupan las etapas de interpretación de los resultados obtenidos.

- *Interpretación y presentación de los resultados.* Una vez estudiado los resultados, se puede efectuar modificaciones en cualquiera de las etapas anteriores; cuando se considere que el mallado estudiado era poco refinado para la reproducción de las tensiones y los desplazamientos, o se desee emplear otro tipo de elemento en el mallado...

unificada, aunque, de hecho, cada una de ellas representa una serie de tipologías que funcionalmente no guardan ninguna relación.

Los conceptos básicos que hay que conocer para la aplicación del Método de los Elementos Finitos son los siguientes:

- 1.- Campo de desplazamientos.
- 2.- Campo de deformaciones.
- 3.- Campo de tensiones.
- 4.- Ecuaciones de equilibrio.

IV.2.1 Campo de desplazamientos.

Las características geométricas y de cargas de una estructura en estado de tensión o deformación plana permiten establecer la hipótesis de que todas las secciones perpendiculares al eje prismático Z se deforman en su plano y de la misma forma. Por tanto, al conocer el comportamiento de cualquiera de dichas secciones se conoce el de todas ellas.

Si se considera un elemento aislado del dominio, se puede expresar el desplazamiento de un punto cualquiera del interior del elemento en función de los desplazamientos de los nodos como,

$$U(x, y) = \begin{pmatrix} \tilde{u}(x, y) \\ \tilde{v}(x, y) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \sum_i N_i u_i \\ \sum_i N_i v_i \end{pmatrix} \quad (\text{IV. 1})$$

siendo \tilde{u} los desplazamientos reales en la dirección x; \tilde{v} los desplazamientos reales en la dirección y; u_i los desplazamientos nodales aproximados en la dirección x; v_i los desplazamientos nodales aproximados en la dirección y; N_i las funciones de forma. La sumatoria se realiza para todos los nodos del elemento finito.

IV.2.2 Campo de deformaciones.

siendo B la matriz de deformación y u el vector del campo de desplazamientos nodales.

IV.2.3 Campo de tensiones

El campo de tensiones se obtiene a través del campo de deformaciones, y mediante la ley de Hooke. La relación entre tensiones y deformaciones, según la teoría de la elasticidad [46, 48], es:

$$\sigma = D\varepsilon \quad (\text{IV. 6})$$

siendo D la matriz de constantes elásticas o matriz constitutiva.

Del teorema de Maxwell-Betti se deduce que D es simétrica. Para el caso de tensión plana, la matriz de constantes elásticas posee la expresión (IV.7) en elasticidad isotropa y para el caso de deformación plana, la expresión es la (IV.8).

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{IV. 7})$$

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix} \quad (\text{IV. 8})$$

Siendo E el módulo de elasticidad y ν el coeficiente de Poisson. Considerando las ecuaciones (IV.5) y (IV.6) se obtiene la siguiente expresión del campo de tensiones:

El cálculo de tensiones se ha desarrollado calculando la ecuación (IV.13) para el caso del elemento elegido; el cuadrilátero de cuatro nodos.

IV.2.4 Ecuaciones de equilibrio.

La expresión integral de equilibrio en problemas de elasticidad bidimensional puede obtenerse haciendo uso del principio de los trabajos virtuales (PTV). Teniendo en cuenta las tensiones y deformaciones que contribuyen al trabajo virtual de la estructura, la expresión del PTV, puede escribirse como:

$$\iint_A (\delta \varepsilon_x \sigma_x + \delta \varepsilon_y \sigma_y + \delta \gamma_{xy} \tau_{xy}) t dA = \iint_A (\delta u g_x + \delta v g_y) t dA + \int_l (\delta u p_x + \delta v p_y) t ds + \sum (\delta u_i U_i + \delta v_i V_i) \quad (IV. 14)$$

El primer miembro representa el trabajo que las tensiones realizan sobre las deformaciones virtuales. El segundo miembro representa el trabajo realizado; por las fuerzas exteriores repartidas por unidad de volumen (g_x , g_y), por las fuerzas repartidas sobre el contorno (p_x , p_y) y por las cargas puntuales (U_i , V_i) sobre los desplazamientos virtuales (δu , δv). A y l son el área y el contorno de la sección transversal del sólido, respectivamente, y t su espesor.

El valor del espesor se considera la unidad para el caso de deformación plana, mientras que para el caso de tensión plana se considera el valor real del espesor.

La ecuación (IV.14) se podría escribir de forma matricial como:

$$\iint_A \delta \underline{\varepsilon}^T \underline{\sigma} t dA = \iint_A \delta \underline{u}^T \underline{g} t dA + \int_l \delta \underline{u}^T \underline{p} t ds + \sum_i \delta \underline{u}_i^T q_i \quad (IV. 15)$$

donde las variables subrayadas indican que se tratan de matrices o vectores.

El desarrollo de la obtención de los desplazamientos, las tensiones y la deformaciones para el caso de elementos cuadrado de cuatro nodos utilizados en este trabajo se muestra en el Anexo C.

IV.3 ASPECTOS COMUNES DE LA APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS EVOLUTIVOS.

El tipo modular de programación desarrollado permite la posibilidad de que el usuario pueda diseñar el método a utilizar a su medida; seleccionando en primer lugar el método, al seleccionar el programa (AG-MEF, ES-MEF, ME²F, PBIL-MEF, MSS-MEF o SA-MEF). Y en segundo lugar debe de elegir una opción para cada uno de los siguientes aspectos:

- Creación de la población inicial.
- Tipo de codificación.
- Operadores genéticos.
- Conectividad del mallado.
- Función de mérito.
- Métodos de resolución del sistema de ecuaciones.
- Cargas deslizantes.
- Simetrías.

A continuación se describen las opciones consideradas para cada uno de los puntos anteriores.

IV.3.1 Creación de la población inicial.

La creación de la población inicial se ha realizado con las tres versiones descritas en el Apartado II.4;

- 1.- Generar la población de forma selectiva.
- 2.- Generarla de forma aleatoria sin fijar elementos.

Los operadores de cruce (Apartado II.2.2) desarrollados para el caso de la codificación vectorial, son: el operador de un punto de cruce y el de dos puntos de cruce. Para el caso de la codificación matricial, se ha adaptado el operador de un punto de cruce; dividiendo al azar la matriz cromosoma en cuatro partes que se distribuyen entre los descendientes de forma aleatoria.

Los operadores de mutación (Apartado II.2.3) elegidos se pueden aplicar, con pequeñas modificaciones, a los dos tipos de codificadores. Estos operadores son:

- El operador de mutación constante: que precisa como parámetro la probabilidad de mutación.
- El operador de mutación parabólico: que precisa como parámetros las probabilidades de mutación máxima y mínima.

El operador de inversión (Apartado II.2.4) desarrollado sólo se aplica en el programa SA-MEF, que combina el Método del Recocido Simulado con el MEF. También se ha contemplado la posibilidad de que sólo se considere uno de los dos operadores genéticos: el cruce o la mutación.

IV.3.4 Conectividad del mallado

El estudio de la conectividad del mallado se realiza con el fin de reducir el número de ecuaciones del MEF, sin que ello produzca una salida anormal del programa en la subrutina de resolución del sistema de ecuaciones, y consiste en determinar si la estructura esta conectada o no. Se entendiendo por estructura conectada a aquella en la que se encuentran unidos, mediante elementos compuestos de material resistente, los elementos en los que se aplica la carga exterior con los elementos que contienen nodos con desplazamiento prescrito.

La salida anormal de la subrutina de resolución de ecuaciones se produce cuando no se encuentran unidos los elementos con carga y los elementos con nodos prescritos mediante elementos compuestos por material resistente, o existen elementos resistentes aislados en el mallado (rodeado de material ficticio). Siendo estos casos los correspondientes a mallados no conectados.

IV.3.6 Métodos de resolución del sistema de ecuaciones.

El estudio realizado de los tiempos de ejecución del programa AG-MEF, indica que el bloque del análisis por el MEF es el que consume la mayor parte del tiempo de cálculo, y esto varía muy poco o nada con el problema que se considere, como se muestra en la Figura IV. 3.

Tiempo de ejecución de los bloques del AG-MEF

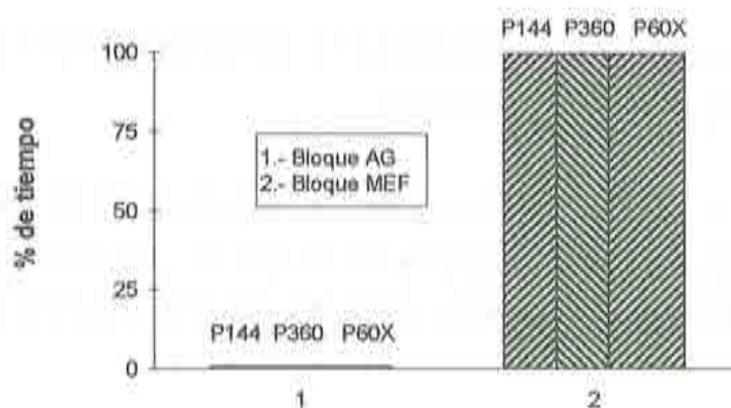


Figura IV. 3.- Tiempo de ejecución de los bloques de AG y MEF del programa AG-MEF, para tres ejemplos diferentes (ver Apartado V.1)

La mayor parte del tiempo se consume en la subrutina de resolución del sistema de ecuaciones, lo que planteó la posibilidad de buscar el método de resolución de ecuaciones que mejor se adapte al programa AG-MEF.

El programa resuelve el sistema de ecuaciones para cada individuo y para cada generación; en las primeras generaciones la población es muy heterogénea, pero a medida que se avanza en el número de generaciones las poblaciones se van homogeneizando, lo que conduce a sistemas de ecuaciones muy similares. Por ello se pensó que el empleo de métodos iterativos acelerarían la etapa de resolución del sistema de ecuaciones; sino en las primeras generaciones, si en las últimas.

El procedimiento empleado para el análisis de los diferentes métodos de resolución del sistema de ecuaciones ha sido el de emplear el mismo programa, sólo cambiando la subrutina de resolución del sistema de ecuaciones; considerando como elemento

- ◊ Factorización LU.
- ◊ Método de Choleski.
- ◊ Método de Relajación.
- ◊ Método de Gauss.

En el grupo de los métodos iterativos considerados en este trabajo cabe destacar:

- ◆ Método de gradiente.
- ◆ Método de gradiente conjugado.
- ◆ Método de gradiente conjugado con preconditionador diagonal.
- ◆ Método de gradiente conjugado con preconditionador ILU [53].

Los algoritmos encontrados en la bibliografía estaban destinados a la resolución del sistema de ecuaciones con la matriz de coeficiente completa, o el almacenamiento de la matriz banda se realizaba en filas y la autora la almacena en columnas. Por todo ello se ha tenido que particularizar cada uno de los métodos de resolución del sistema de ecuaciones a la matriz banda definida.

IV.3.7 Cargas deslizantes

La opción de cargas deslizantes permite que se pueda cambiar el punto de aplicación de la carga, cuando el elemento sobre el que se encuentra aplicada la carga esta compuesto de material no resistente, esto puede ocurrir a lo largo de todo el proceso de evolución.

La carga se supone aplicada sobre el primer elemento compuesto por material resistente que se encuentre en la línea de acción de la carga. En el caso de no encontrar ningún elemento resistente la carga no cambia su punto de aplicación.

Esta opción amplía el abanico de posible soluciones del problema, ya que las únicas restricciones son la de desplazamientos prescritos en algunos nodos.

$$\begin{aligned} K(u - u^o) &= F \\ Ku &= F - Ku^o \end{aligned} \quad (\text{IV. 23})$$

siendo K la matriz de rigidez del mallado formado por material resistente, u el vector de desplazamientos nodales, u^o el vector de desplazamiento de los nodos no activos y F el vector de cargas. Se consideran nodos no activos a aquellos que no pertenecen a ningún elemento compuesto de material resistente.

Con esto se pretendía simplificar la etapa de calculo de la matriz de rigidez. Si se consideraba que los desplazamientos de los nodos no activos eran los obtenidos considerando la estructura compuesta sólo de material resistente, se llegaba a un error del orden del 17 % en los desplazamientos de los nodos activos.

Para disminuir dicho error hizo falta añadir un nuevo término a la ecuación (IV.23) que fuese una función de los nodos activos. La nueva ecuación quedaba de la siguiente forma:

$$Ku = F + Ku^o + Ku^1 \quad (\text{IV. 24})$$

siendo u^1 un vector de combinación desplazamientos nodales de nodos activos y las cargas.

Esta opción quedó desestimada al comprobar que el tiempo requerido para calcular el último término de la ecuación era superior al tiempo requerido para el cálculo de la matriz de rigidez.

IV.4.1 MEF y AG (AG-MEF)

La implementación del método de los Algoritmos Genético (Apartado III.1) y el Método de los Elementos Finitos se ha materializado en el programa AG-MEF. Los datos de entrada que precisa dicho programa son los propios de un programa de elementos finitos;

- ◆ El mallado de elementos finitos.

- 3.- *Asignación del mérito.* Con los valores de las tensiones y los desplazamientos calculados en la etapa 2 se asigna a cada individuo la función de mérito correspondiente y se calcula la saturación de la población. En el caso en el que la población no este saturada o el número de generaciones no alcanza el valor limite se vuelve a la etapa 1; en caso contrario el programa finaliza.

Los datos de salida del programa se pueden agrupar en datos de la evolución y datos de la estructura óptima obtenida. Entre los datos de la evolución hay que destacar que se presenta un listado de los valores máximo y mínimos del peso y del mérito, así como de la saturación de cada población a lo largo del proceso de evolución.

Como se ha comentado en la etapa 1 también se genera, como dato de salida, un fichero con la última población. Esta última población puede ser empleada como población inicial de otro proceso de evolución; el único requisito que debe cumplir es que los dos procesos de evolución tengan un dominio a optimizar con el mismo número de elementos.

En la etapa 3 también se busca al individuo de mayor mérito y una replica del mismo se aparta de la población, en cada iteración este individuo se compara con el mejor de esa población, si el nuevo individuo es mejor que el individuo apartado, el nuevo sustituye al apartado. Cada vez que se cambia el mejor individuo, dicho cambio se muestra en la salida del programa.

La solución presentada como solución final es la que queda seleccionada al final del programa, y coincide con la mejor solución obtenida a lo largo del proceso de evolución. Con esto se garantiza que la mejor solución obtenida en todo el proceso de evolución es la solución final. Hay que tener en cuenta que con estos métodos lo que se obtiene son poblaciones bien adaptadas y no el mejor individuo.

Esta estrategia es una de las innovaciones introducidas en este trabajo. Algunos autores introducen una replica del mejor individuo en la siguiente generación, lo que se denomina método elitista, con esto aumentan la probabilidad de que el mejor individuo transmita su información genética al resto de las generaciones y no garantiza la obtención de individuos mejores o iguales a la replica introducida. Otros

- 6.- Comprobación del número de generaciones, y volver a la etapa 3 en el caso de no ser la última generación.

Los datos de salida del programa son los mismos que en el programa AG-MEF (Apartado IV.4.1). Los tipo de operadores desarrollados son la mutación constante y la parabólica, el operador de cruce se considera en este método como un operador de mérito secundario, que puede ser eliminado.

IV.4.3 MEF y Método de Escalada (ME²F)

El programa ME²F combina el método de Escalada (Apartado III.3) con el MEF para la optimización topológica y posee dos versiones; en la primera versión el primer individuo se genera de forma aleatoria y en la segunda se parte de un individuo constituido sólo por material resistente. Esta primera posible solución o individuo se analiza mediante el MEF, obteniéndose las tensiones en los elementos y los desplazamientos en los nodos. Con los valores de las tensiones y desplazamientos se obtiene la función de mérito del individuo.

Al individuo se le somete al operador de mutación constante y se analiza mediante el MEF, obteniéndose la nueva función de mérito. Si el nuevo mérito es superior al anterior, el nuevo individuo sustituye al antiguo, en caso contrario se prueba con otro cambio deshaciendo el anterior, hasta conseguir un cambio que mejore al individuo. Los cambios no validos, para no repetirlos, se anotan en una lista. Cuando se acepta un cambio, la lista de cambios no validos se inicializa a cero.

El proceso se repite después de un determinado número de evaluaciones, o hasta que después de un número determinado de cambios no se mejora al individuo.

Los parámetros de entrada del programa ME²F son;

- Mallado de elementos finitos del dominio a optimizar.
- Las características mecánicas del material a emplear.
- El número máximo de evaluaciones.

4. Seleccionar los $n_{mejores}$ mejores individuos y los n_{peores} peores individuos de la población.
5. Actualizar el vector probabilidad en función de los individuos seleccionados en 4.
6. Actualizar el vector probabilidad de mutación en función del vector de probabilidad.
7. Volver a dos, el ciclo se acaba cuando se haya realizado un numero determinado de veces.

La actualización de los vectores de probabilidad y de probabilidad de mutación se realiza como se ha descrito en el Apartado III.4.1 y III.4.2.

En este método no se considera el operador de cruce, aunque puede ser incluido. La filosofía seguida para la salida de datos es la misma que en los programas anteriores (AG-MEF y ES-MEF).

IV.4.5 MEF y el método de Segag y Schoenauer (MSS-MEF).

El programa MSS-MEF desarrollado en este trabajo contempla los tres tipos de evolución que proponen Segag y Schoenauer (Apartado III.5). La obtención de un método u otro de evolución depende de los valores que se le asigne a la probabilidad de imitación y a la de diferenciación.

Los datos de entrada del programa MSS-MEF son:

- El mallado de elementos finitos.
- Las características de los materiales.
- Número máximo de generaciones.
- Número de mutaciones (k).
- Probabilidad de imitación.
- Probabilidad de diferenciación.
- Porcentaje de la población de los peores individuos que influyen en la evolución.

IV.4.6 MEF y SA (SA-MEF)

SA-MEF es un programa de optimización topológica que combina el método del Recocido Simulado (Apartado III.6) con el MEF. Los parámetros de entrada del programa SA-MEF son;

- Mallado de elementos finitos del dominio a optimizar.
- Cargas.
- Restricciones.
- Características mecánicas del material.
- Valor máximo y mínimo de la temperatura.
- El valor de α .

En el programa SA-MEF al igual que en el Me²F, la población se reduce a un sólo individuo, y por tanto se contempla la posibilidad de partir de un individuo constituido sólo por material resistente. Para el método del Recocido Simulado el estudio de la conectividad del mallado se hace imprescindible, ya que los resultados en el caso de no realizarse son poco satisfactorios.

Las etapas del programa SA-MEF son las siguientes:

1. Genera la primera solución de forma aleatoria, o partiendo de un individuo formado sólo por material resistente.
2. Evalúa al individuo y le asigna su mérito.
3. Actualiza el valor de la variable α .
4. Somete al individuo al operador de mutación y/o el de inversión (Apartado II.2.4); se realiza una comprobación del mallado y no se pasa a la etapa siguiente hasta no lograr un mallado conectado.
5. Evalúa al nuevo individuo y calcula su mérito.
6. Calcula el incremento de mérito; si el incremento es positivo el nuevo individuo sustituye al antiguo, en caso contrario la sustitución se realiza con cierta probabilidad (ecuación III.15).
7. Volver a 3, el ciclo se cierra cuando el proceso se ha realizado un determinado número de veces.

CAPITULO V
EVALUACIÓN DE LOS
RESULTADOS

CAPITULO V

V. EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS

La validación y presentación de los resultados obtenidos mediante los programas descritos en el Capítulo IV son el objetivo del presente capítulo. Se ha creído adecuado incluir un primer apartado, en el que se describen las características de las estructuras que se presentan para su optimización, y las propiedades de los materiales a emplear. En primer lugar se describe la nomenclatura empleada para la asignación de los nombres a los diferentes ejemplos, con sus respectivos mallados.

Los resultados obtenidos para cada uno de los programas desarrollados se presentan separados por apartados, dedicándose un apartado a la comparación de todos los métodos desarrollados. El presente capítulo finaliza con el ejemplo práctico del denominado *gancho*.

Con el fin de evitar ser repetitivos con las diferentes variantes de los métodos descritos en el Apartado IV.4, los resultados obtenidos con dichas variantes se presentan sólo para el caso del programa AG-MEF. Para el resto de los Métodos Evolutivos estudiados sólo se consideran los aspectos más representativos.

V.1 DESCRIPCIÓN DE LOS EJEMPLOS CONSIDERADOS.

Los ejemplos considerados para la validación del método se muestran en la Figura V. 1 y se agrupan en tres tipos:

Tipo 1. Existen apoyos y sobre la estructura actúa una sola carga. De este tipo de ejemplos se han escogido los casos simétricos CS y AR y el caso asimétrico CA. Los ejemplos CS y CA son empleados por Chapman et al [12], Duda [18], Kane [35] y Schoenauer [50].

Tipo 2. Existen apoyos y la estructura se encuentra sometida a más de una carga, son de este tipo los ejemplos CE y PU.

$$\begin{aligned}
 E &= 2.5 \cdot 10^6 \text{ kg/ m}^2 \\
 \nu &= 0.3 \\
 \varepsilon &= 1.95 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}
 \tag{V. 1}$$

donde E es el módulo de Young, ν el coeficiente de Poisson y ε la deformación unitaria máxima.

La deformación unitaria máxima se emplea para establecer los valores límites del desplazamiento.

Los ejemplos mostrados en la Figura V. 1 se han desarrollado para diferentes mallados, para facilitar la comprensión y mostrar las dimensiones de cada análisis se presenta la Tabla V.1, en ella se ofrece un listado de los ejemplos presentados, así como las siguientes características:

Casos: indica el tipo de estructura descrito en la Figura V. 1. Así, para el ejemplo CS8, indica el caso simétrico CS de dicha figura.

Mallado: indica el número de elementos del mallado. Así, el mallado CS8 posee 8 elementos a lo largo del eje horizontal y 8 en el vertical, (total 64 elementos).

Nº Ecu: indica el número de ecuaciones que hay que resolver en el análisis por el MEF cuando se considera el mallado completo.

Ancho banda: como ya se ha mencionado anteriormente (Apartado IV.3.2) la matriz de rigidez se almacena en banda y aquí se indica el ancho de banda de dicha matriz.

Las estructuras presentadas como soluciones son las obtenidas como promedio de una muestra de veinte resultados obtenidos para el mismo problema con cada programa, variando sólo el número aleatorio inicial.

Salvo que se comente lo contrario las opciones por defecto son las siguientes:

- La población se genera fijando los elementos en los que se encuentra aplicada alguna carga.
- El tipo de codificación empleada es la vectorial.
- Se emplea el operador de dos puntos de cruce.
- La mutación se considera constante a lo largo de todo el proceso.
- No se realiza estudio de la conectividad del mallado.
- La función de mérito es la *Mérito1*, ya que minimiza el peso y la energía interna de deformación.
- El sistema de ecuaciones se resuelve mediante el método de Gauss.
- Las cargas no se consideran deslizantes.
- Se considera simetría, siempre que sea posible.

V.2 ALGORITMOS GENÉTICOS. PROGRAMA AG-MEF.

La presentación de los resultados obtenidos con el programa AG-MEF, se realiza mediante gráficas comparativas de la evolución del peso y/o del mérito para cada una de las opciones descritas en el Apartado IV.3, dedicando un apartado a cada una de ellas. En el último punto del apartado se muestran algunas de las estructuras obtenidas.

V.2.1 Influencia de la creación de la población inicial.

Las versiones generadas con las diferentes posibilidades de generar la población inicial son tres (Apartado IV.3.1). La primera de ellas, que genera la población de forma selectiva, se ha desestimado debido a que el tiempo necesario para la generación de las dos primeras poblaciones, es equivalente al tiempo de cálculo de todo el proceso evolutivo en cualquiera de las otras dos versiones. Estas dos últimas versiones son:

- Generar la población inicial sin fijar elementos con carga.
- Generarla fijando elementos con carga.

Las gráficas comparativas de ambas versiones que se presentan son para el ejemplo CS12, pero la variación que sufren dichas gráficas para cualquiera de los otros ejemplos son poco significativas. La gráfica de la evolución del mérito (Figura V. 2) y la de la evolución del peso (Figura V. 3) muestra que al principio los mejores valores se obtienen fijando los elementos con carga, pero a medida que el proceso de evolución avanza esa ventaja se ve mermada.

Los parámetros genéticos empleados para generar las gráficas: Figura V. 2 y Figura V. 3 son:

- Número de individuos de la población = 100
- Probabilidad de cruce = 0.95
- Probabilidad de mutación = 0.005

Por tanto la fijación de los elementos con carga al generar la población inicial no representa una mejora significativa en el proceso de evolución.

V.2.2 Tipo de codificación.

Los tipos de codificación desarrollados, como ya se ha mencionado anteriormente (Apartado IV.3.2), son dos:

- la codificación matricial.
- la vectorial.

En la gráfica de la Figura V. 4 se muestra la evolución del peso medio de cada población; se puede observar que con la codificación vectorial se obtienen estructuras más ligeras que con la codificación matricial.

La gráfica se ha desarrollado para el ejemplo CS12 y empleando para el caso de la codificación vectorial el operador de un punto de cruce.

Los parámetros genéticos empleados para generar la gráfica son:

ALGORITMOS GENÉTICOS

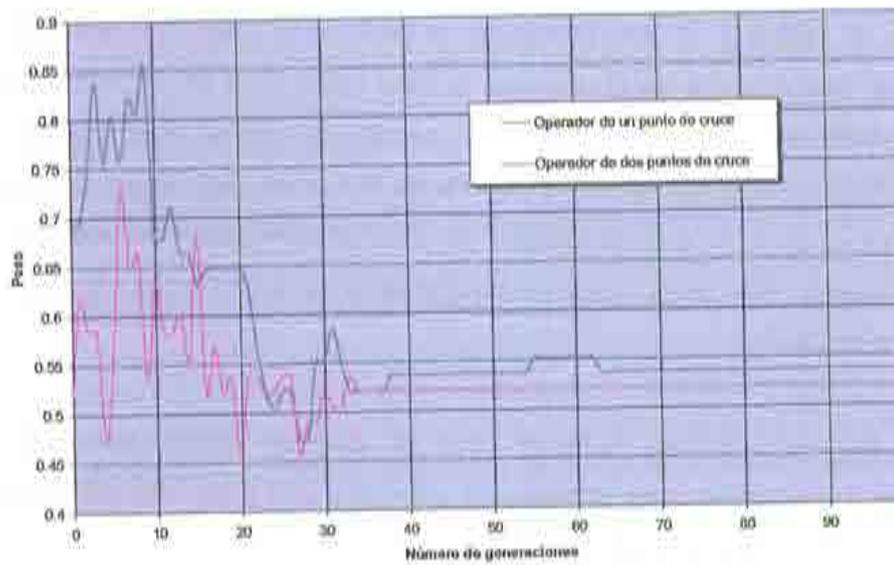


Figura V. 5.- Evolución del peso en función del operador de cruce.

El operador de mutación, en el método de los AG, es un operador secundario y su influencia es poco significativa, por tanto, las diferencias entre los dos operadores de mutación desarrollados no son destacables.

El aspecto a destacar en el operador de mutación es la fijación del parámetro de la probabilidad de mutación, ya que un valor elevado del mismo transforma al método en una búsqueda aleatoria.

ALGORITMOS GENÉTICOS

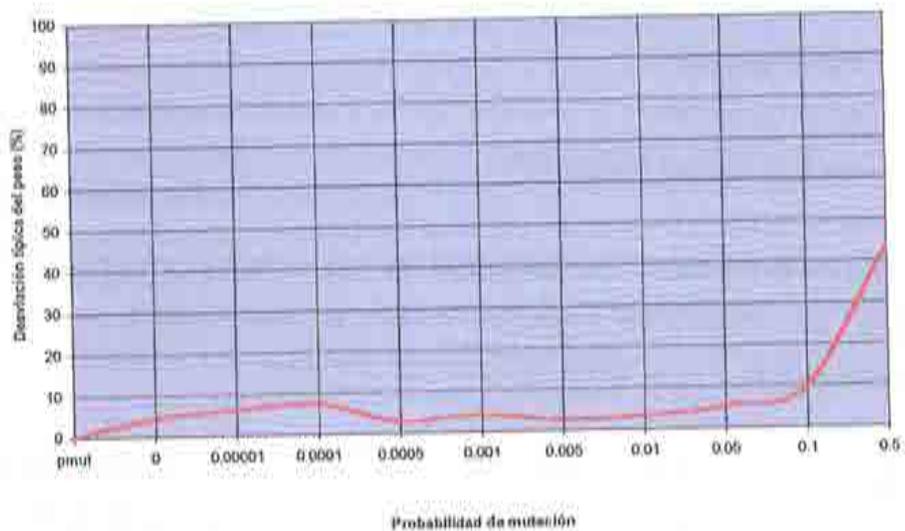


Figura V. 6.- Variación de la desviación típica del peso final en función de la probabilidad de mutación.

Las gráficas comparativas de ambas versiones que se presentan son para el ejemplo CS12, pero la variación que sufren dichas gráficas para cualquiera de los otros ejemplos son poco significativas. La gráfica de la evolución del mérito (Figura V. 2) y la de la evolución del peso (Figura V. 3) muestra que al principio los mejores valores se obtienen fijando los elementos con carga, pero a medida que el proceso de evolución avanza esa ventaja se ve mermada.

Los parámetros genéticos empleados para generar las gráficas: Figura V. 2 y Figura V. 3 son:

- Número de individuos de la población = 100
- Probabilidad de cruce = 0.95
- Probabilidad de mutación = 0.005

Por tanto la fijación de los elementos con carga al generar la población inicial no representa una mejora significativa en el proceso de evolución.

V.2.2 Tipo de codificación.

Los tipos de codificación desarrollados, como ya se ha mencionado anteriormente (Apartado IV.3.2), son dos:

- la codificación matricial.
- la vectorial.

En la gráfica de la Figura V. 4 se muestra la evolución del peso medio de cada población; se puede observar que con la codificación vectorial se obtienen estructuras más ligeras que con la codificación matricial.

La gráfica se ha desarrollado para el ejemplo CS12 y empleando para el caso de la codificación vectorial el operador de un punto de cruce.

Los parámetros genéticos empleados para generar la gráfica son:

- Número de individuos de la población = 100
- Probabilidad de cruce = 0.95
- Probabilidad de mutación = 0.005

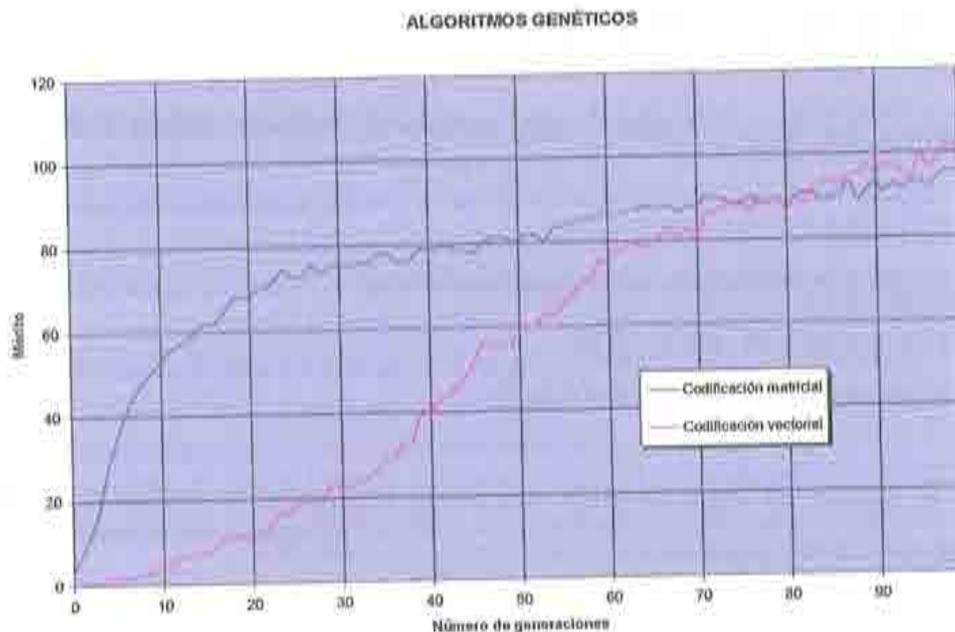


Figura V. 4.- Evolución del peso en función de los tipos de codificación empleada.(ejemplo CS12)

V.2.3 Operadores genéticos.

Los operadores genéticos (Apartado IV.3.3) considerados en el programa AG-MEF son el cruce y la mutación.

Los dos tipos de operadores de cruce considerados son el de un punto de cruce y dos puntos de cruce (Apartado IV.3.3), y la evolución del peso de la estructura se muestra en la gráfica de la Figura V. 5, en la que se muestra que se obtienen los mejores resultados empleando el operador de dos puntos de cruce.

ALGORITMOS GENÉTICOS

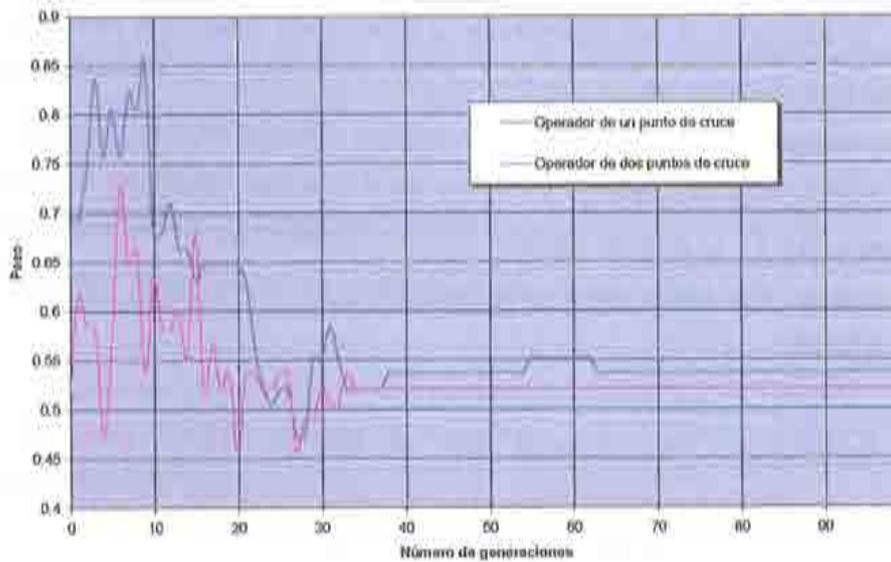


Figura V. 5.- Evolución del peso en función del operador de cruce.

El operador de mutación, en el método de los AG, es un operador secundario y su influencia es poco significativa, por tanto, las diferencias entre los dos operadores de mutación desarrollados no son destacables.

El aspecto a destacar en el operador de mutación es la fijación del parámetro de la probabilidad de mutación, ya que un valor elevado del mismo transforma al método en una búsqueda aleatoria.

ALGORITMOS GENÉTICOS

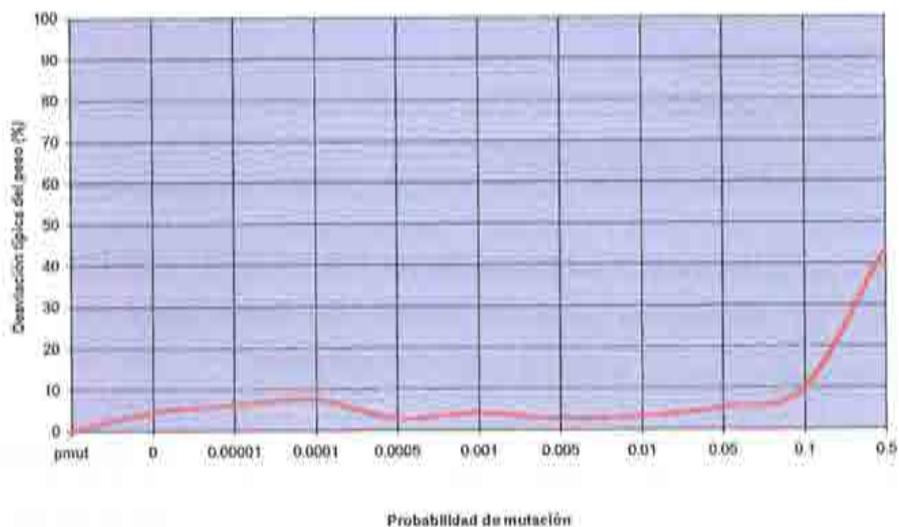


Figura V. 6.- Variación de la desviación típica del peso final en función de la probabilidad de mutación.

En la gráfica de la Figura V. 6, se representa la desviación típica del peso de la estructura final de una muestra de 20 resultados para cada valor de la probabilidad de mutación considerada. En dicha figura se puede comprobar que cuando la probabilidad de mutación posee valores mayores de 0.1 la desviación se dispara a valores superiores al 25 %, lo que se traduce en una transformación del método en un búsqueda aleatoria. Por tanto, para este parámetro se recomienda valores del orden de 0.05 a 0.0005.

Las gráficas anteriores se han obtenido con el ejemplo CS12, pero se ha comprobado que los cambios para el resto de ejemplos son poco representativos. Los parámetros genéticos empleados para ambas gráficas son:

- Número de generaciones =100
- Número de Individuos de la población = 100
- Probabilidad de cruce = 0.95.
- Probabilidad de mutación (Figura V. 5) = 0.005

V.2.4 Conectividad del mallado

Las versiones generadas a partir de la posibilidad de considerar el estudio de la conectividad del mallados (Apartado IV.4.3) son tres:

- Versión general.
- Versión selectiva.
- Versión selectiva reparadora.

En la gráfica de la Figura V. 7 se comparan las tres versiones y se puede comprobar que poseen un proceso de evolución similar. En dicha figura se representa la evolución del mérito, siendo similar la evolución del peso.

Las variaciones son debidas fundamentalmente al hecho de eliminar los elementos aislados que poseen material resistente, esto se realiza tanto en la *versión selectiva* como en la *selectiva reparadora*. Se entiende por elemento aislado aquel que posee

material resistente y no está unido mediante otros elementos compuestos de material resistente a los elementos cargados o con nodos prescritos.

El aspecto que se ha considerado en este estudio fue el tiempo de cálculo requerido por cada versión. Considerando las tres versiones para los ejemplos descritos en la Figura V.1, se ha comprobado que la versión que más tiempo precisa es la *versión selectiva reparadora*, esto puede ser debido al proceso de búsqueda de los elementos necesarios para reparar el mallado.

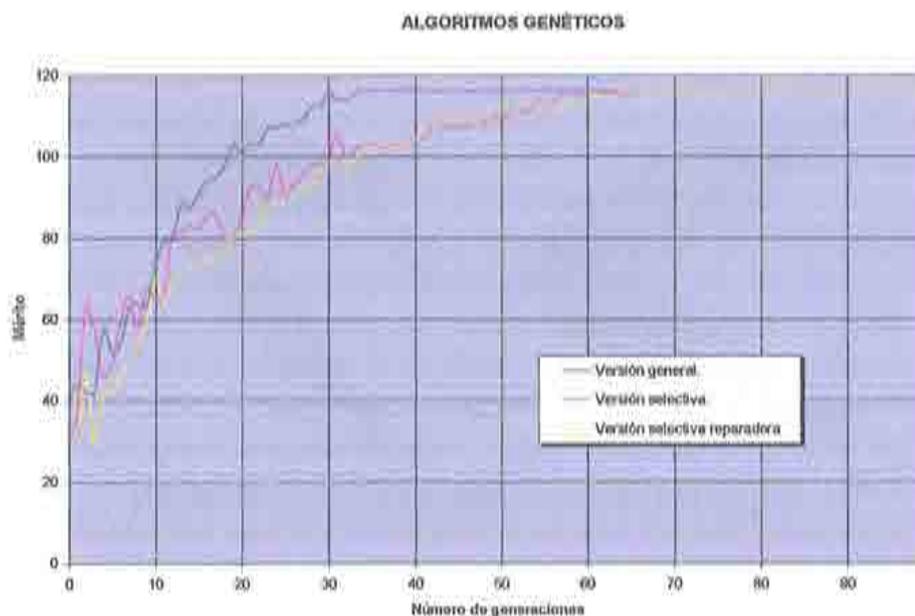


Figura V. 7.- Evolución del mérito para las versiones generadas al considerar la conectividad del mallado. (ejemplo CS12).

La versión que le sigue es la *versión general* que tarda cerca de un 10% menos de tiempo. La versión que menos tiempo necesita es la *versión selectiva*, que reduce un 30% el tiempo de la *versión selectiva reparadora*.

Estos porcentajes de tiempo son datos aproximados, ya que el tiempo depende del problema y del ordenador utilizado. Al aumentar el número de elementos del mallado la diferencia de tiempo se reduce, aunque no de forma significativa.

V.2.5 Función de mérito.

Las funciones de mérito consideradas, como ya se ha mencionado anteriormente (Apartado IV.3.5) son dos:

- *Merito1*: Minimización del peso y la energía interna de deformación (Ecuación II.13),
- *Merito2*: Minimización del peso con restricciones de tensiones y desplazamientos (Ecuación II.14),

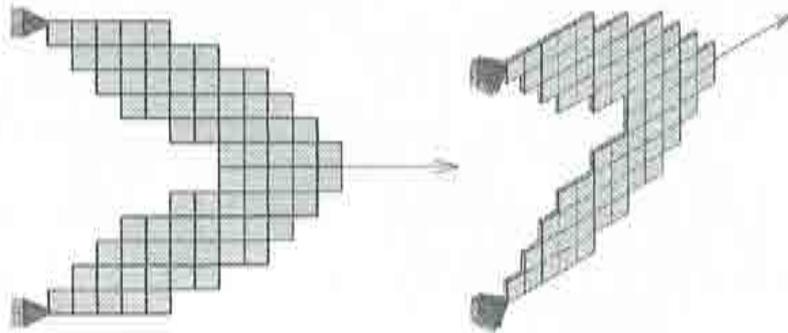


Figura V. 8.- Estructura obtenida considerando *Mérito1*

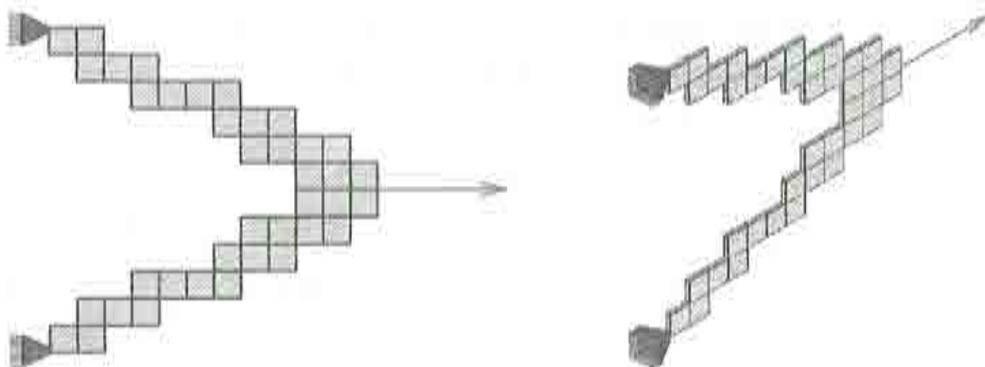


Figura V. 9.- Estructura obtenida considerando *Mérito2*, (ejemplo CS12).

Las estructuras óptimas obtenidas para las dos versiones anteriores se presentan en la Figura V.8 para *merito1* y en la Figura V. 9 para *merito2*, en dichas figuras se puede comprobar que la estructura con menor peso se obtiene con la función de *merito2*. No obstante la distribución de material es equivalente.

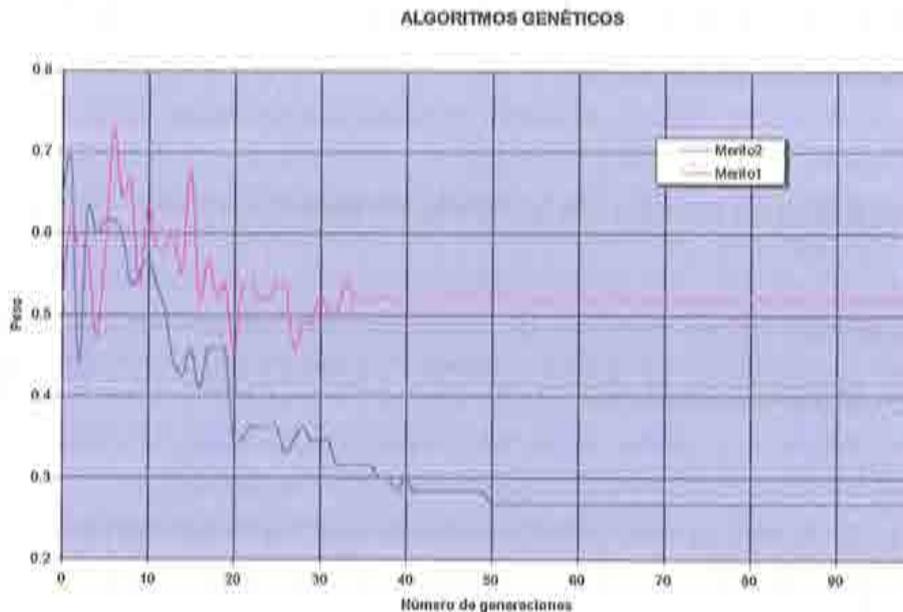


Figura V. 10 .- Evolución del peso del ejemplo CS12, considerando las dos funciones de mérito.

La comparación de la evolución del mérito ya no es tan obvia como en los casos anteriores, debido a que en *merito2* se introducen restricciones en las tensiones y los desplazamientos. Sin embargo, se ha considerado la evolución del peso (Figura V. 10) del ejemplo CS12 mostrado en la Figura V.1.

Es interesante destacar que la función *Mérito2* requiere la definición y control de tres parámetros frente a la *Mérito1* que no precisa de ellos. Por lo tanto, desde un punto de vista operativo es aconsejable la función *Mérito1* y es la que se empleará en el resto del libro, ya que lo que interesa averiguar es en que zonas interesa colocar el material.

Los parámetros genéticos considerados para las gráficas de este apartado son:

- Número de generaciones = 100
- Número de individuos de la población = 100
- Probabilidad de cruce = 0.95
- Probabilidad de mutación = 0.005

Los coeficientes ponderadores empleados en la función de mérito *merito2* se han considerado todos iguales (0.33).

V.2.6 Métodos de resolución del sistema de ecuaciones.

La comparación de los métodos de resolución del sistema de ecuaciones se ha realizado considerando el tiempo de CPU y los requisitos de memoria de cada método.

El calculo del tiempo de CPU para los métodos directos se ha realizado considerando la etapa de análisis por el MEF y considerando el mallado completo.

En los métodos iterativos se realiza considerando todo el proceso evolutivo, tomando como primera aproximación los desplazamientos del individuo calculado anteriormente; cuando se resuelve el sistema de ecuaciones por primera vez se considera como primera aproximación el cociente de las componentes del vector cargas y la diagonal de la matriz de rigidez.

La diferencia en la comparación entre los métodos directos e iterativos, es debida a que en los métodos iterativos el número de iteraciones necesarias disminuye al aumentar el número de generaciones, como se demuestra en la gráfica de la Figura V. 11. Esta gráfica se ha obtenido con el ejemplo CS12 y considerando el gradiente conjugado con preconditionador diagonal. Con el resto de los métodos iterativos también se observa esta disminución del número de iteraciones con el número de generaciones.

La explicación de esta disminución en el número de iteraciones, es que a medida que se va avanzando en el número de generaciones, la población tiende al óptimo y, por lo tanto, los individuos serán muy parecidos, y por ello la aproximación que se

considera al resolver el sistema de ecuaciones esta cada vez más próxima a la solución del sistema.

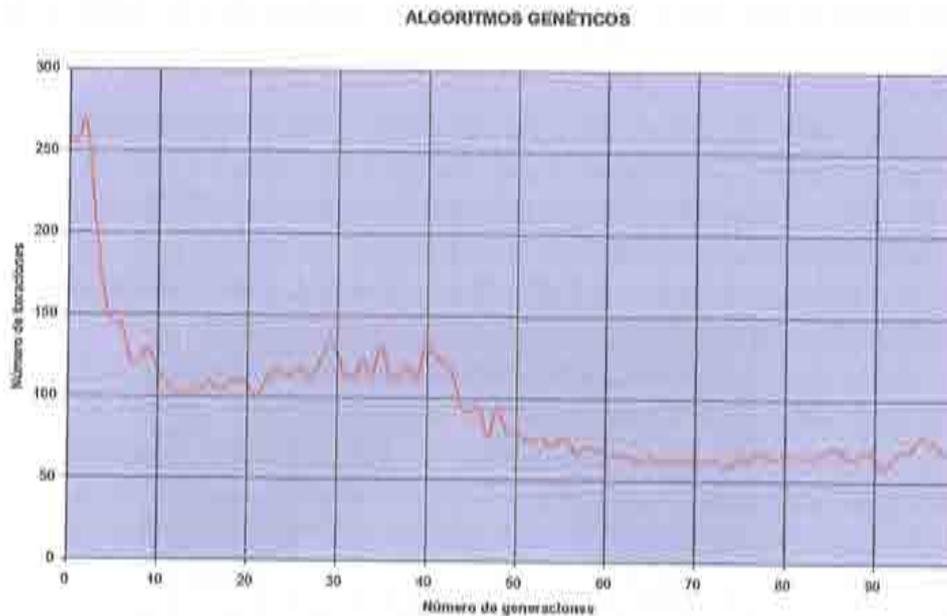


Figura V. 11.- Variación de número de iteraciones con el número de generaciones.

Los pequeños picos de las curvas son debido a los operadores de cruce y mutación propios de los Algoritmos Genéticos.

De los métodos directos analizados, el que precisa menor tiempo de cálculo es el método de Gauss. En cuanto a los métodos iterativos, hay que destacar que precisan de mayor número de variables internas lo que se traduce en mayor espacio de memoria. En los casos analizados (CS12, CA14 y AR10) el tiempo de cálculo era superior al del método de Gauss.

El método del gradiente conjugado con preconditionador diagonal es, de los métodos iterativos analizados, el que requería menor espacio de memoria y menor tiempo de cálculo. El método del gradiente conjugado con el preconditionador ILU (Incomplete LU factorization) [53] resuelve el sistema de ecuaciones con menos iteraciones, pero el mayor tiempo de cálculo de cada iteración hace que el tiempo global sea mayor.

V.2.7 Empleo de cargas deslizantes.

La opción de cargas deslizantes (Apartado IV.3.7) es interesante en el caso en el que se considere más importante la línea de acción de la carga que su punto exacto de aplicación.

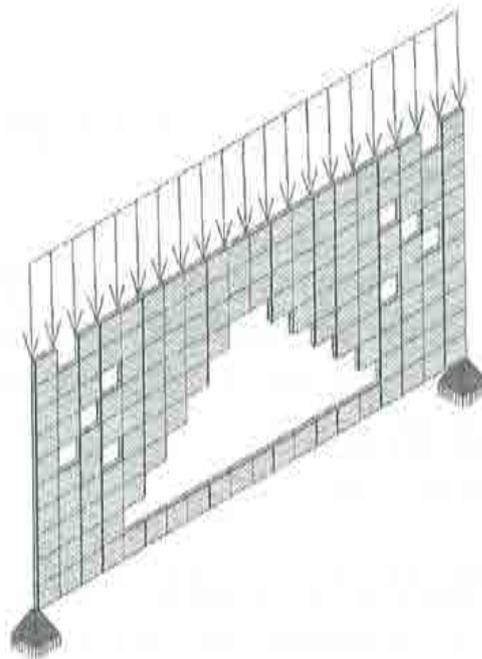
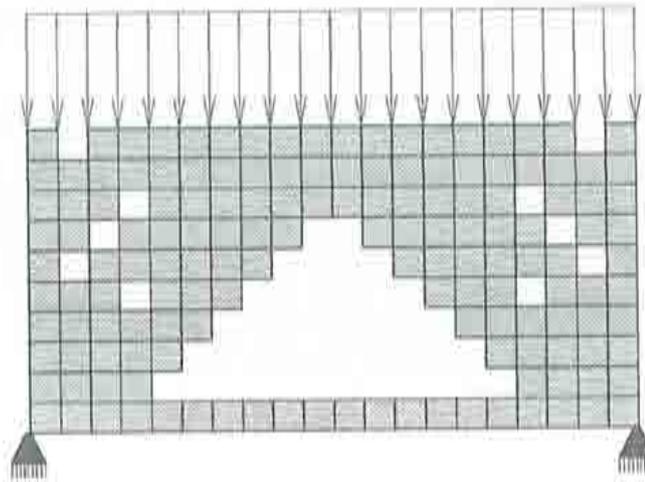


Figura V. 12 Estructura obtenida para el caso de considerar cargas fijas.

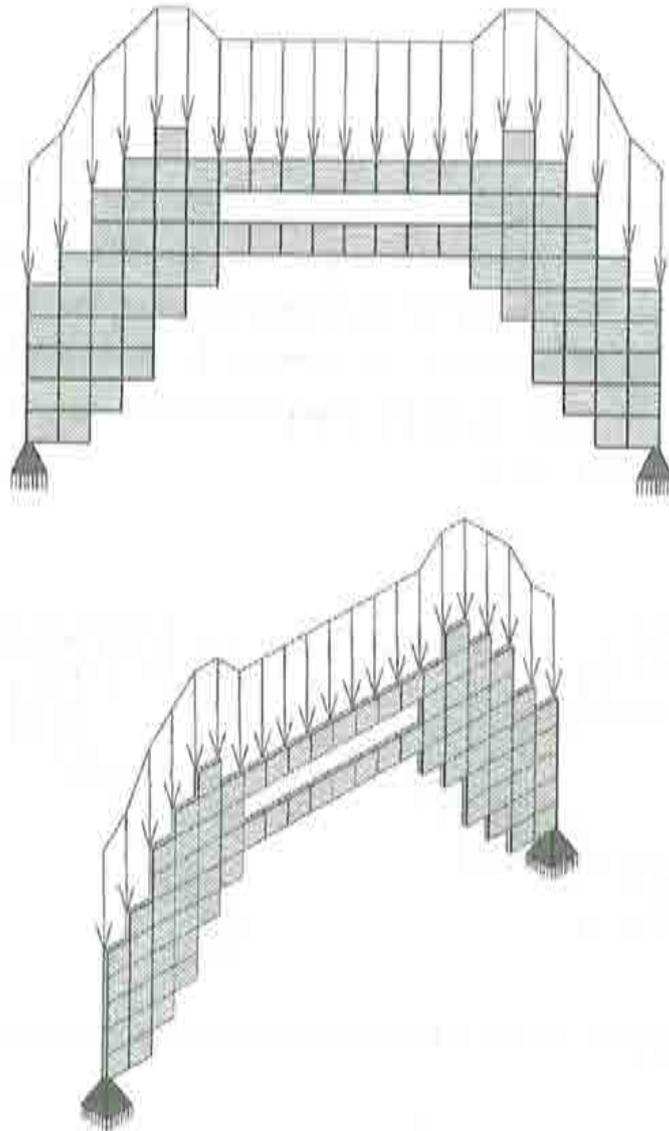


Figura V. 13.- Estructura obtenida para el caso de cargas deslizantes.

Como ejemplo para este caso se ha elegido el ejemplo denominado PU10 (Apartado V.1, ver Figura V.1), en dicho ejemplo se encuentra aplicada una carga uniforme. Las estructuras obtenidas se muestran en la para el caso de cargas fijas y la Figura V.13 para el caso de cargas deslizantes.

Las estructuras resultantes presentadas han sido obtenidas considerando:

- Número de generaciones = 200
- Número de individuos de la población = 150
- Probabilidad de cruce de 0.95.
- Probabilidad de mutación de 0.005.

V.2.8 Simetría.

El interés de emplear la opción de simetría, en el caso de ser posible, radica en la disminución de tiempo de cálculo y del espacio de memoria requerido. En la Figura V. 14 y la Figura V. 15 se muestran las soluciones obtenidas con el programa AG-MEF considerando la existencia de simetría y la ausencia de la misma, respectivamente. En estas figuras se puede comprobar que no son exactamente iguales aunque sí son similares.

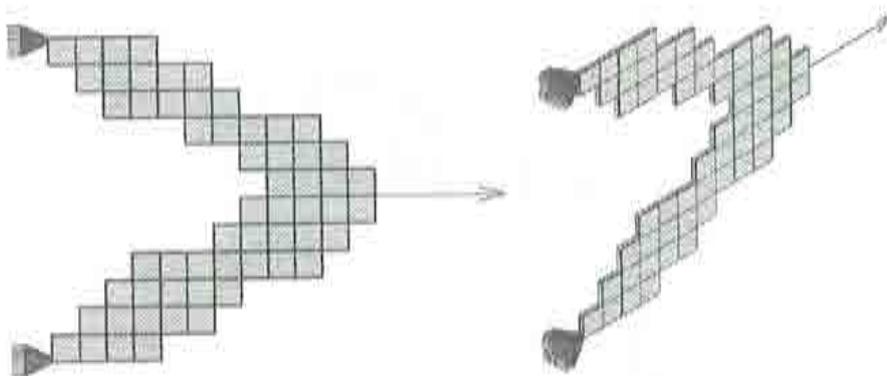


Figura V. 14.- Estructura obtenida sin considerar simetría.

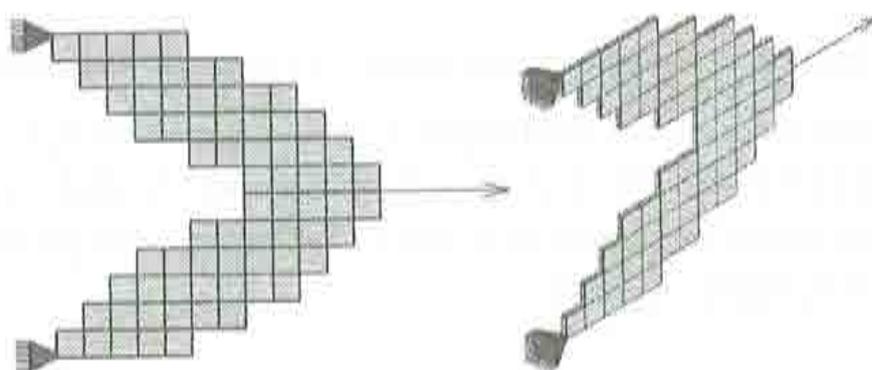


Figura V. 15.- Estructuras obtenidas considerando simetría

Los números de generaciones necesario para la obtención de las estructuras mostradas en la Figura V. 14 y en la Figura V. 15 son diferentes, debido a que los tamaños de los cromosomas son diferentes.

Para el caso CS12 cuando se considera simetría el número de generaciones es 100 y para cuando no se consideró la simetría es de 200 generaciones. El resto de los parámetros genéticos son:

- Número de individuos de la población = 100
- Probabilidad de cruce = 0.95
- Probabilidad de mutación = 0.005

V.2.9 Resultados topológicos obtenidos

En la Figura V. 16 se muestra la evolución de la estructura del ejemplo CS12, en ella se puede comprobar el proceso de evolución y como se llega a la estructura final a partir de una generada de forma aleatoria.

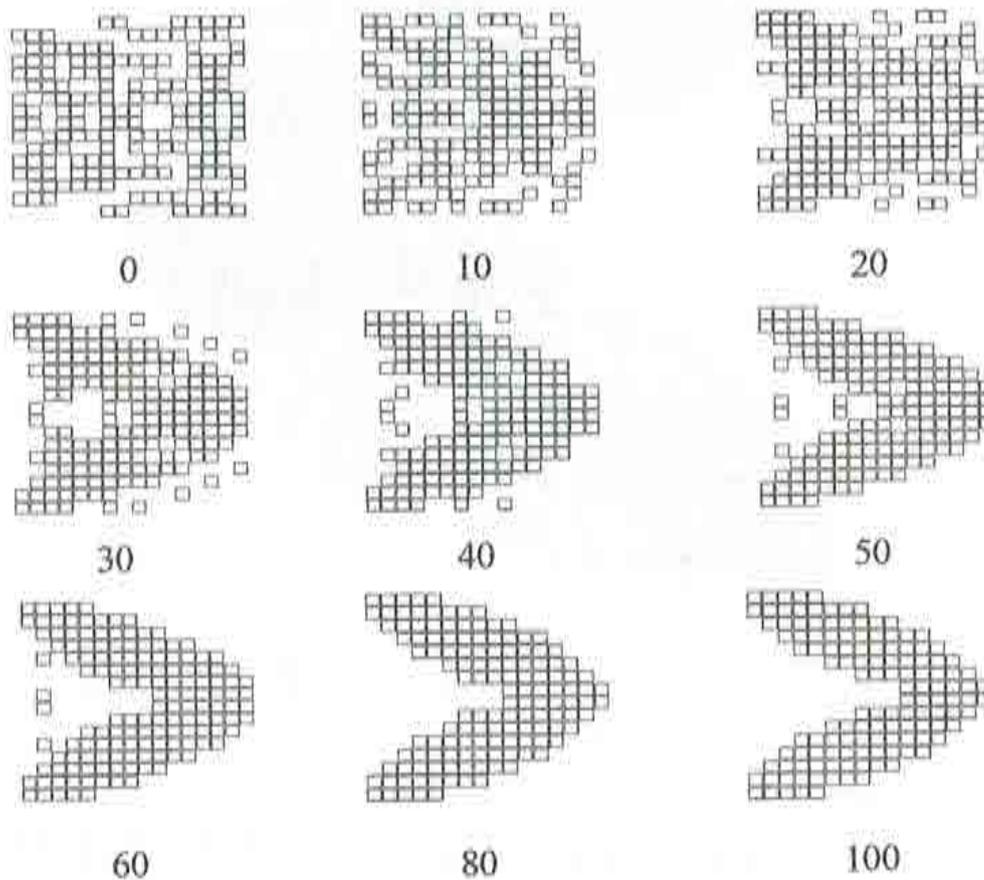


Figura V. 16.- Proceso evolutivo para un mallado de 16x16 elementos(CS16).

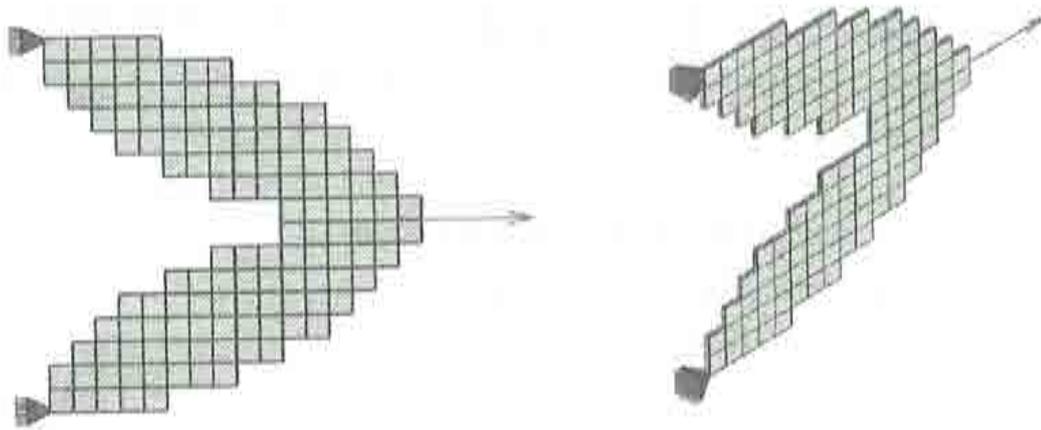


Figura V. 17.- Estructural final para un mallado de 16x16 elementos(CS16).

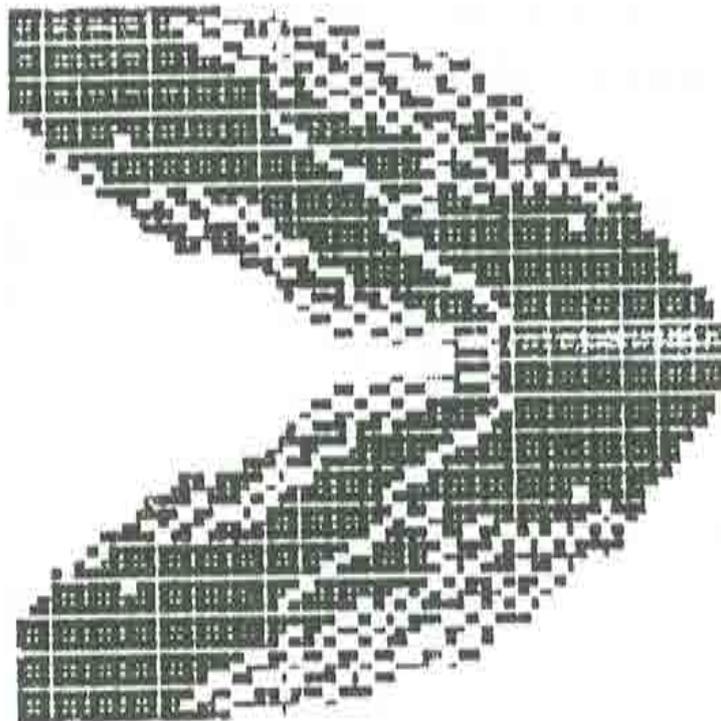


Figura V. 18.- Estructura óptima obtenida para el ejemplo CS60 (ver Tabla V.1).

En la Figura V. 16, también se puede observar como se parte de una estructura en la que los nodos con restricciones poseen material no resistente, y esto se corrige en las generaciones siguientes. La estructura resultante se muestra de forma ampliada en la Figura V. 17.

La influencia del número de elementos del mallado no es significativa, en el programa AG-MEF, como se puede comprobar al comparar la Figura V. 18 (ejemplo CS60) con las figuras del ejemplo CS12 (Figuras V.8, V.9, V.14, V.15 y V.17).

Los parámetros genéticos empleados son:

- Número de generaciones = 100 (caso CS12) y 1000 (caso CS60).
- Número de individuos de la población = 50 (caso CS12) y 200 (caso CS60).
- Probabilidad de cruce = 0.95
- Probabilidad de mutación = 0.001

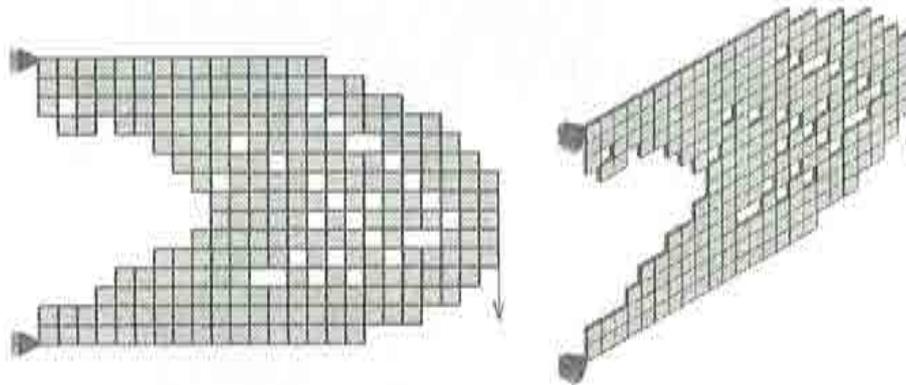


Figura V. 19.- Estructura obtenida para CA14

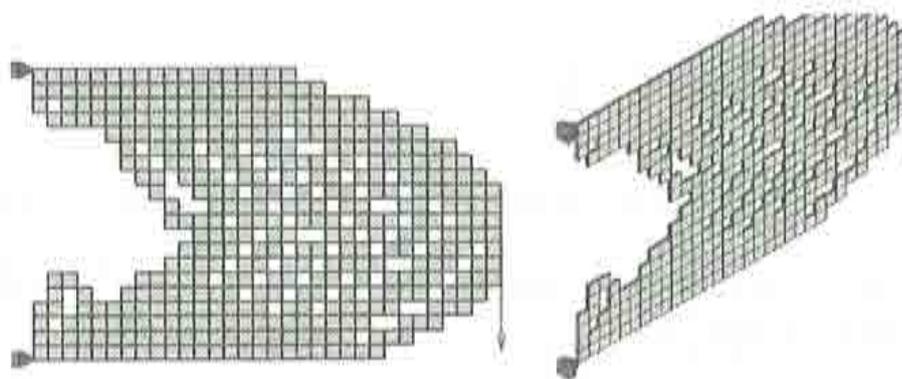


Figura V. 20.- Estructura obtenida para CA20.

Las estructuras obtenidas para los casos asimétricos CA14 y CA20 son los mostrados en la Figura V. 19 y la Figura V. 20, respectivamente.

Los parámetros considerados en este caso son:

- Número de generaciones = 300 (caso CA14) y 400 (caso CA20).
- Número de individuos de la población = 200 (caso CA14) y 300 (caso CA20).
- Probabilidad de cruce = 0.95
- Probabilidad de mutación = 0.001

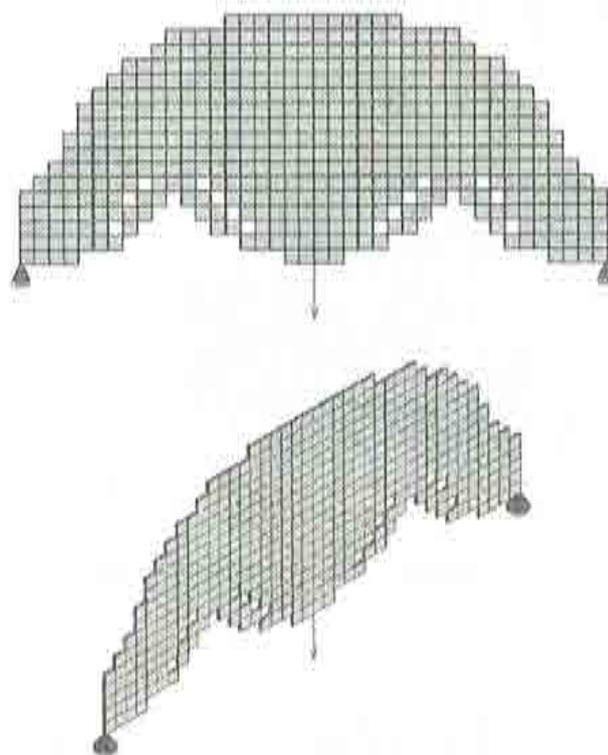


Figura V. 21 Topología obtenida para el ejemplo denominado AR20.

La estructura obtenida para el caso AR20 es la mostrada en la Figura V. 21, que se ha obtenido considerando:

- Número de generaciones = 300
- Número de individuos de la población = 200
- Probabilidad de mutación = 0.0005
- Probabilidad de cruce = 0.95

Un ejemplo de aplicación de cargas múltiples, además de los casos PU10 presentado en el Apartado V.1.7, es el caso CE12 y CE20 cuyas estructuras resultantes son las mostradas en: la Figura V. 22 para el caso CE12 y la Figura V. 23 para el caso CE20.

Los parámetros genéticos empleados son:

- Número de generaciones = 200 (caso CE12) y 300 (caso CE20).
- Número de individuos de la población = 150 (caso CE12) y 200 (caso CE20).
- Probabilidad de cruce = 0.95
- Probabilidad de mutación = 0.0005

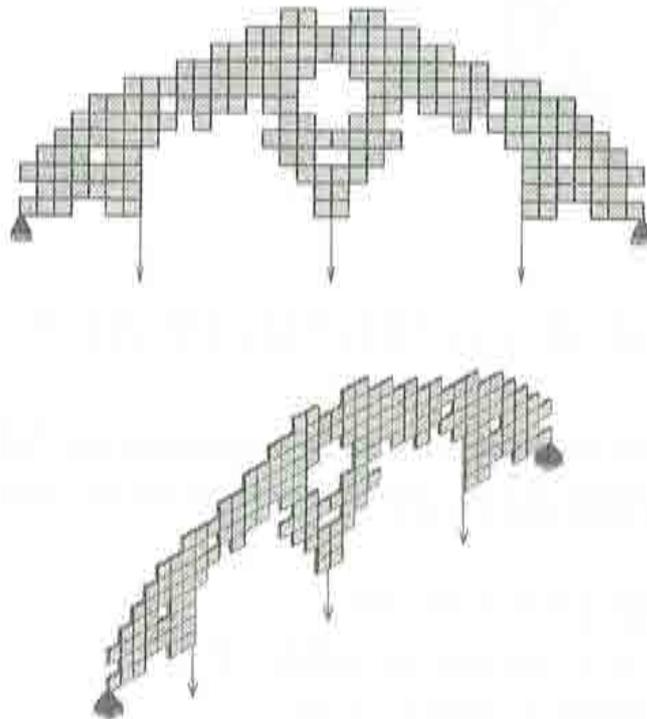


Figura V. 22.- Estructura con múltiples cargas aplicadas, caso CE12.

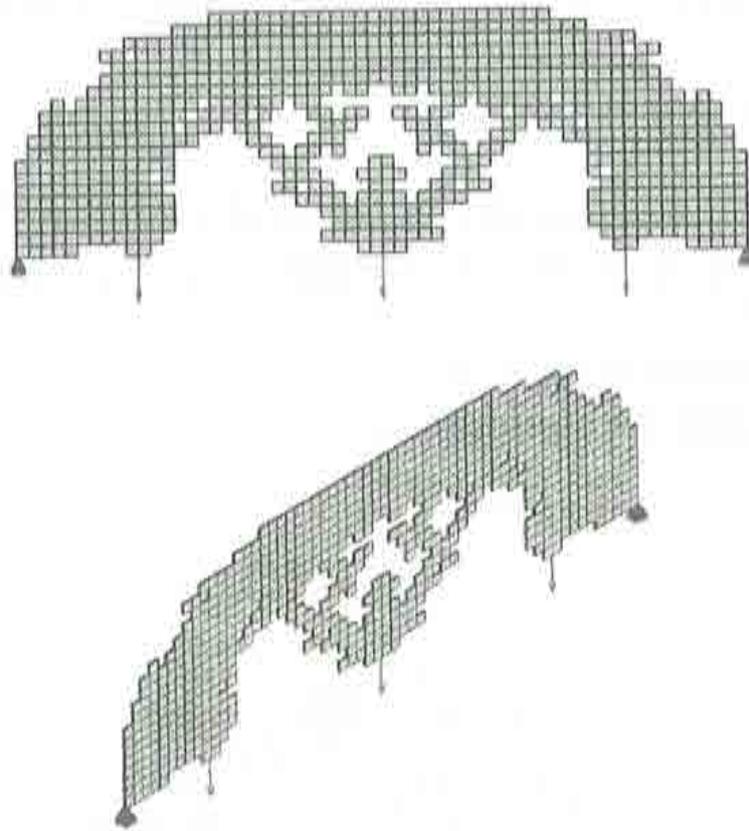


Figura V. 23.- Estructura con múltiples cargas aplicadas, caso CE20.

Para el caso de una estructura no sujeta a restricciones tenemos el ejemplo de la Figura V. 24, esta estructura es la obtenida con los siguientes parámetros genéticos:

- Número de generaciones = 500
- Número de individuos de la población = 200
- Probabilidad de mutación = 0.0005
- Probabilidad de cruce = 0.95

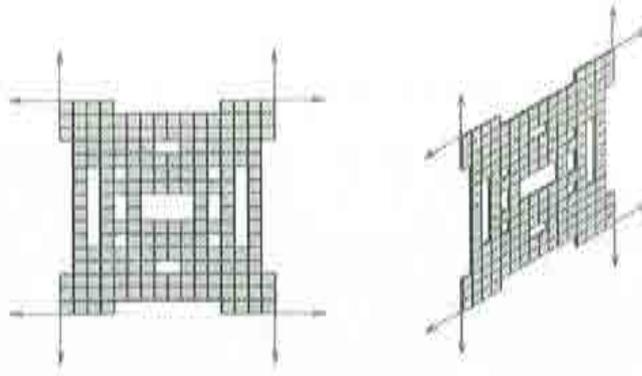


Figura V. 24.- Estructura sin restricciones.

V.3 ESTRATEGIAS EVOLUTIVAS (PROGRAMA ES-MEF).

La presentación de los resultados obtenidos con el programa ES-MEF (Apartado IV.4.2) se ha dividido en cuatro subapartados que son:

- 1.-Comparación de las dos versiones de Estrategias Evolutivas (μ,λ) -ES y $(\mu+\lambda)$ -ES. (Apartado V.3.1)
- 2.-Influencia del tipo de operador de mutación. (Apartado V.3.2)
- 3.-Influencia del número de hijos por padre. (Apartado V.3.3)
- 4.-Estructuras obtenidas. (Apartado V.3.4)

La influencia de la creación de la población inicial, el tipo de codificación, la función de mérito, el método de resolución del sistema de ecuaciones y la simetría son aspectos contemplados con el programa AG-MEF (Apartado V.2) y que no se contemplan en este apartado por ser la tendencia es similar en ambos programas.

V.3.1 Comparación (μ,λ) -ES y $(\mu+\lambda)$ -ES

En las gráficas de las Figura V. 25 y Figura V. 26 se muestra la evolución del mérito para las dos versiones de Estrategias Evolutivas analizadas (Apartado IV.4.2), considerando el operador de mutación constante y el parabólico, respectivamente.

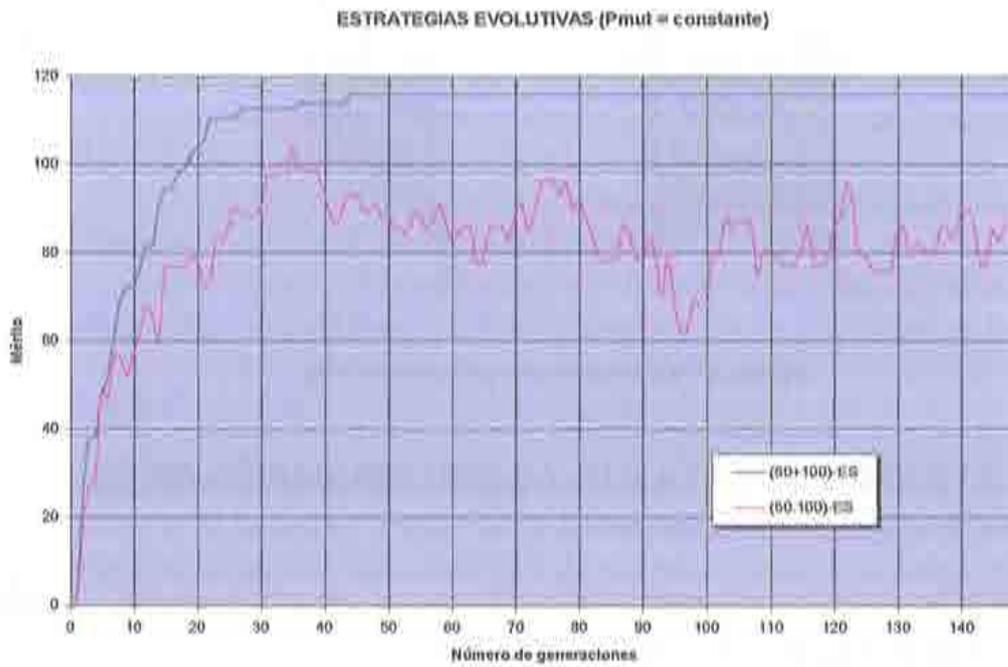


Figura V. 25 Variación de la función de mérito con el número de generaciones, considerando el operador de mutación el constante.

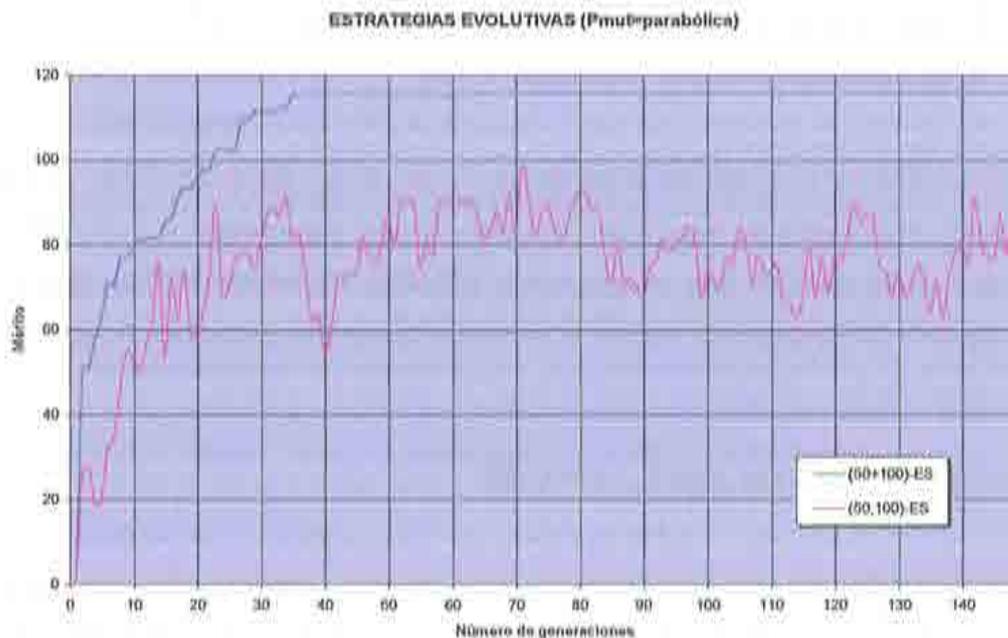


Figura V. 26 Evolución de la función de mérito considerando el operador de mutación parabólica.

En dichas gráficas se puede observar que si comparamos la versión $(\mu+\lambda)$ -ES con la (μ,λ) -ES, vemos que con la primera se obtienen mejores resultados. Con la versión $(\mu+\lambda)$ -ES la curva siempre va subiendo, cosa que no ocurre con la gráfica de la versión (μ,λ) -ES, que posee muchos picos y valles. Esto es debido, principalmente, a que la población cambia en cada generación y puede ser que los descendientes no mejoren e incluso sean peores que los padres, hecho que se produce con bastante frecuencia, como se puede observar en las gráficas anteriores.

Los parámetros de los operadores de mutación son; 0.05 para la mutación constante y para la mutación parabólica se tomarán como valores límites 0.04 y 0.06, con lo que se pretende que los valores medios sean iguales. Las gráficas de las Figura V. 25 y Figura V. 26 han sido obtenida con el ejemplo CS12. Las curvas obtenidas para los ejemplos AR10 y AR20 son similares.

Los ejemplos en los que actuaba más de una carga como PU10, CE12, CE20 y SR, no se han analizado con el programa ES-MEF debido a que las desviaciones de los méritos de la muestra de 20 resultados superaba el 20 %, por lo que se consideró que el método no era apropiado para estos casos.

V.3.2 Influencia del operador de mutación.

La comparación de los tipos de operadores de mutación se ha realizado con las dos versiones de Estrategias Evolutivas; la evolución del mérito se muestra en la Figura V. 27 para la versión (μ,λ) -ES y en la Figura V. 28 se muestra para la versión $(\mu+\lambda)$ -ES.

Con dichas gráficas se puede comprobar que con los dos operadores de mutación se obtienen resultados similares, aunque en un principio se podría esperar obtener mejores resultados con la mutación parabólica, ya que este operador se adapta, entre ciertos límites, al proceso de evolución de la población.

Los resultados presentados son para el ejemplo CS12, con una población de 50 padres y 100 hijos. Para el caso de mutación constante se ha elegido una probabilidad de mutación de 0.05 y para el caso de mutación parabólica el valor

máximo ha sido 0.06 y el mínimo de 0.04, de tal forma que la probabilidad media sea la misma.

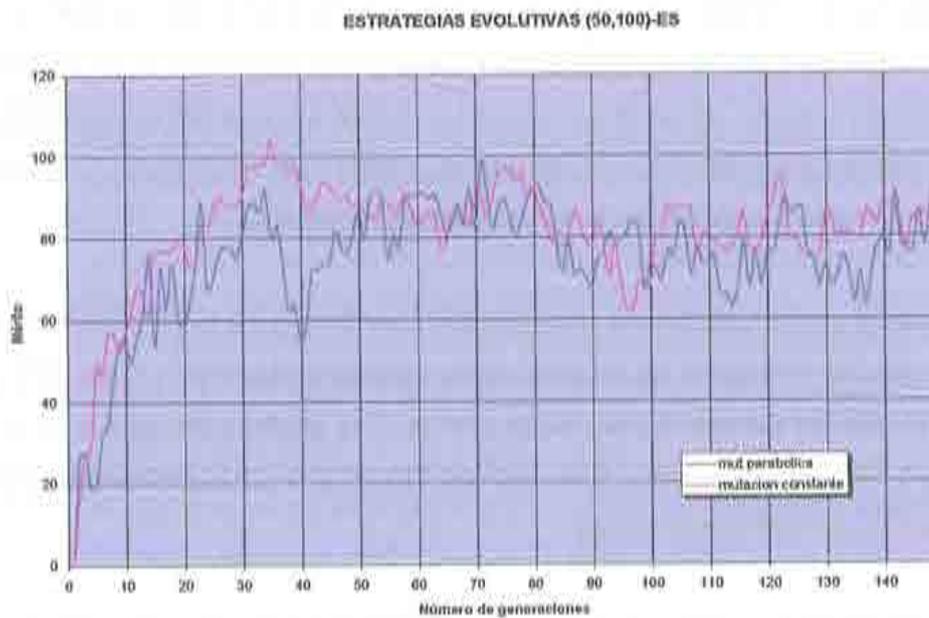


Figura V. 27 Gráfica comparativa de los operadores de mutación para la versión (50,100)-ES, para el ejemplo CS12,



Figura V. 28 Gráfica comparativa de los operadores de mutación para la versión (50+100)-ES, para el ejemplo CS12,

Otro aspecto importante son los valores de los parámetros de probabilidad de mutación. En la gráfica de la Figura V. 29 se muestra la evolución de la función de mérito para la versión $(\mu+\lambda)$ -ES y el operador de mutación parabólico, con varios valores de los parámetros de probabilidad de mutación.

En la gráfica de la Figura V. 29 sólo se muestran los resultados para tres conjuntos de valores. Con ello se pretende mostrar de forma clara que valores límites para la probabilidad de mutación no son aconsejables, ya que en esos casos la probabilidad de alcanzar un máximo local aumenta. Los valores con los que se obtienen buenos resultados son cercanos a 0,05.

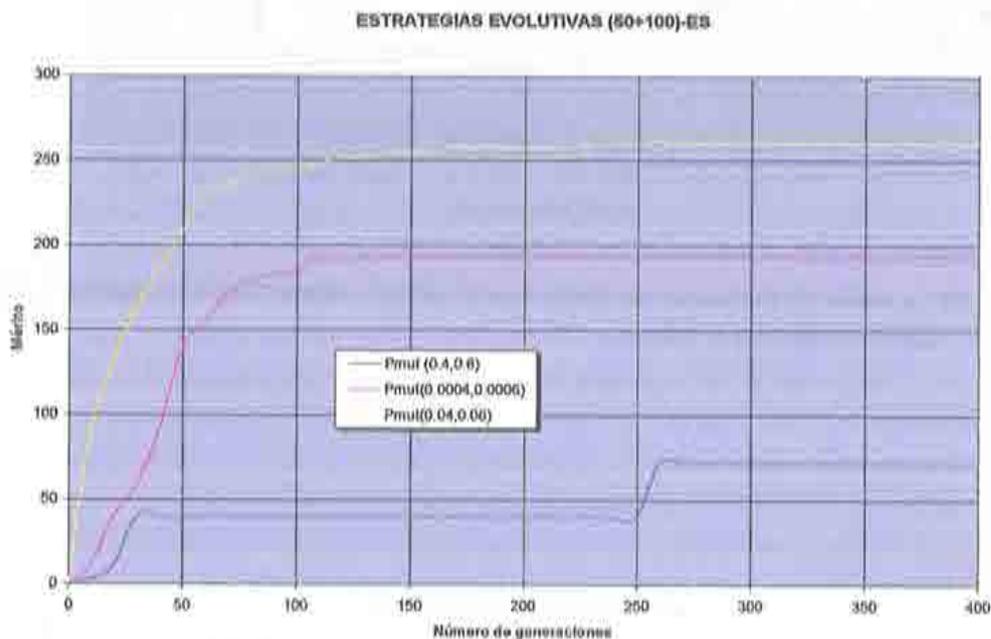


Figura V. 29.- Influencia de los parámetros de la probabilidad de mutación para el operador de mutación parabólica.

V.3.3 Influencia del número de hijos por padre.

El estudio de la influencia del número de hijos por padre se ha realizado ajustando los parámetros de tal forma que el número de evaluaciones realizada en cada caso sea el mismo, además de considerar los mismos parámetros estratégicos siguientes:

- Número de hijos = 100
- Probabilidad de mutación mínima = 0.04
- Probabilidad de mutación máxima = 0.06

Las gráficas que se presentan son para el ejemplo CS12.

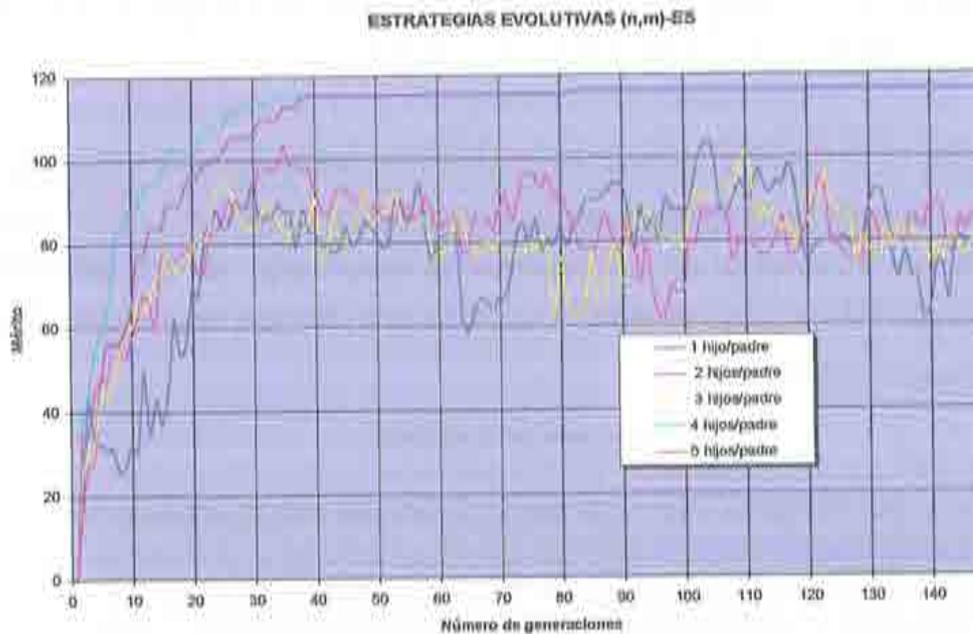


Figura V. 30 Variación de la función de mérito con el número de generaciones, para el caso de la versión (μ,λ) -ES.

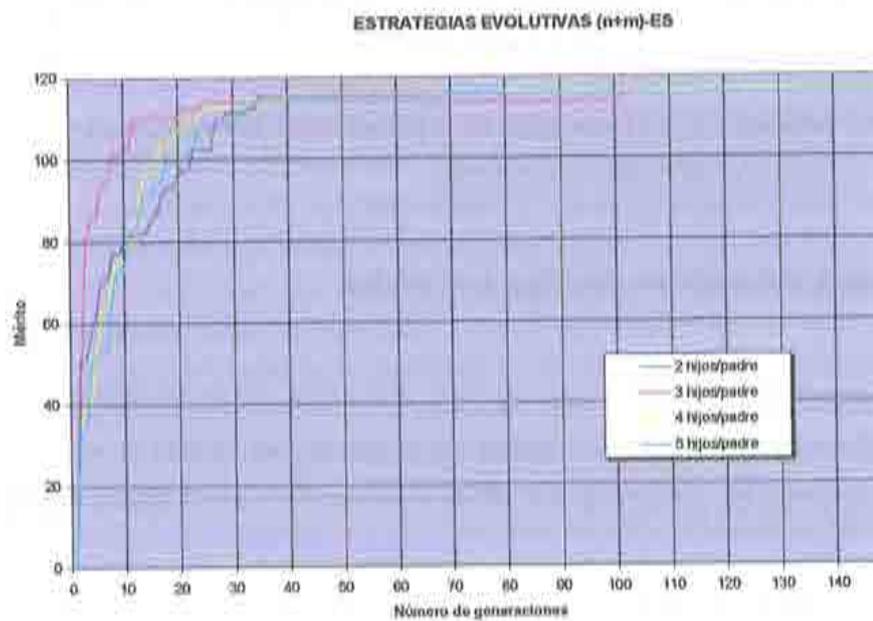


Figura V. 31 Gráfica de la influencia del número de hijos por padre para $(\mu+\lambda)$ -ES.

La variación de la función de mérito con el número de generaciones para la versión (μ, λ) -ES se muestra en la gráfica de la Figura V. 30, en ella que se puede observar que cuanto mayor es el número de hijos, mejores son los resultados obtenidos.

También se puede comprobar en dicha gráfica que existe una gran dependencia del número de hijos por padre en la solución final, ya que los valores obtenidos son muy diferentes.

Con el programa ES-MEF, en su versión (μ, λ) -ES, se obtienen los mejores resultados eligiendo una población menor de padres y realizando más mutaciones de esa población, que considerando una mayor población de padres y menos mutación de ellos. En este caso las soluciones finales pueden ser muy diferentes.

La influencia del número de hijos por padre, para la versión $(\mu + \lambda)$ -ES es poco representativa como se puede comprobar en la Figura V. 31, en la que se observa que con las cuatro posibilidades mostradas el mérito final es el mismo. La gráfica es para el mismo ejemplo que la versión (μ, λ) -ES y con los mismos parámetros.

V.3.4 Topologías obtenidas

Las estructuras obtenidas con el programa ES-MEF, cuando se emplea la versión $(\mu + \lambda)$ -ES, son iguales a las obtenidas con el programa AG-MEF. No obstante, se presentan tres muestras de las estructuras obtenidas en: la Figura V. 32 para el ejemplo CS12, la Figura V. 33 para el ejemplo AR10 y la Figura V. 34 para el ejemplo AR20.

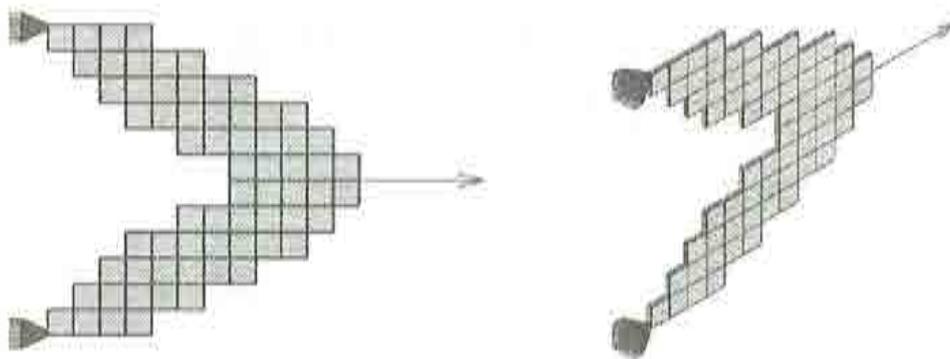


Figura V. 32.- Estructura obtenida para el ejemplo CS12.

En la Figura V. 32 se muestra la estructura obtenida para el caso CS12, empleando (50+100)-ES, y considerando:

- Número de generaciones = 150
- Probabilidad de mutación parabólica:
 - * Probabilidad de mutación máxima de 0.06
 - * Probabilidad de mutación mínima de 0.04.

En la Figura V. 33 se muestra la estructura obtenida para el caso AR10, empleando:

- Número de generaciones = 400
- Probabilidad de mutación parabólica:
 - * Probabilidad de mutación máxima de 0.06
 - * Probabilidad de mutación mínima de 0.04.

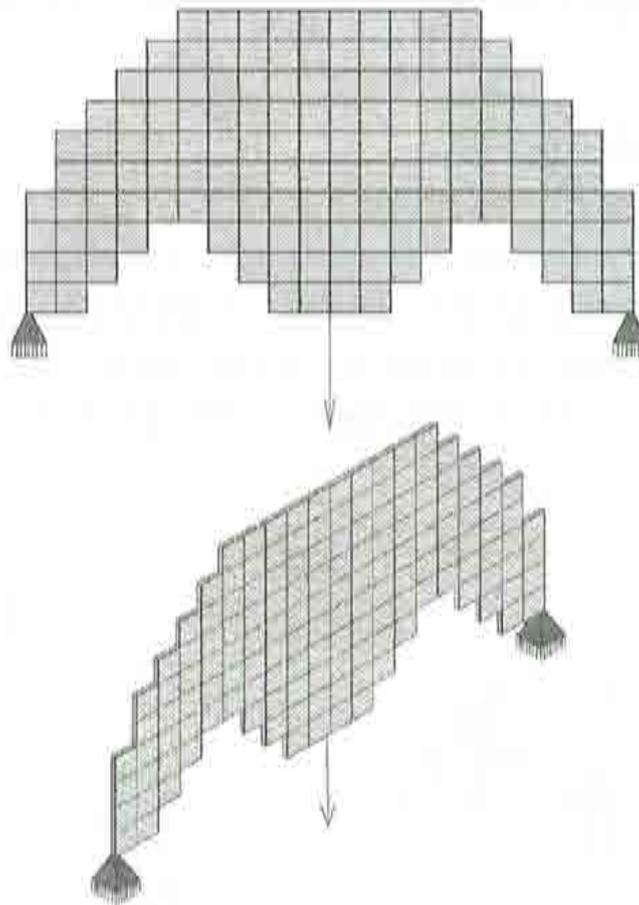


Figura V. 33.- Topología obtenida para el ejemplo del AR10,

En la Figura V. 34 se muestra la estructura obtenida para el caso AR20, considerando:

- Número de generaciones = 600
- Probabilidad de mutación parabólica:
 - * Probabilidad de mutación máxima de 0.06
 - * Probabilidad de mutación mínima de 0.04.

Otro aspecto importante a destacar de este método es que no es posible utilizarlo para resolver problemas en los que se aplique más de una carga, ya que en dichos casos el problema no converge, y el valor final depende del primer número aleatorio considerado.

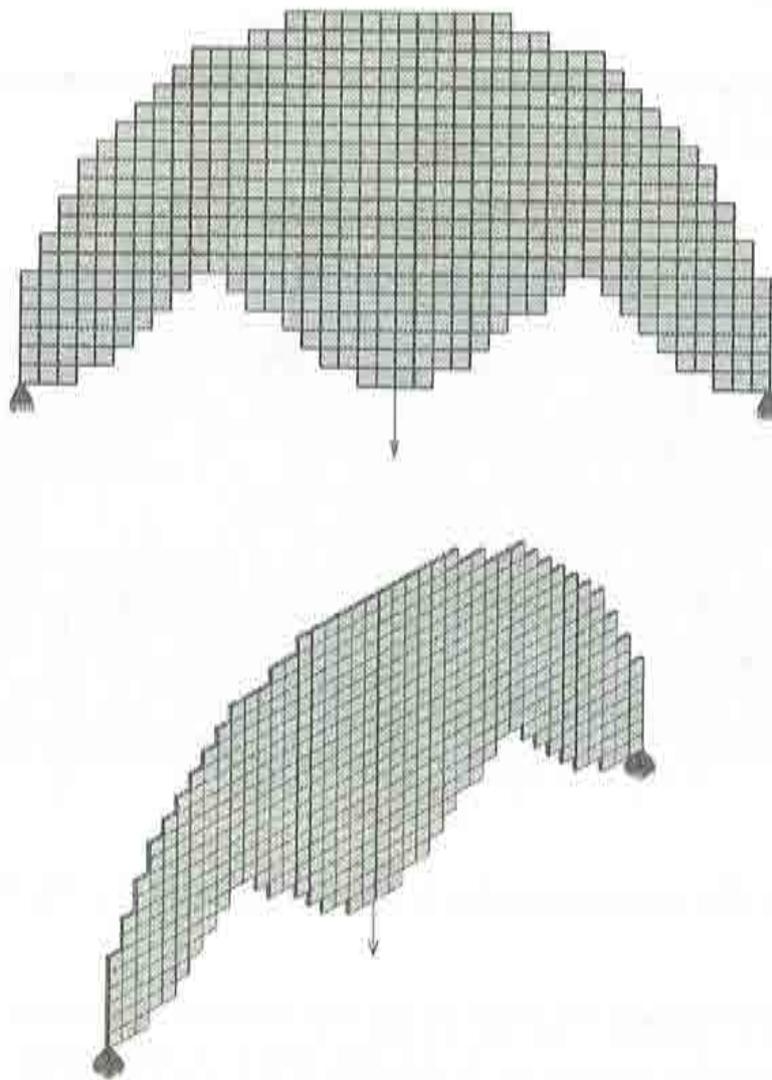


Figura V. 34 Topología obtenida para el ejemplo del AR20,

V.4 EL MÉTODO DE ESCALADA. PROGRAMA ME²F.

El aspecto más importante a considerar con el método de Escalada, y por tanto del programa ME²F, es la generación del primer individuo, ya que para el resto de los aspectos el comportamiento es similar al de los otros métodos estudiados. Dos son las posibilidades contempladas para generar el primer individuo, que son:

- Generarlo de forma aleatoria. (versión aleatoria)
- Considerarlo constituido sólo por material resistente. (versión llena)

En la gráfica de la Figura V. 35 se muestra la evolución del mérito para el ejemplo CS12. En dicha gráfica se puede comprobar la gran diferencia que existe entre las dos versiones.

Un aspecto a destacar en este método es el reducido número de individuos que hay que evaluar en cada proceso de evolución.



Figura V. 35.- Gráfica comparativa de las dos versiones del programa ME²F,

El estudio comparativo realizado de las dos versiones demuestra que se obtiene mejores resultados empleando la segunda opción (versión llena), comenzando el proceso con una estructura compuesta sólo de material resistente.

La diferencia también se observa en el valor de la desviación del mérito. Cuando el primer individuo se genera de forma aleatoria el valor de dicha desviación supera el 50%, y cuando se considera la versión llena esta desviación es inferior al 0.01%.

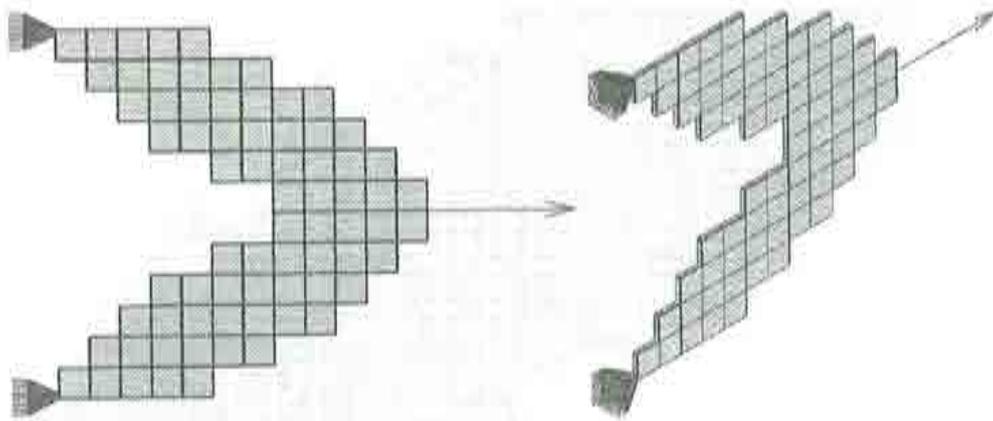


Figura V. 35 Topología obtenida para el ejemplo CS12, versión llena.

Las topologías obtenidas para el ejemplo CS12 con cada una de las versiones anteriores se muestran en la Figura V. 36 para la versión aleatoria y en la Figura V. 35 para la versión llena.

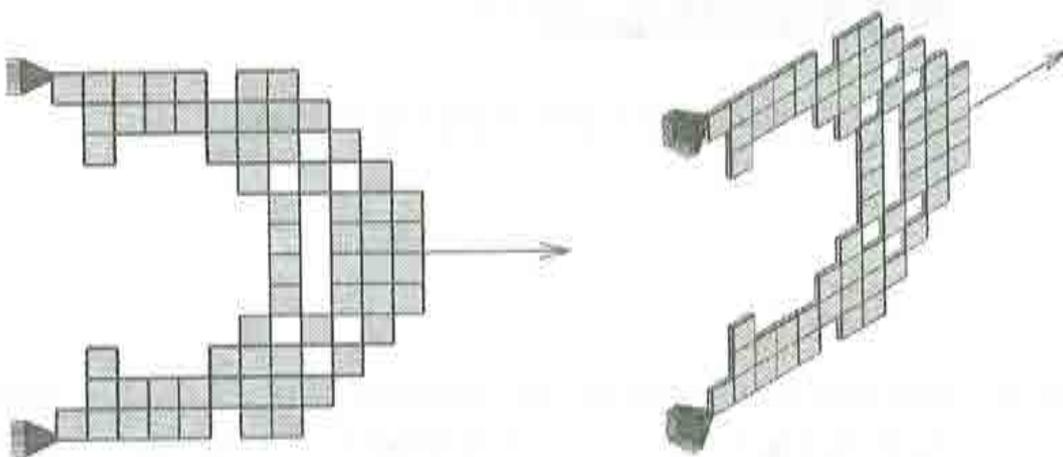


Figura V. 36 Topologías obtenidas para el ejemplo CS12 versión aleatoria

El número de iteraciones (evaluaciones) elegido para estos ejemplos es 150 para el caso CS12. Para el ejemplo CS60 la solución obtenida se muestra en la Figura V. 37 y el número de iteraciones en este caso ha sido de 3000.

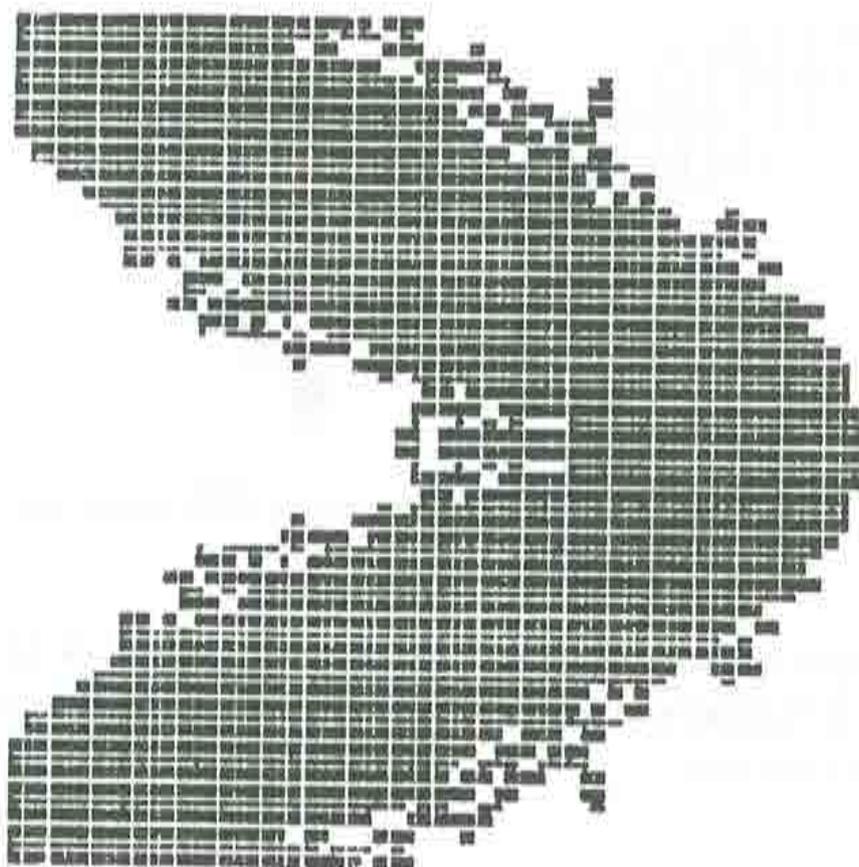


Figura V. 37 Topología obtenida para CS60.

Los resultados obtenidos para los ejemplos asimétrico CA14 y el CA20 se muestran en la Figura V. 38 y la Figura V. 39, respectivamente. El número de evaluaciones considerado ha sido de 3000 para el caso CA14 y 4000 para el caso CA20.

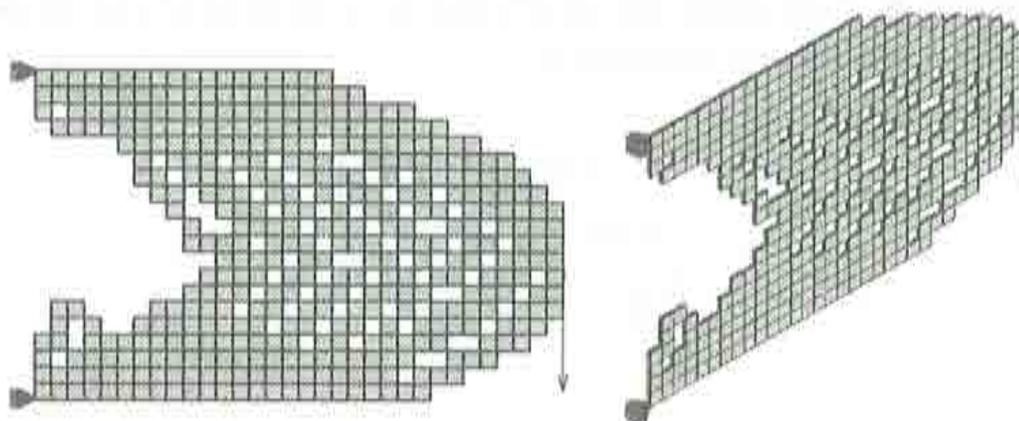


Figura V. 39.- Topología obtenida para CA20.

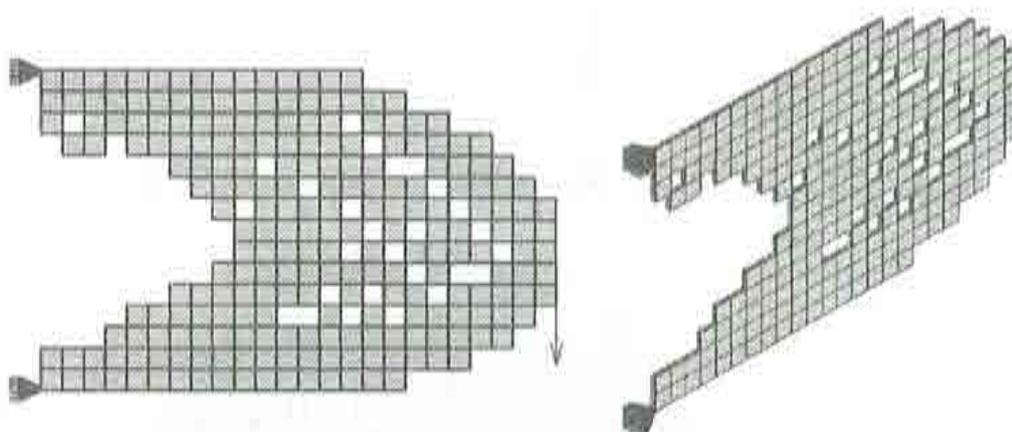


Figura V. 40.- Topología obtenida para CA14

Para los ejemplos AR10 y AR20 las soluciones obtenidas después de 3000 iteraciones se muestran en las Figura V. 41 y Figura V. 42, respectivamente. En ellas se puede observar que se conserva la misma distribución de material.

En todos los ejemplos mostrados hasta ahora, para el programa ME²F, sólo actúa una carga. Si aumenta el número de elementos cargados, los resultados obtenidos no son satisfactorios, y las desviaciones típicas de la función de mérito sobre la muestra de 20 ejecuciones supera el valor del 100 %, considerando en el resto de los casos valores máximos admisibles del orden del 5%. Lo mismo ocurre cuando la

función de mérito posee más de una restricción, como es el caso de la función *merito2*, descrita en el Apartado II.3.

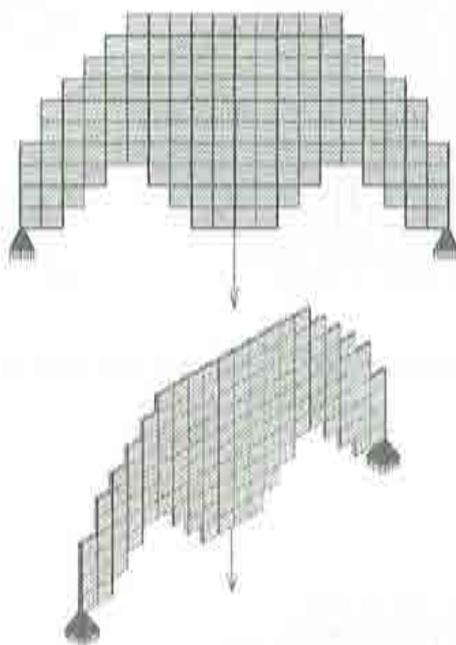


Figura V. 41.- Topología obtenida para AR10.

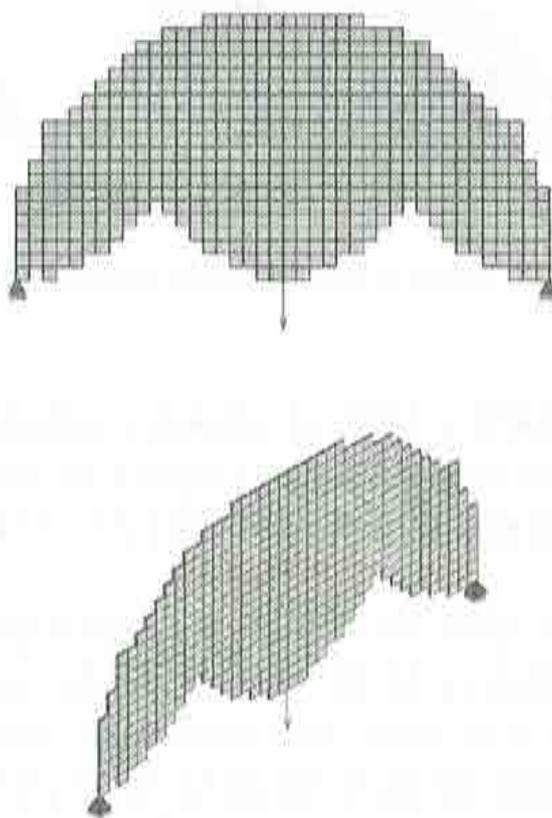


Figura V. 42.- Topología obtenida para AR20.

V.5 EL MÉTODO DE BALUJA. PROGRAMA PBIL-MEF.

Las estructuras obtenidas con el método de Baluja son diferentes a las obtenidas con los métodos descritos anteriormente, llegando, en algunos casos, a soluciones de mallados en los que las uniones entre dos elementos se realizan mediante un sólo nodo.

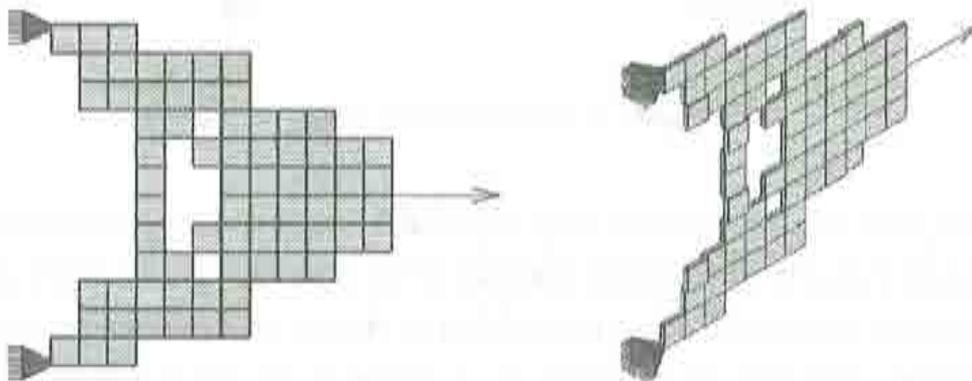


Figura V. 43.- Estructura obtenida para CS12.

La mejor estructura obtenida para el ejemplo CS12 es la mostrada en la Figura V. 43, y la estructura media es la mostrada en la Figura V. 44. Para este ejemplo la desviación típica del peso es del 48 % y esto se refleja en la diferencia existente entre la estructura media y la mejor estructura obtenida.

Esta estructura se ha obtenido para el ejemplo CS12 haciendo que la población se dirija hacia el 10% de los mejores individuos y considerando los siguientes parámetros:

- Número de generaciones = 200
- Número de individuos de la población = 100
- Probabilidad de mutación = 0.005
- Relación de aprendizaje = 0.05
- Relación de aprendizaje negativo = 0.08
- Relación de mutación = 0.005
- Número de individuos hacia los que se aleja la población=1

- Número de individuos hacia los que se acerca la población=10

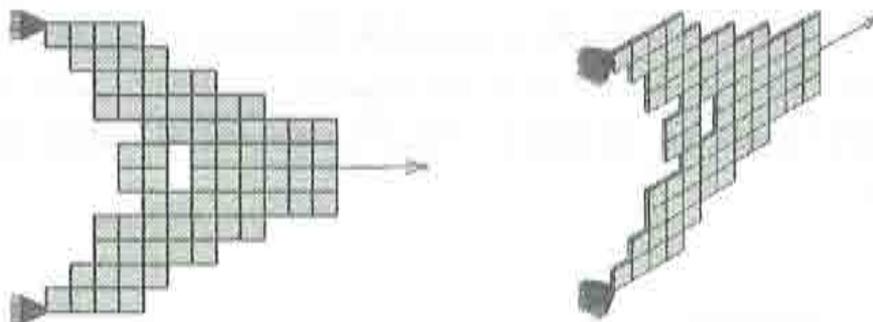


Figura V. 44.- Estructura media para CS12.

El programa PBIL-MEF permite dirigir la población hacia el número de individuos que se desee y alejarlo o no del peor individuo. Dirigir la población hacia uno o dos de los mejores individuos hace que la probabilidad de obtener un subóptimo aumente, como se puede comprobar en la gráfica de la Figura V. 45, en la que se muestra la evolución del mérito para los siguientes casos:

- Dirigir la población hacia el mejor individuo.
- Dirigir la población hacia los dos mejores individuos.
- Dirigir la población hacia los dos mejores individuos alejándola del peor individuo.
- Dirigir la población hacia el 10 % de los mejores individuos alejándola del peor individuo.

En dicha gráfica se puede observar que los mejores resultados se obtiene dirigiendo la población hacia el 10 % de los mejores individuos.

Para el caso de varios casos de carga, si se considera el ejemplo CE12 las desviaciones del mérito son superiores al 100 %, sin embargo cuando se considera un mallado con menor número de elementos, como es el caso del ejemplo CE4, la mejor estructura obtenida es la que se presenta en la Figura V. 46 y la estructura media es la de la Figura V. 47 Para este último ejemplo la desviación del mérito era del 25%.

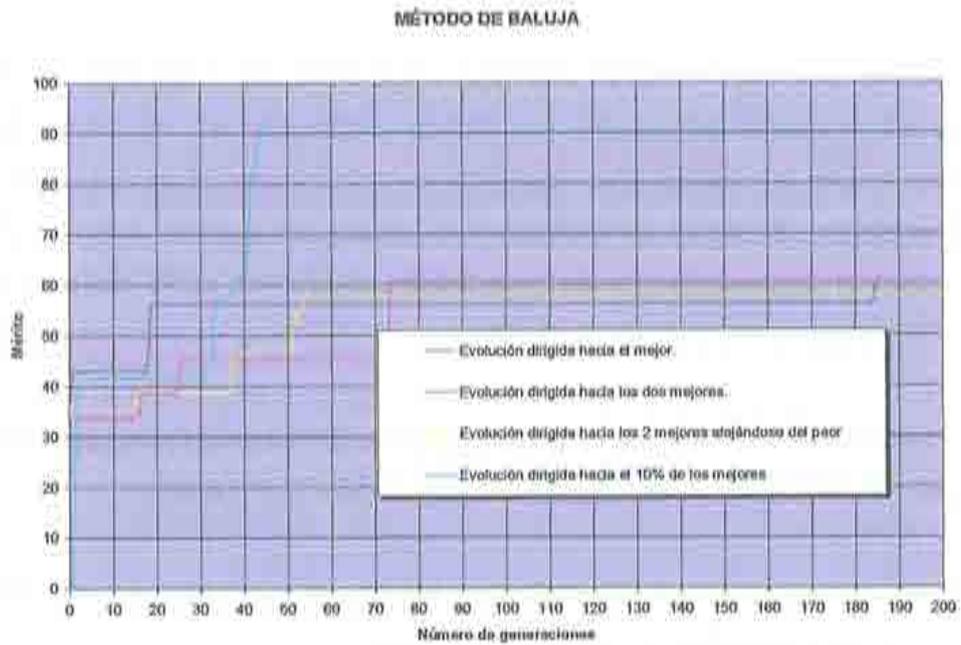


Figura V. 45.- Evolución de la función de mérito con el número de generaciones.

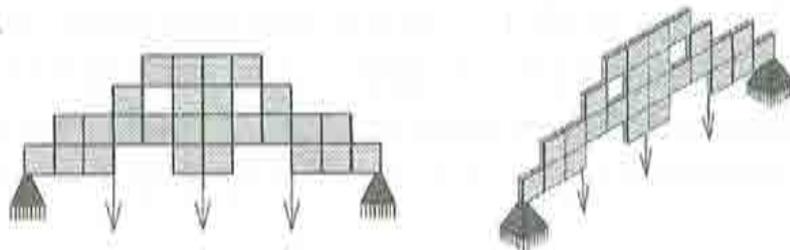


Figura V. 46.- Estructura obtenida para CE4.

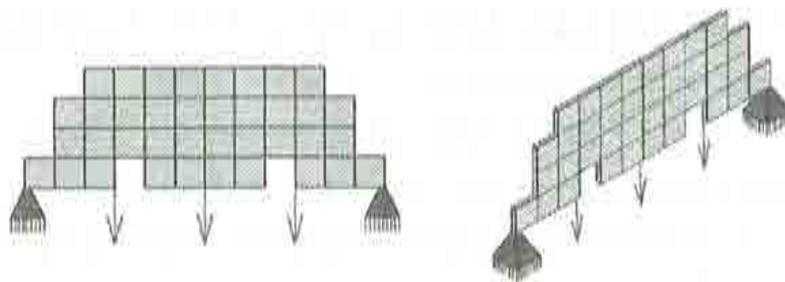


Figura V. 47.- Estructura media para CE4.

V.6 EL MÉTODO DE SEGAG Y SCHOENAUER. PROGRAMA MSS-MEF.

Los resultados obtenidos para los ejemplos estudiados con cualquiera de las tres versiones de evolución propuestas por Segag y Schoenauer, no dieron buenos resultados, ya que la solución final dependía de la población inicial, y la desviación típica de la función de mérito en el mejor de los casos era superior al 50 %. Muchas de las veces el mejor individuo de la primera generación es el mejor individuo obtenido a lo largo del proceso de evolución.

El método evolutivo alternativo es el que proporciona los mejores resultados, mientras que los peores resultados se obtuvieron con la evolución por imitación.

A igual que ocurre con el método de Baluja, las soluciones finales admiten uniones de dos elementos realizadas mediante un sólo nodo.

V.7 RECOCIDO SIMULADO. PROGRAMA SA-MEF.

El método de Recocido Simulado aplicado a la optimización topológica también ha sido empleado por Anagnostou et al [2] para optimizar secciones transversales de estructuras sometida a flexión y a cargas térmicas, empleando para el primer caso mallados de 7x7 elementos y para el segundo caso mallados de 12x12 elementos.

Para el programa SA-MEF desarrollado se han estudiado cuatro versiones diferentes, según como se genere el primer individuo y si se considera el operador de inversión. Estas cuatro versiones son las siguientes:

1. *sa*.- Se considera que el primer individuo esta formado por material resistente y que sólo actúa el operador de mutación.
2. *sa1*.- El primer individuo esta constituido sólo por material resistente y se considera que actúan los operadores de mutación e inversión.
3. *sa2*.- El primer individuo se genera de forma aleatoria y sólo se considera el operador de mutación

4. sa3.- El primer individuo se genera de forma aleatoria y se consideran los operadores de mutación e inversión.

La generación de las soluciones se realiza, a diferencia del resto de métodos, imponiendo la condición de mallado conectado, ya que la ausencia de esta premisa hace que el método no converja. Por condición de mallado conectado se entiende que siempre deben de estar unidos los elementos con carga aplicada y nodos prescritos, mediante elementos compuestos de material resistente.

A continuación se presenta una gráfica comparativa de las cuatro versiones analizadas, para el ejemplo CS12. Los parámetros empleados son:

- Temperatura máxima de 120.
- Temperatura mínima de 1.
- Longitud de la cadena de Markov de 10.
- El parámetro α es de 0.99.
- Probabilidad de inversión es de 0.05.
- Probabilidad de mutación de 0.1.

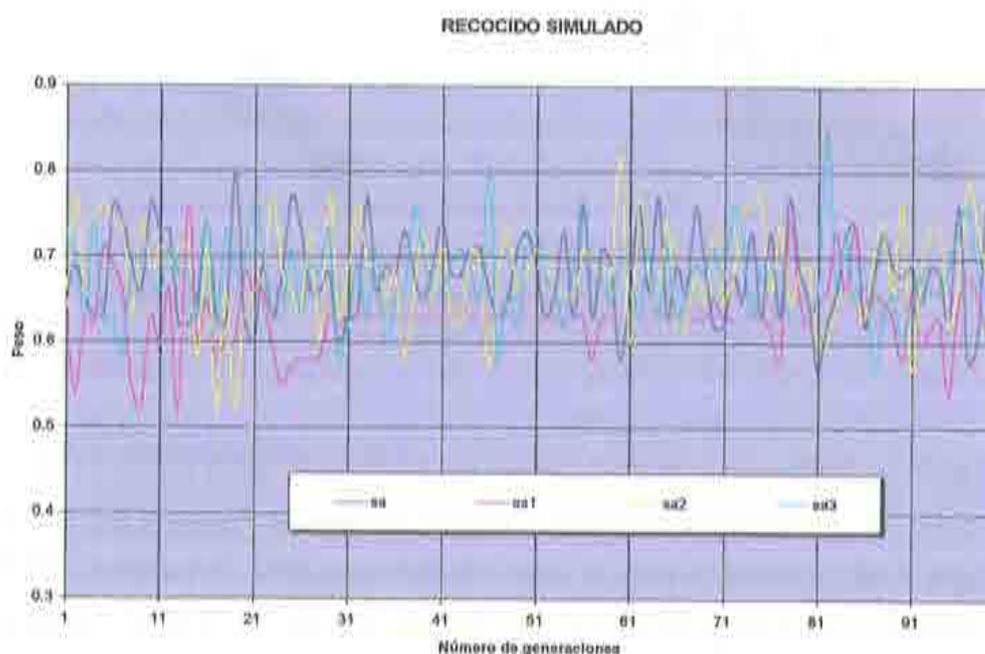


Figura V. 48.- Evolución de la función de mérito con el número de generaciones.

En la gráfica de la Figura V. 48 se puede observar que la diferencia entre las diferentes versiones no es significativa para el ejemplo CS12.

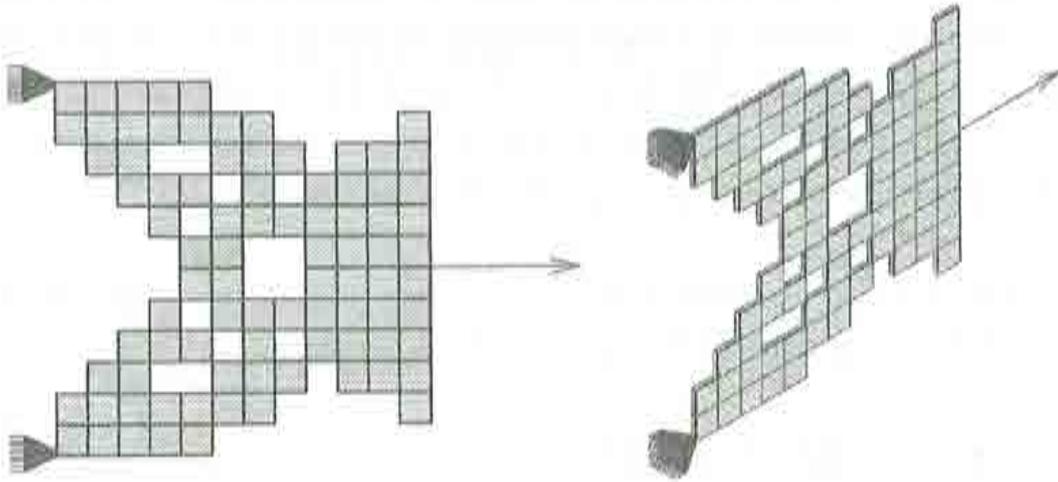


Figura V. 49.- Estructura obtenida con CS12

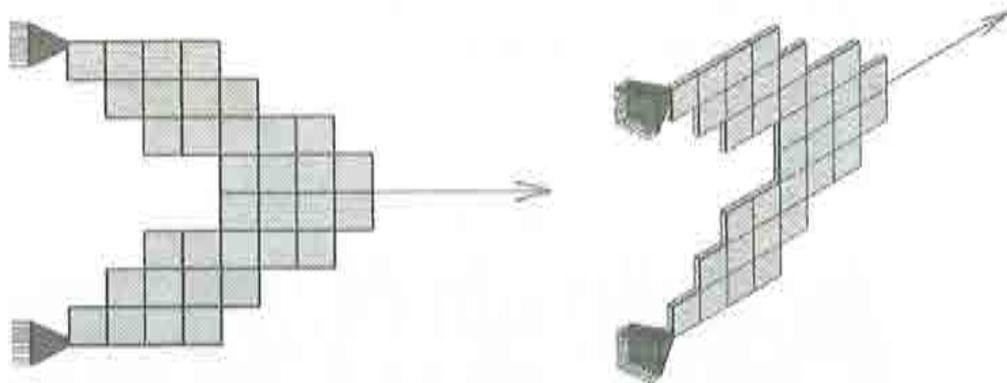


Figura V. 50.- Estructura media obtenida con CS8, versión sa.

Considerando un mallado con menor número de elementos, como puede ser el caso del ejemplo CS8, la estructura promedio obtenida es la de la Figura V.50, siendo la de la Figura V.49 la obtenida para el caso del ejemplo CS12. En ambos casos se consideraron los mismos parámetros. En ambas figuras se puede observar la diferencia en la distribución de material.

Para el ejemplo CS8 la versión *sa3*, no converge, sin embargo para el resto de las versiones el método si converge y la solución final es aceptable. Las mejores estructuras obtenidas para las versiones *sa*, *sa1* y *sa2*, para el ejemplo CS8, y considerando los mismos parámetros que el caso de CS12 son las que se muestran en las Figura V.51, Figura V.52 y Figura V.53, respectivamente.

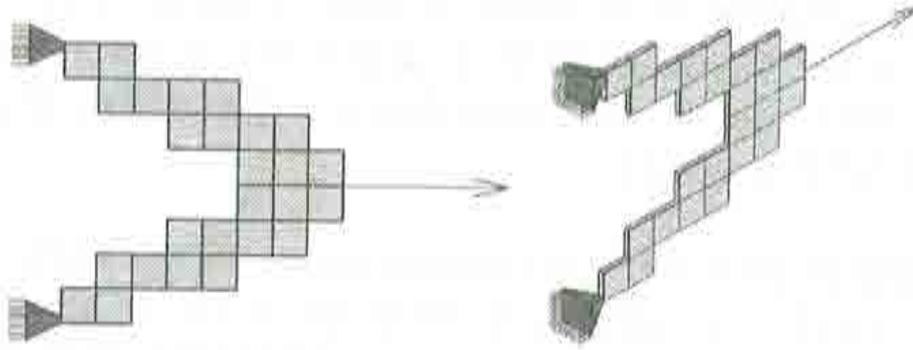


Figura V. 51.- Estructura obtenida con *sa* para CS8.

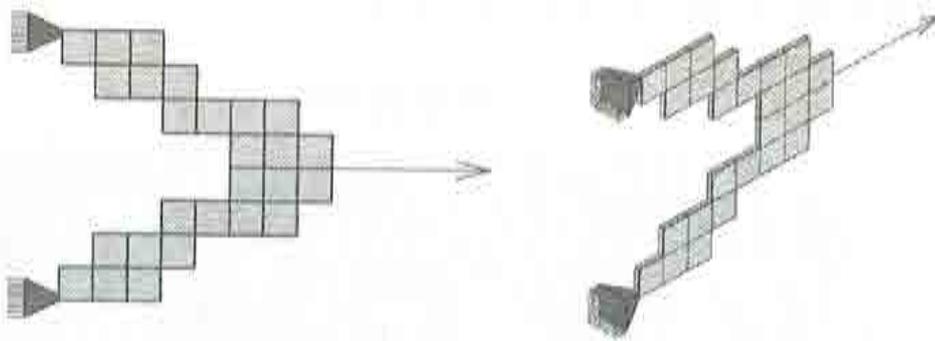


Figura V. 52.- Estructura obtenida con *sa1* para CS8.

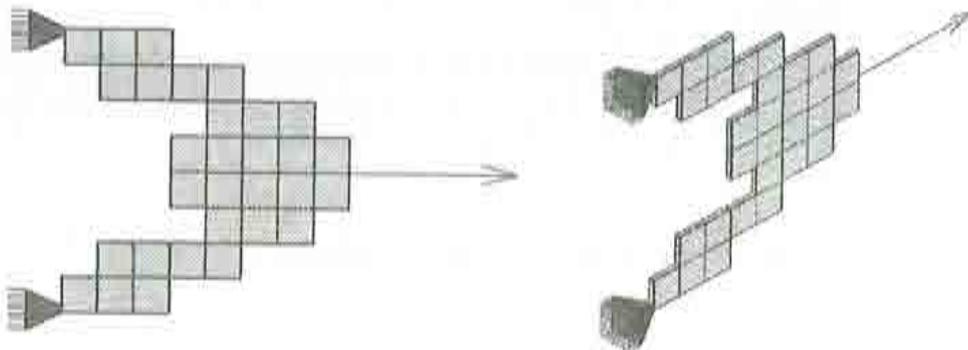


Figura V. 53.- Estructura obtenida con *sa2* para CS8.

V.8 ESTUDIO COMPARATIVO DE LOS MÉTODOS EVOLUTIVOS.

El estudio comparativo de los Métodos Evolutivos analizados se ha realizado considerando los parámetros de tal forma que el número de análisis por el MEF realizado sea el mismo en cada método, salvo en el método de Escalada no se precisaba muchas iteraciones.

En la gráfica de la Figura V. 54 se muestra la evolución del mérito para todos los métodos analizados, y empleando la versión con la que se obtuvo mejores resultados. En dicha figura se puede observar que con el método de los Algoritmos Genéticos (AG) es con el que se obtienen mejores resultados junto con el de Estrategias Evolutivas (ES) y el Método de Escalada (ME). No obstante estos dos últimos métodos no son válidos cuando se considera aplicada más de una carga, y el ME no se puede aplicar a funciones de mérito complejas.

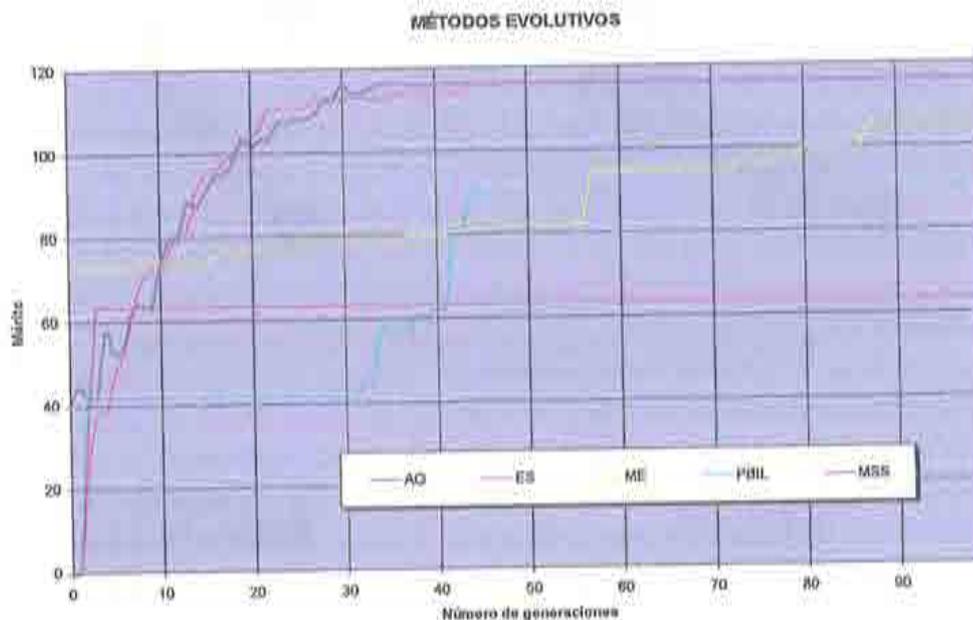


Figura V. 54.- Evolución del mérito para los Métodos Evolutivos desarrollados.

La Figura V. 54 corresponde al ejemplo CS12, pero se ha comprobado que con el resto de los ejemplos, en los que se encuentra aplicada una sola carga, los mejores resultados se obtenían siempre con cualquiera de los tres métodos siguientes:

- Algoritmos Genéticos.
- Estrategias Evolutivas.
- Método de Escalada. (sólo con la función de mérito *merito1*).

Sólo se han observado pequeñas diferencias unas veces a favor del método de los Algoritmos Genéticos y otras veces a favor de las Estrategias Evolutivas, siendo las diferencias en la mayoría de los casos menores del 1%.

Las últimas versiones de Métodos Evolutivos descritas (método de Baluja, método de Segag y Schoenauer y el Recocido Simulado) han proporcionado siempre peores resultados. El método del Recocido Simulado sólo ha dado buenos resultados con mallas de pocos elementos y cuando se aplica una sola carga a la estructura.

El método de Baluja para combinaciones de varias cargas da resultados aceptables cuando los mallados poseen pocos elementos.

El método de los Algoritmos Genéticos es el que no posee ninguna tendencia determinista, ya que el resto de los métodos o seleccionan a lo mejor de la población, o la dirigen hacia los individuos mejor dotados. Asimismo es el único método que realiza un escalado de la función de mérito.

El método del Algoritmo Genético, el método de las Estrategias Evolutivas y el método de Escalada son métodos bastante insensibles al tamaño del mallado. Con diferentes tamaños de mallados se llega a soluciones equivalentes, hecho que no ocurre con el método de Baluja y el de recocido simulado. En estos últimos métodos es fácil que la solución se quede atrapada en un subóptimo.

V.9 ANÁLISIS DE UN GANCHO.

Como aplicación práctica de los Métodos Evolutivos se ha estudiado la optimización de la estructura de un gancho. El dominio de partida es el que se muestra en la

Figura V.55. El estudio se ha realizado para dos mallados diferentes (con 9x14 y 11x20 elementos).

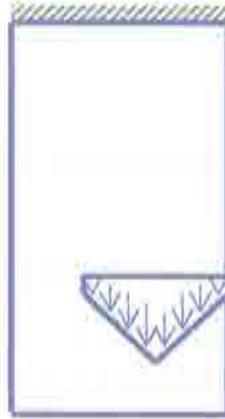


Figura V. 55.- Estructura inicial del gancho.

En la Figura V.56 se muestran los resultados para el mallado de 9x14 elementos y en la Figura V.57 para el mallado de 11x20 elementos. En ambas figuras se puede comprobar que la forma obtenida con los dos mallados es similar y reproduce la forma típica de un gancho.

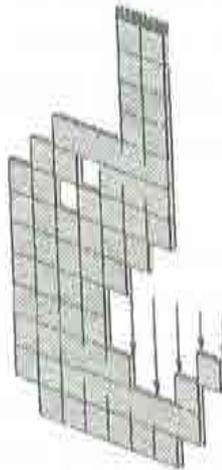


Figura V. 56.- Estructura obtenida para el gancho partiendo de un mallado de 9x14 elementos.

El estudio comparativo de los Métodos Evolutivos analizados se ha realizado considerando los parámetros de tal forma que el número de análisis por el MEF

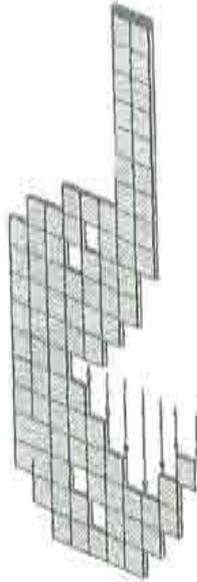


Figura V. 57.- Estructura obtenida para el gancho partiendo de un mallado de 9x14 elementos.

Los parámetros aplicados a los ejemplos anteriores son los siguientes:

- Número de generación = 500
- Número de individuos = 200
- Probabilidad de cruce = 0.95
- Probabilidad máxima de mutación = 0.006
- Probabilidad mínima de mutación = 0.004

CAPITULO VI
CONCLUSIONES Y LÍNEAS
FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

CAPITULO VI

VI. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN.

El presente capítulo se dedica a las conclusiones a las que se ha llegado durante la realización del trabajo, así mismo se abordan las posibles nuevas líneas de investigación que surgen como resultado del trabajo de investigación realizado.

VI.1 CONCLUSIONES

El trabajo es una contribución de las posibilidades de los Métodos Evolutivos y más concretamente de los Algoritmos Genéticos para el estudio de problemas de optimización topológica en estructuras, que nacen del estudio de la evolución de los seres vivos, y son la antítesis de los métodos deterministas, que establecen que todo está marcado por una causa precisa.

La resolución clásica determinista del problema de optimización estructural parte de una posición fijada a priori y desde ella se tiende al máximo relativo más cercano, la probabilidad de que este máximo relativo no sea el máximo absoluto existe. Por contra la resolución mediante Algoritmos Genéticos, parte de un conjunto de estructuras y desde ellas se comienza a explorar el espacio de posibles soluciones con lo que la probabilidad de obtener el óptimo global aumenta.

Las conclusiones a las que se han llegado en el trabajo abarcan aspectos relacionados con la etapa de análisis estructural con el Método de los Elementos Finitos, con la búsqueda del elemento más adecuado para resolver el problema abordado y con los Métodos Evolutivos desarrollados.

Las mejoras introducidas en la etapa de análisis son:

- La eliminación del empleo de dos mallados diferentes, uno de elementos triangular para el análisis estructural y otro de elementos cuadrados para el análisis genético, utilizando un sólo mallado de elementos cuadrados para los dos análisis.
- Al analizar las estructuras con el Método de los Elementos Finitos se reduce el número de elementos del mallado. Cuando éste está conectado, sólo es necesario considerar los elementos que poseen material resistente.
- El análisis se realiza sin reenumeración del mallado.

En referencia a los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones se puede afirmar:

- El principal inconveniente que poseen los métodos directos de resolución del sistema de ecuaciones para los problemas estudiados es que cuando el número de operaciones que se realiza supera un cierto valor, además de exigir tiempos de cálculos elevados, se puede producir una acumulación significativa de errores de redondeo. En esos casos se puede recurrir a los métodos iterativos que son menos sensibles a dichos errores y están mejor adaptados para grandes sistemas de ecuaciones.
- El número de iteraciones que se realiza en la resolución del sistemas de ecuaciones mediante métodos iterativos disminuye a medida que la población va evolucionado, aunque para los problemas estudiados de tamaño medio el tiempo de calculo que precisan los métodos iterativos analizados superan en tiempo al del método de Gauss.

Desde la perspectiva de los Algoritmos Genéticos se puede concluir que:

- La generación de la población inicial, se puede hacer de forma aleatoria sin necesidad de fijar los elementos con restricciones, ya que el propio método se encarga de fijarlas.
- La representación del cromosoma en forma matricial, al contrario de como se podría pensar en un principio, no mejora la solución final del problema.

En lo referente a los operadores genéticos:

- La mutación es el operador principal de las Estrategias Evolutivas, del Método de Baluja y de los propuestos por Segag y Schoenauer y el cruce es un operador secundario.
- En los Algoritmos Genéticos ocurre al contrario, el cruce es el operador genético principal y la mutación es el secundario.

Si comparamos los Algoritmos Genéticos con otros Métodos Evolutivos podemos concluir que:

- El método de las Estrategias Evolutivas realiza una selección determinista escogiendo los mejores, aplicando la aleatoriedad a ese grupo.
- El método de Baluja dirige la población hacia los mejores individuos alejándola de los peores.
- Los Métodos Evolutivos propuestos por Segag y Schoenauer escogen los peores individuos y de ahí extraen lo poco que conservan de bueno.
- Los Algoritmos Genéticos no tienen tendencias deterministas como los otros Métodos Evolutivos mencionados.
- Los Algoritmos Genéticos precisan un escalado del mérito antes de realizar la selección, hecho que no ocurre con ninguno de los métodos restantes.
- El método de los Algoritmos Genéticos es el único que converge cuando la estructura a optimizar se encuentra sometida a más de una carga.
- En un Algoritmo Genético la diferencia entre una buena solución de la solución óptima puede ser pequeña en comparación con la diferencia entre una buena y una mala solución. La buena solución se puede perder debido a una mutación aleatoria o debido a la recombinación, para evitar esto se selecciona el mejor individuo de la población y se guarda una replica de este, con la finalidad de sustituirlo sólo por otro mejor. Esto no afecta al proceso de evolución, ya que la copia no se vuelve a introducir en la población, como hacen los *métodos elitistas*.
- En el método de los Algoritmos Genéticos clásico, la convergencia prematura y la trampa del mínimo local ha sido parcialmente motivada por el operador de mutación, dicho operador introduce cambios aleatorios que pueden producir efectos beneficiosos o perjudiciales.

- El método Baluja tiene la habilidad de dirigir la búsqueda a una región del espacio, el Algoritmo Genético mantiene la diversidad de la población, cuando un Algoritmo Genético explora una región del espacio pierde la diversidad y la habilidad para explorar otra región del espacio.

En lo referente al método de las Estrategias Evolutivas cabe destacar:

- Las Estrategias Evolutivas son muy sensible a los parámetros de probabilidad de mutación, con diferentes parámetros se obtienen diferentes soluciones.
- Con la versión $(\mu+\lambda)$ -ES se obtienen mejores resultados que con la (μ,λ) -ES, ya que en esta última versión la población es diferente en cada generación.
- En la versión (μ,λ) -ES el empleo de cuatro o cinco hijos por padre mejora de forma sustancial los resultados finales, con un valor menor el método no converge.
- En la versión $(\mu+\lambda)$ -ES el número de hijos por padre es un parámetro que no influye en el proceso de evolución.

Por último del resto de los métodos podemos concluir:

- El método de Escalada es un método adecuado para la optimización de estructuras que estén sometidas a una sola carga y la función objetivo no tenga más de una restricción.
- El método de Baluja [4] es un método con el que obtuvo buenos resultados para 25 problemas de un total de 27. Estos problemas son del tipo de la mochila (hay que llenar una bolsa con el mayor número de elementos, teniendo cada elemento un costo), el vendedor viajero, redes neuronales y problemas de optimización de funciones numérica. Pero la aplicación de este método a la optimización topológica no ha dado buenos resultados en este trabajo.
- El método propuesto por Segag y Schoenauer da buenos resultados cuando se aplica al problema de la mochila [52], pero no ocurre lo mismo cuando se ha aplicado al problema de optimización topológica.

- El método del Recocido Simulado precisa el empleo del análisis de conectividad del mallado, ya que el empleo de estructuras no conectadas hace que el algoritmo encuentre un sub-óptimo. Este es un método que emplea muchos parámetros y la sensibilidad de dichos parámetros es alta, lo que aumenta la posibilidad de obtener un óptimo local.
- El método de Recocido Simulado presenta una gran dependencia del mallado, obteniéndose buenos resultados sólo con mallados de pocos elementos.

Por otro lado es importante destacar que los Algoritmos Genéticos están pensados para resolver adaptaciones más que para optimizar problemas.

VI.2 LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN.

En el trabajo se ha comprobado que con los Métodos Evolutivos se puede realizar una optimización topológica aceptable y que con el avance de la ciencia y la creación de ordenadores cada vez más potentes, los posibles problemas de memoria y tiempo de cálculo se verán disminuidos. El elemento cuadrado puede simular un pixel y cualquier figura se puede descomponer en pixels.

Las futuras líneas de investigación abarcan aspectos relacionados con:

- La etapa de análisis.
- La codificación del cromosoma.
- El desarrollo de nuevos operadores genéticos.
- Nuevas funciones de mérito y aplicación de multicriterios.
- Desarrollar nuevos Métodos Evolutivos.

Una de las posibles futuras líneas de investigación, considerando la etapa de análisis, es la de considerar la implementación del Método de los Elementos de Contorno con los Métodos Evolutivos, considerando el cromosoma de longitud variable y siendo sus componentes las coordenadas de los nodos del contorno, e incluir la posibilidad de introducir, modificar o eliminar contornos interiores.

En lo referente a la codificación tenemos que:

- Se podría definir al cromosoma como un conjunto de figuras geométricas que representen los huecos interiores de la estructura a optimizar, dichos huecos quedarían definidos por las coordenadas del centro del mismo y por parámetros que definan su forma. Se podrían aplicar como operadores genéticos, el cambio de los valores de los parámetros (tamaño y punto de aplicación), la eliminación o aparición de huecos. Para realizar esto se precisaría desarrollar un algoritmo genético que emplee codificación real.
- El mallado inicial se puede ir modificando a medida que avance el proceso de evolución. Se comenzaría con un mallado rectangular y después de un número determinado de generaciones o cuando la población esté saturada, se cambiaría el mallado rectangular inicial por otro más refinado que corresponda a la estructura media de la población. De esta forma se eliminará el cálculo de zonas en las que no existe material, y el contorno del dominio quedaría más suavizado.
- Otra de las posibles mejoras sería la de buscar una codificación más adecuada, con unos contornos de dominio más flexibles, con posibilidad de definir nuevas funciones de mérito, y añadir cargas dinámicas.

Las posibles mejoras relacionada con los operadores genéticos podría ser:

- Desarrollar un operador de mutación variable con el tiempo, cuando la población tiende a converger la mutación aumenta y viceversa, esto facilitaría el escape de un mínimo local.
- Definir nuevos operadores para la codificación matricial que aprovechen su mejor identificación del dominio.

En cuanto a la función de mérito se podría incorporar términos que tengan en cuenta el número de huecos interiores del dominio e intenten minimizar el número de ellos, para facilitar el proceso de construcción de la pieza optimizada. También se podría incluir el empleo de multicriterio, y mostrar algunas de las estructuras de la superficie de Pareto, con la finalidad de que sea el ingeniero el que elija la estructura que considere más adecuada.

La posibilidad de generar un nuevo Método Evolutivo que sea combinación de los métodos analizados es una opción interesante que merece ser estudiada, Botello et

al [9] han desarrollado un método que combina Algoritmos Genéticos y Recocido Simulado. Las primeras aplicaciones de este método a los ejemplos estudiados en este trabajo, no mejoran los resultados obtenidos con el método del Algoritmos Genéticos, pero se podrían probar nuevas combinaciones.

Las grandes posibilidades de paralelización del método propuesto hacen que sea previsible que se pueda reducir en un próximo futuro el tiempo necesario para optimizar la forma de estructuras complejas. Dentro de la amplia gama de posibilidades de paralelización se podría destacar:

- Para el método de los Algoritmos Genéticos se podrían generar varios procesos de evolución en paralelo, e intercambiar individuos entre los distintos procesos de evolución.
- Con el método de Baluja se podría hacer que los procesos de evolución se dirijan hacia el mejor de todos ellos.
- Se podrían desarrollar varios proceso de Recocido Simulado y aplicar el operador de cruce entre los diferentes procesos, esto permitiría escapar de un mínimo local.

CAPITULO VII
BIBLIOGRAFIA

CAPITULO VII

VII. BIBLIOGRAFÍA.

A continuación se presenta una selección de la bibliografía empleada para la realización del presente trabajo. La misma se encuentra ordenada por orden alfabético.

- 1.- Allaire G., Bonnetier E., Francfort G. y Jouve F., *Shape optimization by the homogenization method*. Centre de mathematiques appliquees, Ecole Polytechnique, R.I. N 337. (octubre 1995).
- 2.- Anagnostou G., Rønquist E. M. y Patera A. T., *A computational procedure for part design*, Computer Method in Applied Mechanics and Engineering 97 pág. 33-48. (1992)
- 3.- Bäck T. y Schwefel H.P., *Evolution Strategies I: Variants and their computational implementation*, Genetic Algorithms in Engineering and Computer science, de John While & Sons, pág. 111-126 (1995).
- 4.- Baluja S., *An empirical comparison of seven iterative and evolutionary function optimization heuristics*. Carnegie Mellon University. Technical Report. CMU-CS-95-193. (Septiembre 1995).
- 5.- Baluja S., *Population-based Incremental Learning: A method for integrating genetic search based function optimization and competitive learning*, Carnegie Mellon University. Technical Report. CMU-CS-94-163. (Junio 1994).
- 6.- Bendsøe M. P. y Kikuchi N., *Generation optimal topologies in structural design using a homogeneization method*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 71, pág. 197-224, (1988).
- 7.- Biron V. P., *Simulated Annealing a Stochastic Optimization Algorithm*, University of California. (Junio 1994).
- 8.- Blickle T. y Thiele L., *A comparison of selection schemes used in genetic algorithms*. Computer Engineering and Communication Networks Lab, TK-Report, núm 11. (diciembre 1995).

- 9.- Botello S., Marroquin J.L. y Oñate E., *Un algoritmo general de búsqueda estocástica aplicado a la optimización de estructuras de acero*. III Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería. SEMNI, pág 697-706 (1996).
- 10.- Calloway L., *Using a genetic algorithm to design binary phase-only filters for pattern recognition*. R. K. Belew y L. K. Booker, editors ICGA91. Morgan Kaufmann, pág 422-429. (1991).
- 11.- Carlson S., *El algoritmo de los dioses* Investigación y ciencias, pág 86-88. (Mayo 1997).
- 12.- Chapman C. D., Saitou K., y Jakiela. M. J., *Genetic algorithm as an approach to configuration and topology design*, ASME Design Automation Conference, Albuquerque, New Mexico. (September 1993)
- 13.- Conde C., Winter G., *Métodos y algoritmos básicos del álgebra*. De. Reverté. (1990).
- 14.- Darwin C., *El origen de las especies*, Introducción de R. E. Leakey, Reseña, Barcelona, (1983).
- 15.- Davidor Y., *Genetic algorithms and robotics*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, (1991).
- 16.- Davis L., *Handbook of genetic algorithms*. VNR Computer Library. (1991).
- 17.- Díaz A. R. y Bendsøe M. P., *Shape optimization of structures for multiples loading conditions using a homogenization method*,. Structural Optimization 4, pág 17-22, (1992).
- 18.- Duda J., *Genetic Algorithm Based Topology and Shape Optimization for Single and Bi-Material Structures*, Design Optimization and Automation. (mayo 1995).
- 19.- Eschenauer H. A., Kobelev V. V. y Schumacher A., *Bubble method for topology and shape optimization of structures*, Structural Optimization 8, pág 42-51. (1994)
- 20.- Estupiñán J. Oñate E. y Suarez B., *Una primera aproximación a la optimización de placas mediante algoritmos genéticos* III Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería. SEMNI, pag 648-657. (1996)
- 21.- Estupiñán J. Oñate E. Y Suarez B. *Structural optimization using Genetic Algorithms, Evolution Strategies and Population-Based Incremental Learning*, EUROGEN 97, Trieste (Italia), (noviembre 1997).
- 22.- Estupiñán J. Oñate E. Y Suarez B. *Structural topology optimization using Genetic Algorithms*, IV World Congress on Computational Mechanics, Buenos Aires (Argentina), vol II, pág. 958, (junio 1998).

- 23.- Fregonese R., *Teoria e implementazione FEM dell'ottimizzazione topologica con metodo di omogeneizzazione: applicazione ad un componente automobilistico*. Tesis doctoral del Politecnico di Torino (1996).
- 24.- Galante M., *Un algoritmo genético simple para la optimización de estructuras planas articuladas*. Rev. Int. Met. Num. para Calc. y Diseño en Ing., vol. 9,2 pág 179-199. (1993)
- 25.- Galante M., *Genetic algorithms as an approach to optimize real-world trusses*. International journal for numerical method in engineering, vol 39, pág 361-382 (1996)
- 26.- Galante M. y Cerrolaza M., *Un algoritmo genético para optimizar estructuras esbeltas reales*. II Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería. SEMNI, pág 126-136 (1993).
- 27.- Gil Espert Ll., *Análisis de sensibilidad con comportamiento no lineal del material y su aplicación en el diseño asistido de estructuras*. Tesis doctoral de la Universitat Politècnica de Catalunya. (1996)
- 28.- Goldberg D. E., *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. (1989).
- 29.- Goonatilake S. y Treleaven P., *Intelligent system for finance and business*, John Wiley & Sons, (1995).
- 30.- Haftka R. T. y Grandhi R. V., *Structural shape optimization a survey*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 57, pág 91-106, (1986).
- 31.- Hernandez S., *Métodos de diseño óptimo de estructuras*. de. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos demarcación de Aragón. (1990).
- 32.- Hinton E. y Siens J., *Fully stressed topological design of structures using an evolutionary procedure*, Engineering Computations, vol 12, pág 229-244, (1995).
- 33.- Hoffmeister y Bäck T., *Genetic Algorithms and Evolutionary Strategies: Simulation and differences*. Universidad de Dortmund, Technical Report N° SYS-1/92. (1992)
- 34.- Holland J. H. *Schemata and intrinsically parallel adaptation* proceeding of the NSF workshop of learning system theory and its applications, Universidad de Florida, pág 43-46. (1973).
- 35.- Kane C. *Optimisation de forme par algorithmes génétiques*. Tesis doctoral de L'Universite Paris 6. (1996).
- 36.- Kikuchi, N., *Adaptive grid design for finite element analysis in optimization*, Computer Aided Optimal design, NATO/ASI seminar, vol 2, pág 307-363. (1986).

- 37.- Kirkpatrick, C. D. Gelatt, JR. y Vecchi M. P., *Optimization by Simulated Annealing*, Science, vol 220, núm. 4598, pág 671-680 (Mayo 1983).
- 38.- Kristensen E. S. y Madsen N. *On the optimum shape of fillets in plates subjected to multiple in plane loading cases*. International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol 10, pág 1007-1019. (1976).
- 39.- Maute K. y Ramm E., *Structural topology optimization* Proceeding of the Fifth International Conference on Reliability of Finite Element Methods for Engineering Applications, Amsterdam, The Netherlands, pág 10-12. (Mayo 1995).
- 40.- Michalewicz Z., *Genetic algorithms + data structures = evolution programs*. Springer-Verlag, (1992).
- 41.- Michielssen E. y Weile D. S. *Electromagnetic system design using genetic algorithms*. Genetic Algorithms in Engineering and Computer science, de John While & Sons, pág 345-369. (1995).
- 42.- Mota Soares C.A. y Choi K.K., *Boundary elements in shape optimal design of structure*, Computer aided optimal design, NATO/ASI, Seminar, vol 2, pág 145,185 (1986).
- 43.- Navarrina Martínez F. *Una metodología general para optimización estructural en diseño asistido por ordenador*. Tesis doctoral de la Universitat politècnica de Catalunya. (1987).
- 44.- Oñate E., *Cálculo de estructuras por el método de los elementos finitos*, CIMNE Barcelona. (1992)
- 45.- Papadrakakis M., Tsompanakis Y., Hinton E. y Sienz J., *Advance solution methods in topology optimization and shape sensitivity analysis*, Engineering Computations Vol 13, N 5 pág 57-90. (1996)
- 46.- Paris F., *Elasticidad*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla, (1985).
- 47.- Pérez Ruy-Díaz J. A. y Pérez Jiménez L., *Optimización de estructuras mediante algoritmos genéticos*. ARECDAO93, pág 281-292. (1993).
- 48.- Picon R., *Teoría de Elasticidad*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla, (1987).
- 49.- Ricketts R.E. y Zienkiewics O.C., *Shape optimization of continuum structures*, New direction in optimum structural design, Atrek E. et al(ed), John Wiley. (1984)
- 50.- Schoenauer M., *Shape representations for evolutionary optimization and identification in structural mechanics*, EUROGEN'95. pág 443-463. (1995)

- 51.- Schwefel H.P. y Bäck T., *Evolution Strategies II: Theoretical Aspects, Genetic Algorithms in Engineering and Computer science*, EUROGEN95 pág 127-140. (1995)
- 52.- Sebag y Schoenauer M., *Mutation by Imitation in Boolean Evolution Strategies*. Ecole Polytechnique de Palaiseau, Francia. (noviembre 1996)
- 53.- Shadid J. N. y Tuminaro R.S., *A comparison of preconditioned nonsymmetric Krylov method on a large-scale MIMD machine*. SIAM J. Sc. Comput, vol 15, N°2, pág 440-459, (Marzo 1994).
- 54.- Shiro M. y Akimoto Y. *Computer program of harmonized mesh generation for finite element method*. Precession mechanical engineering, 46(3), pág 8-13 (1980)
- 55.- Sprave J., *Linear Neighborhood Evolutionary Strategies*. Universidad de Dortmund. (1996).
- 56.- Strang G., Fix G. J., *An Analysis of the Finite Element Method*, Prentice-Hall series in automatic computation.
- 57.- Suzuki K. y Kikuchi N., *A Homogenization method for shape and topology optimization*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 93, pág 291-318, (1991).
- 58.- Thacker W.C., Gonzalez A. y Putland G.E. *A method for automating the construction of irregular computational grids for storm surge forecast models*. J. comp. phy. 37, pág 371-387. (1980).
- 59.- Thierauf G., *Optimal topologies of structures homogenization, pseudo-elastic approximation and the bubble-method*, Engineering Computation, vol 13, N° 1 pág 86-102, (1996)
- 60.- Washizu k. *Variational methods in elasticity and plasticity*, Pergamon Press, (1975).
- 61.- Zienkiewicz O. C. y Zhu J. Z., *A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis*, International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol. 24, pág 337-357 (1987).

[Faint, illegible text representing a list of references]

ANEXO A
DEFINICIONES

ANEXO A

A. DEFINICIONES.

A continuación se incluye la definición de algunos términos relevantes empleados en el presente trabajo. Se ha considerado interesante incluir este anexo debido al empleo de terminología de biología y de ingeniería en el trabajo. La intención de incluir este anexo es la de facilitar la comprensión de estos términos. Los términos aparecen ordenados por orden alfabético.

ADN es el portador de la información genética de los seres vivos.

Alelos son los posibles valores que pueden tener los genes.

Algoritmo es un proceso, generalmente iterativo, para resolver cierto tipo de problemas.

Algoritmos genéticos es un algoritmo que aplica las leyes de supervivencia del mejor dotado de Darwing y su base genético molecular: recombinación y mutación aleatoria de material genético.

Cargas: Acción o conjunto de acciones capaz de producir, en un momento dado, estados tensionales en una estructura o parte de ella.

Código genético: Sistema de reglas mediante las cuales se representa la información genética de la estructura.

Coefficientes ponderadores: Son coeficientes que como su nombre indica pondera cada uno de los términos de la función objetivo, para que de esta forma se pueda crear una superficie de Pareto, y así poder elegir la estructura mejor adaptada a la condiciones de diseño dadas.

Cromosomas son estructuras donde se almacena el material genético organizado.

Cruce: es un operador genético, mediante el cual se obtiene un conjunto de individuos nuevos a partir de la recombinación de otros ya existentes.

Desplazamientos: Traslación o corrimiento. Recorrido de un punto material en un cuerpo, por efecto de las cargas a las que se encuentra sometido.

Desviación típica de la media: Es el promedio de los valores de las diferencias entre cada observación y la media de las observaciones. Esta medida es menos sensible a los efectos inducidos por las observaciones extremas del conjunto

de datos que los que puede producir la varianza y la desviación standard, es decir que proporciona una medida de la dispersión más real.

Desviación típica standard: raíz cuadrada positiva de la varianza.

Elitismo (método elitista): ver método elitista.

Esquema: es un patrón de similitud que se construye introduciendo el signo * de indiferencia en el alfabeto de los alelos. De esta forma un esquema representa a todos los individuos que encajan en una representación.

Estrategias evolutivas: son algoritmos evolutivos que emplean mutaciones, recombinación y una selección determinista y el principio de autoadaptación para el colectivo.

Estructura: Organización establecida en un cuerpo o en un conjunto mediante determinadas distribuciones, disposiciones o relaciones entre sus elementos o partes. Las estructuras son sistemas resistentes destinadas a soportar solicitudes satisfaciendo unos niveles de servicio establecidos.

Estructura media: Es la estructura obtenida a partir de los elementos de mayor frecuencia, en la que se encuentran unidos los elementos que poseen cargas con los que poseen material a través de elementos con material resistente.

Exploración: Es la habilidad que tiene el algoritmo para la búsqueda en un espacio dirigido.

Explotación: es la habilidad que tiene el algoritmo de emplear la información obtenida en la exploración para aplicarlas en búsquedas futuras.

Fenotipo: Constituye el conjunto de estructuras y comportamientos que se producen a partir de las iteraciones del genotipo. Manifestación externa de un genotipo en un ambiente determinado.

Funciones objetivo: función que se ha de optimizar. Es la expresión analítica de la propiedad que se desea optimizar en al diseño

Gen: Constituye una unidad hereditaria, y es un segmento de ADN que codifica una determinada proteína. Fragmento de ADN que constituye la más pequeña unidad funcional. En el presente trabajo, es cada uno de los componentes del cromosoma.

Genoma: Conjunto de genes que especifican todos los caracteres potencialmente expresables de un organismo dado, sin connotación alguna de la naturaleza alélica de los genes integrantes.

Genotipo: Constitución genética contenida en los cromosomas de un individuo, referida a todos o a parte de los caracteres diferenciales.

- Información genética:** Ordenación de las bases de nucleótidos en el ADN que, a través de la transcripción a RNA, da lugar a la especificidad molecular de las proteínas.
- Inversión (operador de):** es un operador genético que cambia la posición de los genes dentro del cromosoma.
- Longitud de un esquema (δ (s)):** es la diferencia entre la última posición fija del esquema y la primera.
- Mérito:** Es el escalar que indica lo adaptado que se encuentra el cromosoma a las condiciones de contorno.
- Mérito medio:** es el mérito obtenido como la media de los méritos de los individuos de una población.
- Mérito máximo:** es el mayor mérito de la población.
- Método de Baluja:** Método Evolutivo que dirige a la población hacia el conjunto de los individuos mejor dotados de la población alejándola de los peor dotados.
- Método de Segag y Schoenauer:** Método Evolutivo que pretende aprovechar los pocos genes buenos que poseen los peores individuos de la población.
- Método elitista:** digase del Método Evolutivo que copia una réplica del mejor individuo de una población a la siguiente.
- Mutación (operador de):** es un cambio genético, detectable y heredable, no debido a la recombinación.
- Nacimiento:** Es la generación de un individuos. La asignación de 1 y 0 al cromosoma.
- Nodos con carga:** nodos en los que se encuentra aplicada la carga
- Nodos con restricciones:** nodos que poseen limitaciones en algún grado de libertad.
- Número pseudoaleatorio:** Son números aleatorios que se obtienen a partir de una fórmula y que imitan los valores de las variables aleatorias. La palabra imitan significa que estos números verifican una serie de pruebas como si fueran variables aleatorias.
- Operador de cruce:** ver cruce.
- Operadores genéticos:** conjunto de herramientas que permiten la manipulación del cromosomas
- Operador de inversión:** ver inversión.
- Operador de mutación:** ver mutación.
- Optimizar:** procedimiento utilizado en el diseño de un sistema, con objeto de hacer máximo o mínimo un determinado índice de comportamiento.

Orden de un esquema ($\alpha(S)$): Es el número de valores fijos que posee un esquema.

Peso es masa del cuerpo por la gravedad medida del efecto de la gravedad.

Población: Conjunto de soluciones (o individuos) consideradas en cada generación.

Ponderadores: ver coeficientes ponderadores.

Reproducción: Producir una nueva población a partir de otra ya existente.

Recombinación: es un operador genético en el que partiendo de un conjunto de individuos se obtiene otro conjunto de individuos, mediante un intercambio de información genética de las primeras.

Saturación: Es un parámetro que indica la diversidad de la población. Se define como el cociente entre el mérito medio y el mérito máximo. Cuando el valor es cercano a la unidad indica uniformidad en la población. Y cuanto más pequeño sea mayor será la diversidad de la población.

Selección: proceso que determina la contribución relativa de los diferentes genotipos de una generación a la formación de la siguiente.

Seudoaleatorio: ver número seudoaleatorio.

Tensiones: fuerza por unidad de área acción de fuerzas que mantienen tenso a un cuerpo.

Vector probabilidad: es un vector cuyas componentes indican la probabilidad de que la mejor solución posea un uno en esa posición. Es un vector que se emplea en el método de Baluja.

ANEXO B
GLOSARIO

ANEXO B

B.GLOSARIO.

Al ser los Métodos Evolutivos, uno de los temas en los cuales no existe prácticamente bibliografía en castellano, se ha creído conveniente, añadir este anexo, en el cual se presenta los términos más relevantes empleados en el presente trabajo y su correspondiente en la bibliografía inglesa. Muchos de los términos no se corresponden con la traducción literal, ya que se ha preferido buscar nombres más adecuados. Sólo se incluyen los términos referidos a los Métodos Evolutivos.

1. Algoritmos Genéticos.- *Genetic Algorithms.*
2. Bloques constructivos .- *Building block.*
3. Convergencia prematura.- *Premature convergence.*
4. Cruce.- *Crossover.*
5. Diversidad .- *Diversity.*
6. Evolución alternativa .- *Alternate evolution.*
7. Evolución por diferenciación .- *Evolution by differentiation*
8. Evolución por imitación .- *Evolution by imitation*
9. Esquema .- *Schema.*
10. Estrategias Evolutivas .- *Evolution Strategies.*
11. Exploración .- *Exploration.*
12. Exploración .- *Exploitation.*
13. Inversión .- *Inversion.*
14. Mérito .- *Fitness .*
15. Método de Baluja .- *Population-based incremental learning (PBIL)*
16. Método de escalada .- *Hill-climbing.*
17. Método de homogeneización .- *Homogeneization method*
18. Mutación .- *Mutation.*
19. Mutación por diferenciación .- *Mutation by differentiation.*
20. Mutación por imitación .- *Mutation by imitation.*
21. Recocido Simulado.- *Simulated Annealing.*
22. Relación de aprendizaje .- *the learning rate*
23. Relación de aprendizaje negativo .- *the negative learning rate.*

- 24. **Selección determinista.**- *Truncation Selection.*
- 25. **Selección por rango** .- *Ranking Selection.*
- 26. **Selección por rango lineal** .- *Linear ranking selection*
- 27. **Selección por rango exponencial** .- *Exponential ranking selection.*
- 28. **Selección por torneo.**- *Tournament selection.*
- 29. **Selección proporcional** .- *Proportional Selection.*
- 30. **Simbolo de indiferencia (*)** .- *Don't care symbol.*

ANEXO C
FORMULACIÓN DEL MEF
PARA EL ELEMENTO
CUADRADO DE CUATRO
NODOS

ANEXO C

C. FORMULACIÓN DEL MEF PARA EL ELEMENTO CUADRADO DE CUATRO NODOS.

El cálculo de la matriz de rigidez elemental se realiza al comienzo del programa, en cada iteración, sólo será necesario el ensamblaje de la matriz de rigidez local correspondiente a cada elemento en la matriz de rigidez global.

A continuación se describe, de forma simplificada, el cálculo de la matriz de rigidez local del elemento cuadrado de cuatro nodos, cálculo que es necesario para hallar los desplazamientos de los nodos del mallado, y con estos poder calcular el desplazamiento de cualquier punto del dominio.

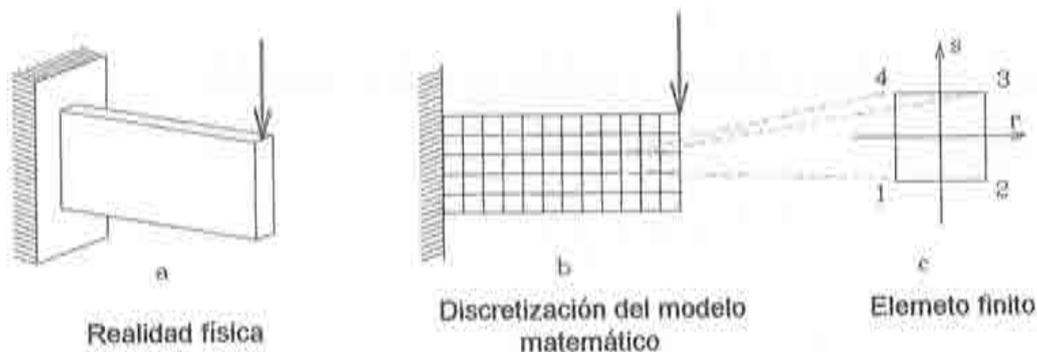


Figura C- 1.- Discretización de una estructura mediante elementos cuadrados de cuatro nodos y el elemento cuadrado de cuatro nodos con la definición de los ejes locales.

En la Figura C- 1 se muestra la estructura (realidad física) que se pretende analizar con el MEF. A partir de la realidad física se selecciona un modelo matemático que la represente, y dicho modelo se discretiza en elementos finitos. En dicha figura se muestra una posible discretización de la estructura (C.1.b) y una ampliación de uno de los elementos del mallado (C.1.c), con sus ejes locales de coordenadas y la numeración local de los nodos.

Los desplazamientos obtenidos con este mallado reproducen el comportamiento del mallado y no de la realidad física.

El elemento cuadrado de cuatro nodos se caracteriza por los cuatro nodos y las coordenadas de dichos nodos. En la práctica los elementos poseen una numeración de los nodos locales y otra global que sirve para el ensamblaje de la matriz de rigidez.

Los desplazamientos cartesianos de un punto cualquiera del interior de un elemento, como el representado en la Figura C- 1, se puede expresar en función de los desplazamientos de los nodos de dicho elemento de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} u &= \sum_i N_i u_i \\ v &= \sum_i N_i v_i \end{aligned} \quad (\text{C. 1})$$

siendo u_i , v_i los desplazamientos nodales horizontales y verticales, respectivamente y N_i la función de forma del nodo i del elemento. La sumatoria se extiende a los nodos del elemento.

Las funciones de forma deben de cumplir las siguientes condiciones:

$$N \Rightarrow \begin{cases} N_i(x_i, y_i) = 1 \\ N_j(x_i, y_i) = 0 \end{cases} \quad (\text{C. 2})$$

siendo r_i y s_i las coordenadas del nodo i .

Las funciones de forma elegidas para el elemento cuadrado de cuatro nodos son:

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + r_i r) (1 + s_i s) \quad (\text{C. 3})$$

Las ecuaciones del campo de deformaciones viene dada por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial x} u_i \\
 \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial y} v_i \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial y} u_i + \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial x} v_i
 \end{aligned}
 \tag{C. 4}$$

Al ser los ejes locales y globales paralelos las primeras derivadas de las funciones de forma con respecto a los ejes globales (x, y) son las mismas que las derivadas con respecto a los ejes locales (r, s) . Las expresiones de las derivadas de las funciones de forma son;

$$\begin{aligned}
 N_{rx} &= \frac{1}{4}(1+s_i s) r_i \\
 N_{ry} &= \frac{1}{4}(1+r_i r) s_i
 \end{aligned}
 \tag{C. 5}$$

La expresión general de la matriz de rigidez es la siguiente:

$$K = B^T D B \tag{C. 6}$$

donde K la matriz de rigidez, D la matriz de constantes elásticas o matriz constitutiva y B la matriz de deformación.

El problema plano puede clasificarse en problema de tensión o deformación plana. La diferencia entre ambos casos, a nivel de formulación, radica en el valor que se le asigna al espesor y el valor de la matriz de constantes elásticas (D).

El espesor para el caso de tensión plana se considera el valor real de dicho espesor y la matriz de constantes elásticas (D), para un material isótropo tiene la siguiente expresión:

$$D = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix}
 \tag{C. 7}$$

Para el caso de deformación plana se considera como espesor la unidad y la expresión de la matriz D , para un material isotropo es la siguiente:

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix} \quad (\text{C. 8})$$

La matriz de deformación, para facilitar la comprensión y teniendo en cuenta que según el teorema de Maxwell_Betti la matriz D es siempre simétrica, se expresa de la siguiente manera:

$$D = \begin{pmatrix} d1 & d2 & 0 \\ d2 & d1 & 0 \\ 0 & 0 & d3 \end{pmatrix} \quad (\text{C. 9})$$

Los valores de las variables $d1$, $d2$, $d3$ se obtiene igualando la matriz anterior a la correspondiente a la matriz de constantes elásticas correspondiente.

La matriz de deformación B puede expresarse en función de las funciones de forma como:

$$B = \begin{pmatrix} N_{1,r} & 0 & N_{2,r} & 0 & N_{3,r} & 0 & N_{4,r} & 0 \\ 0 & N_{1,s} & 0 & N_{2,s} & 0 & N_{3,s} & 0 & N_{4,s} \\ N_{1,s}N_{1,r} & N_{2,s}N_{2,r} & N_{3,s}N_{3,r} & N_{4,s}N_{4,r} & & & & \end{pmatrix} \quad (\text{C. 10})$$

El producto de DB , necesario para el cálculo de la matriz de rigidez, queda de la forma expresada en la ecuación C. 11, en la cual, con el fin de simplificar la expresión se ha puesto en función del subíndice i :

$$(DB)_i = \begin{pmatrix} N_{i,r}d1 & N_{i,s}d2 \\ N_{i,r}d2 & N_{i,r}d1 \\ N_{i,s}d3 & N_{i,r}d3 \end{pmatrix} \quad (\text{C. 11})$$

Si desarrollamos el producto B^TDB , queda una expresión extensa y poco clara, por lo que se ha creído conveniente agrupar los productos de dicha expresión y definir las siguiente variables:

$$\begin{aligned}\lambda_{i,j} &= \iint_{r,s} N_{i,s} N_{j,r} dr ds = \iint_{r,s} N_{j,r} N_{i,s} dr ds = \frac{r_i s_j}{4} \\ \alpha_{i,j} &= \iint_{r,s} N_{i,r} N_{j,r} dr ds = \frac{r_i r_j (1 + s_i s_j)}{12} \\ \beta_{i,j} &= \iint_{r,s} N_{i,s} N_{j,s} dr ds = \frac{s_i s_j (1 + r_i r_j)}{12}\end{aligned}\tag{C. 12}$$

siendo i y j los nodos del elemento, sus valores varían de uno a cuatro.

Para simplificar, aún más, la expresión dividiremos la matriz de rigidez elemental de la siguiente forma:

$$K^e = \begin{pmatrix} K_{1,1}^e & K_{1,2}^e & K_{1,3}^e & K_{1,4}^e \\ & K_{2,2}^e & K_{2,3}^e & K_{2,4}^e \\ & & K_{3,3}^e & K_{3,4}^e \\ Sim. & & & K_{4,4}^e \end{pmatrix}\tag{C. 13}$$

Siendo las expresiones de las submatrices de la matriz de rigidez local las siguientes:

$$K_{i,j}^e = \begin{pmatrix} \alpha_{i,i} + \frac{1-\nu}{2} \beta_{i,i} & \nu \lambda_{i,i} + \frac{1-\nu}{2} \lambda_{i,i} \\ Simétrica & \beta_{i,i} + \frac{1-\nu}{2} \alpha_{i,i} \end{pmatrix}\tag{C. 14}$$

$$K_{i,j}^e = \begin{pmatrix} \alpha_{i,j} + \frac{1-\nu}{2} \beta_{i,j} & \nu \lambda_{i,j} + \frac{1-\nu}{2} \lambda_{j,i} \\ \nu \alpha_{j,i} + \frac{1-\nu}{2} \lambda_{i,j} & \beta_{i,j} + \frac{1-\nu}{2} \alpha_{i,j} \end{pmatrix}\tag{C. 15}$$

Introduciendo los valores de las integrales (C.12) en las submatrices (C.14) y (C.15) se obtiene la matriz de rigidez elemental.

Una vez calculada la matriz de rigidez local, se ensamblan en la matriz de rigidez global y se resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\underline{KU} = \underline{f} \quad (\text{C. 16})$$

del que se obtiene el campo de desplazamientos.

El cálculo de las integrales de las expresiones de las fuerzas nodales equivalente debido a;

- Las deformaciones iniciales,
- Las tensiones iniciales,
- Las fuerzas repartidas por unidad de área y
- Las fuerzas repartidas por unidad de volumen

se calculan de la misma forma que se ha empleado para el cálculo la integral de la expresión de la matriz de rigidez.

ANEXO D
DIAGRAMAS DE FLUJO
GLOBALES DE LOS
ALGORITMOS
DESARROLLADOS

ANEXO D

D. DIAGRAMAS DE FLUJO GLOBALES DE LOS ALGORITMOS DESARROLLADOS.

A continuación se muestran los diagramas de flujo de los métodos descritos en el presente trabajo. El orden de presentación es el mismo que se ha empleado en el Capítulo IV de descripción de los métodos; Se comienza con el Método de los Elementos Finitos. Con cada diagrama de flujo se presenta una breve descripción del método correspondiente. Los diagramas de flujo presentados en este anexo son globales, lo que quiere decir que no se entra en el detalle de la algoritmia, sino que se pretende establecer una visión comparativa entre los diferentes programas desarrollados.

D.1 MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS. (MEF)

El método de los Elementos Finitos, y en especial su proceso de análisis es el mostrado en el diagrama D.1. dicho proceso consiste en calcular para cada elemento la matriz de rigidez local (K_e), ensamblándola después en la matriz de rigidez global (K_g) y calcular los términos correspondientes del vector de cargas (f_g).

Una vez calculado la matriz de rigidez global y el vector de cargas se procede a resolver el sistema de ecuaciones, calculando los desplazamientos que se usarán para calcular las tensiones. Este es el procedimiento general, pero al elegir un elemento cuadrado

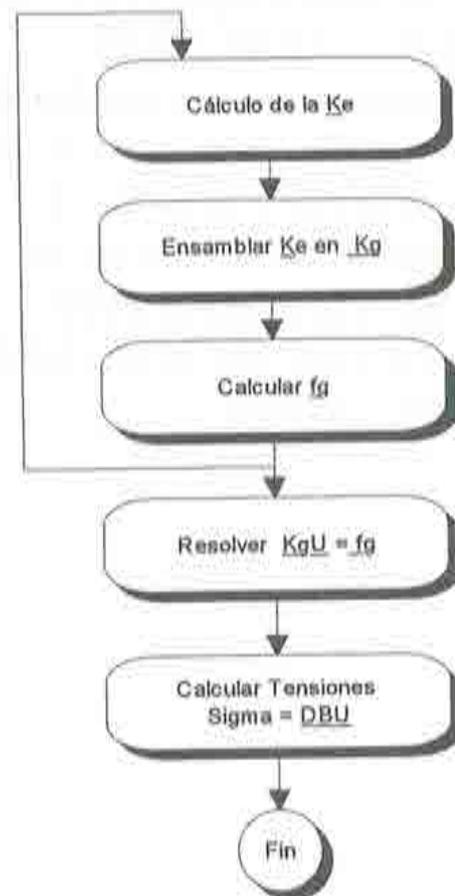


Diagrama D. 1.- El Método de los Elementos Finitos.

y considerando todos los cuadrados de las mismas dimensiones la etapa de cálculo de la matriz de rigidez elemental se elimina del proceso.

D.2 ALGORITMOS GENÉTICOS. (AG-MEF)

El método consiste en crear una población inicial de forma aleatoria, que se evalúa, mediante un análisis estructural, asignando a cada individuo una función de mérito. Una selección de esta población se somete a los operadores de cruce y mutación para la creación de la nueva población. La nueva población se evalúa y se le asigna a cada miembro una función de mérito. Una selección de esta población sustituye a la antigua selección con lo que se cierra el ciclo. El proceso termina cuando se ha realizado un determinado número de ciclos, o la mejora producida durante un número determinado de ciclos no supera cierto valor predefinido.



Diagrama D. 2.- Algoritmos genéticos

D.3 ESTRATEGIAS EVOLUTIVAS. (ES-MEF)

El método de las Estrategias Evolutivas consiste en generar una población inicial de la que se selecciona n padres, de los que se obtiene a través del operador de mutación k ($m \cdot n$) hijos. A continuación se realiza una selección determinista de los mejores individuos, si se consideran sólo los hijos estaríamos considerando la versión (n,k) -ES, y si consideramos la población de los padres más la de los hijos la versión sería la $(n+k)$ -ES. De esta selección de los mejores se vuelve a obtener m hijos por cada padre, con lo que se cierra el ciclo. El proceso termina después de un determinado número de ciclo, o cuando el progreso que se obtiene después de un determinado número de ciclo no supera cierto valor predeterminado.

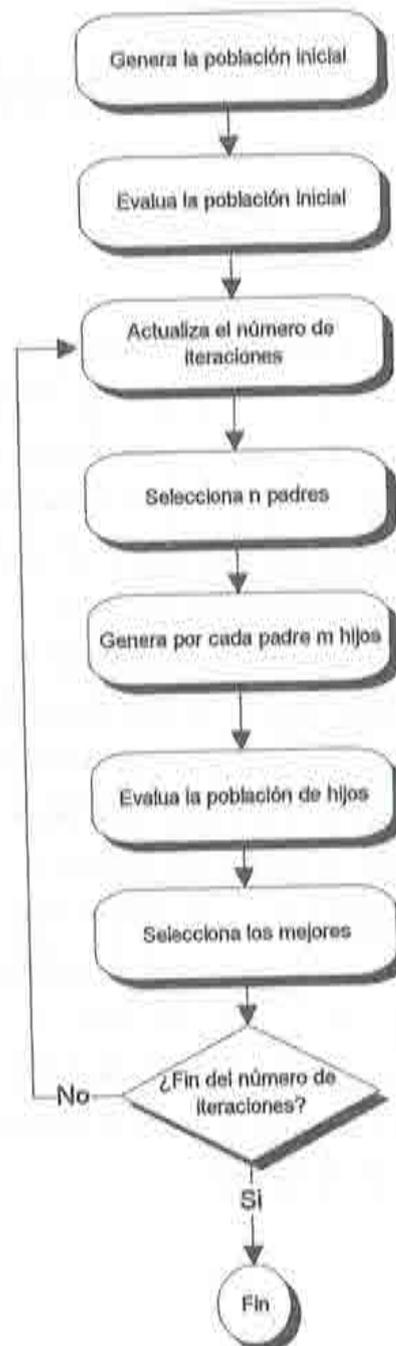


Diagrama D. 3.- Estrategias evolutivas.

D.4 MÉTODO DE ESCALADA. (ME²F)

El método de Escalada consiste en generar un individuo al que se le somete a una mutación, si la mutación mejora al individuo, el individuo mutado sustituye al primero y se cierra el ciclo. En el caso en el que la mutación no mejore al individuo, se apunta la mutación en la variable *Lista*, para evitar que se repita, y se prueba con otra mutación hasta que alguna mejore al individuo. Cuando la mutación es aceptada se inicializa la variable *Lista*. El ciclo se repite hasta que se cumpla un determinado número de iteraciones o hasta que no se consigan mejoras con las mutaciones realizadas después de un determinado número de mutaciones.



Diagrama D. 4.- Método de Escalada.

D.5 MÉTODO DE BALUJA (PBIL-MEF).

El método consiste en generar una población inicial de forma aleatoria. Dicha población se analiza estructuralmente, asignando a cada individuo una función de mérito. Se realiza una selección de los mejores y peores individuos con el fin de actualizar el *vector probabilidad*. Dicha actualización se realiza de tal forma que dirija la población hacia los individuos mejor adaptados, alejándola de los peores adaptados. En base al *vector probabilidad* se actualiza el *vector probabilidad de mutación*. Con el *vector probabilidad de mutación* y la población se genera otra nueva población con lo que se cierra el ciclo. El proceso se termina después de un número determinado de iteraciones.

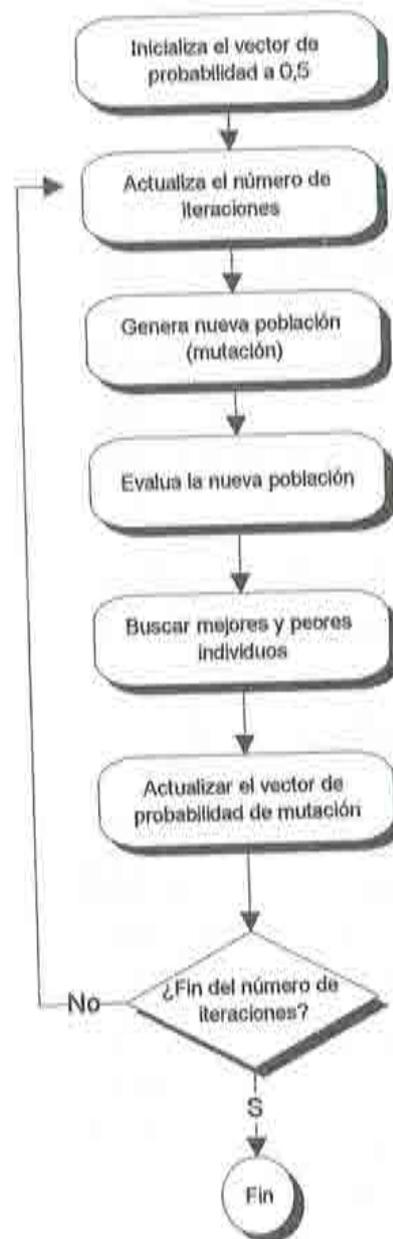


Diagrama D. 5.- Método de Baluja (PBIL)

D.6 RECOCIDO SIMULADO. (SA-MEF)

El método de Recocido Simulado consiste en crear una solución inicial que se analiza estructuralmente, y se calcula el *mérito* de la solución. Mediante perturbaciones de la solución anterior se genera otra nueva solución, que se evalúa y se le vuelve a asignar la función de *mérito* correspondiente. Si este nuevo mérito es superior al anterior, la nueva solución sustituye a la antigua y se cierra el ciclo. En el caso contrario la nueva solución sustituye a la antigua con una cierta probabilidad, que se calcula en cada etapa del proceso. El proceso se repite hasta que se realice un determinado número de iteraciones o las mejoras producidas en el individuo no supera cierto valor predeterminado. El número de iteraciones se controla mediante la variable denominada *temperatura*.

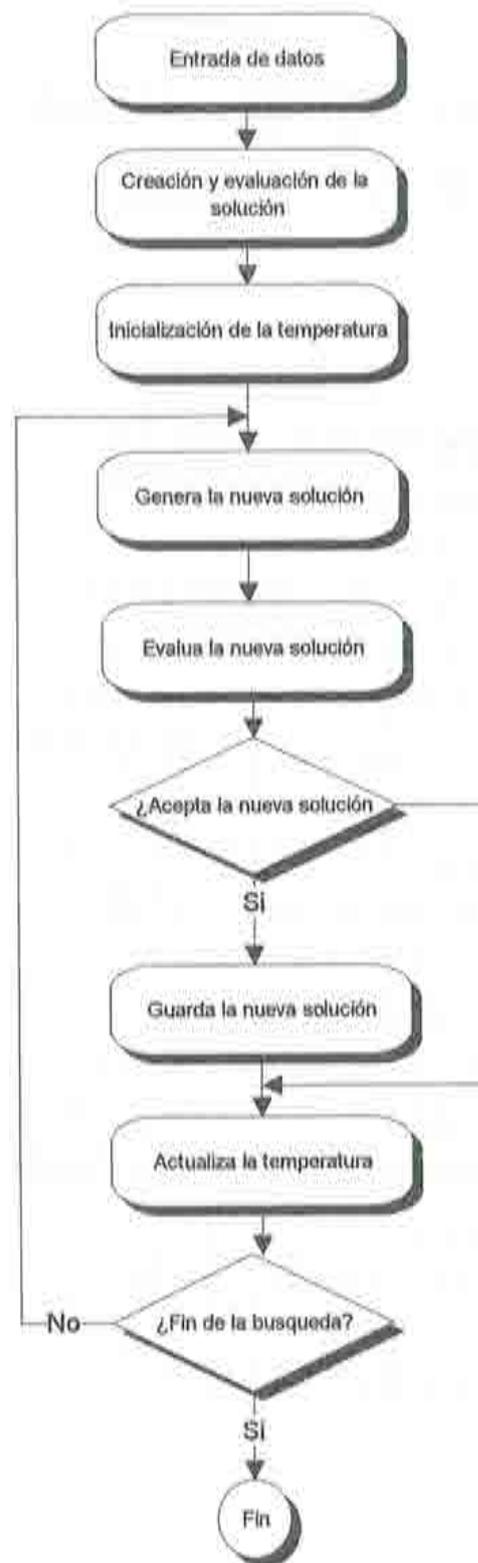


Diagrama D. 6.- Recocido Simulado.

