

El Bucle de los Números

E. Oñate

El Bucle de los Números

E. Oñate

Publicación CIMNE N^o-192, Septiembre 2000

Artículo presentado al "1 Congreso de Métodos Numéricos
en Ciencias Sociales" MENCIS 2000
Celebrado en Barcelona del 20-21 de Noviembre de 2000

EL BUCLE DE LOS NUMEROS

Eugenio Oñate

*Centro Internacional de Métodos Numéricos
en Ingeniería*

Universidad Politécnica de Cataluña

Campus Norte UPC, 08034 Barcelona, España

E-mail: onate@cimne.upc.es

Resumen. El artículo presenta una sucinta panorámica sobre la evolución de los métodos numéricos desde la antigua Babilonia hasta nuestros días. Se destaca cómo la máxima Pitagórica de que “todo es número”, adquiere plena actualidad en nuestros días, en que, con la ayuda de los ordenadores, podemos dar respuestas numéricas a prácticamente cualquier problema que afecte a la vida del hombre. Recorriendo ese bucle de los números se relata brevemente en el artículo cómo la humanidad ha evolucionado paralelamente en su aspiración de cuantificar los fenómenos de la naturaleza, y cómo el progreso de los pueblos ha ido de la mano de los avances en expresar numéricamente la solución de sus problemas más cotidianos.

Palabras clave: métodos numéricos, ordenadores, modelos matemáticos.

1 INTRODUCCIÓN

Las relaciones del hombre y los números se entrelazan con el desarrollo de prácticamente todas las ciencias en general, y con las matemáticas y la filosofía en particular. Como ingeniero que vive de proporcionar respuestas tales como qué dimensiones debe tener una pieza o una estructura, cuándo romperá un determinado material y cuál será el coste de fabricación de un nuevo producto, los números forman una parte sustancial de mi actividad profesional. Casi sin darme cuenta, con el paso de los años he ido reconociendo paulatinamente que sin llegar a la máxima pitagórica de que “todo es número”, sí que percibo de forma cada vez más nítida que los números desprenden una luz propia que ilumina nuestras vidas, y que la lucha del hombre por mejorar su existencia pasa por conocer, primero, e influir, después, en toda una serie de circunstancias que le rodean que, además de sus aspectos subjetivos, tienen un valor numérico concreto.

Mi visión particular de la relación entre el hombre y los números se resume en la siguiente tesis: la concepción numerológica del universo iniciada por la escuela de Pitágoras quinientos años antes del nacimiento de Cristo, evolucionó a través de los siglos durante dos mil trescientos años hasta el descubrimiento del cálculo infinitesimal por Newton y Leibnitz, que permitió expresar las leyes de la naturaleza en forma de ecuaciones diferenciales. Hoy en día, casi trescientos años después, ante la imposibilidad de encontrar soluciones «analíticas» a dichas ecuaciones, se ha producido el retorno de los números, que pasan a ser otra vez los protagonistas de la historia. Este regreso se plasma a través de la solución numérica de las ecuaciones diferenciales. Es decir, mediante la búsqueda de los valores concretos de los parámetros que intervienen en las ecuaciones matemáticas que gobiernan un fenómeno físico.

Estas ideas no son en absoluto novedosas. La toma de conciencia del papel fundamental de los números en la evolución de las ciencias en este siglo llevó al gran Bertrand Russell a exclamar que «lo que hay de más asombroso en la ciencia moderna es su retorno al pitagorismo». Estas palabras pronunciadas hace casi cincuenta años tienen todavía más vigencia en nuestros días. Los progresos espectaculares de los últimos cuarenta años en todos los campos de la ciencia y la tecnología han ido de la mano de los avances de los denominados métodos de cálculo o métodos numéricos, destinados a extraer respuestas en forma de números de las ecuaciones diferenciales deducidas por los matemáticos a lo largo de los dos siglos anteriores [1,6].

La terna número-ecuaciones (diferenciales)-número contiene numerosos ejemplos de su admirable simetría. La concepción inicial de los números desde varios milenios antes de Cristo, alcanza con Pitágoras el punto más alto en el que los números ocupan el centro del universo. A través de la numerización de las ciencias se desarrollan los principios de la filosofía de Platón y Aristóteles, la geometría y el álgebra de Euclides, y los métodos de cálculo de Arquímedes que influyen durante siglos (incluso hoy en día) en el desarrollo de las matemáticas, la ciencia y la técnica en general. De ahí hasta la formulación de todo lo que ocurre en la naturaleza en forma de ecuaciones diferenciales, pasan casi veinte siglos [4,5,6].

Tras el descubrimiento del cálculo infinitesimal, los discípulos más incondicionales de Newton y Leibnitz pudieron quizás afirmar que «las ecuaciones diferenciales lo son todo». En nuestros días el bucle se ha cerrado, de manera que cualquier ecuación y cualquier método de cálculo solo es bueno en función de su capacidad de proporcionar resultados numéricos aceptables. Han regresado los números, 2500 años después de que fueran encumbrados al zenit por la escuela pitagórica.

En el resto del artículo trataré de repasar brevemente algunos de los hechos y conceptos, a mi entender, fundamentales en el bucle mágico de los números. Hablaré de la concepción inicial del valor de los números, centrada en la época dorada de la antigua Grecia; la evolución del cálculo hasta la formalización del cálculo infinitesimal en el siglo XVII; y, finalmente, la resurrección de los números, a través de los denominados métodos numéricos y la ayuda de los ordenadores.

Obviamente, este recorrido equivale a presentar gran parte de la historia de la ciencia y la técnica y es inabordable con detalle en un breve texto. Sacrificaré, por tanto, infinidad de datos y hechos en aras de mantener el argumento de esta historia, que se centra en resaltar el hilo invisible que une las primeras percepciones de los números hace miles de años, con las aplicaciones generalizadas de los métodos numéricos en nuestros días, que incluso permiten

traducir en sensaciones físicas, a través de las máquinas de realidad virtual, el resultado de complicados cálculos de ordenador.

2 LA PERCEPCIÓN DE LOS NÚMEROS

La idea de que el concepto del número es innato en el hombre tiene muchos adeptos. El sentido «natural» del número se manifiesta en los seres humanos, e incluso en algunos animales, por el hecho de que pueden detectar la presencia de cantidades pequeñas.

¿Significa esto que los animales saben contar? No, para ello sería necesario que pudieran enumerar una serie de números cualquiera. Por el momento no se ha exhibido espécimen alguno capaz de semejante hazaña, y, por tanto, el hombre sigue siendo la única especie que puede afirmar, «cuento, luego existo».

No existen referencias concretas de cuándo y por quién se inventaron los números, aunque está aceptado que su origen antecedió en muchos miles de años a los guerreros egipcios que contaban sus presas. Ni siquiera los inquisitivos griegos se preguntaron explícitamente qué eran los números, aunque Pitágoras y sus seguidores hablaron de ellos constantemente como si tuvieran vida.

La pregunta de quién inventó los números puede estar mal planteada. Es posible que los números nunca se inventaron deliberadamente por un hombre o grupo de hombres, sino que evolucionaron casi imperceptiblemente. En algún momento, en algún lugar, los humanos empezaron a habituarse a utilizar los números sin saber exactamente lo que hacían. No obstante, los números 1,2,3,.. exhiben la marca de la inspiración y de la invención consciente. Aunque sea mera especulación, podemos imaginar a un genio desconocido percibiendo de repente que un hombre y una mujer, un perro y un gato, un amanecer y un anochecer, y, de hecho, cualquier pareja de cosas tienen todas algo en común: son «dos». De ahí a la concepción del número dos pudo haber un gran paso, pero seguramente alguien lo dio antes de que el guerrero egipcio contara sus cautivos.

Al admitir que los números fueron inventados, hemos tomado partido frente a muchos eminentes filósofos, Platón entre ellos, e insignes matemáticos de los siglos XIX y XX que defienden otra alternativa. Si los números no fueron inventados por los humanos, pueden -no necesariamente deben- haber sido «descubiertos». Esta es la encrucijada donde acaba el conocimiento y comienzan las opiniones. Se trata de la división entre los que creen que las matemáticas proceden del interior de la mente y quienes creen que proceden del exterior. Los primeros, creen que inventamos las matemáticas como un instrumento útil para describir el mundo que vemos a nuestro alrededor. Los segundos, creen que descubrimos las matemáticas, que están «ahí fuera» de algún modo y que estarían allí, incluso si no hubiera matemáticos [2].

No es objeto de este texto tomar partido en esta vieja controversia. Mi única preocupación aquí es mostrar la analogía entre el impacto que la primera percepción de los números tuvo en los orígenes de la civilización del hombre, y la que tiene en el momento actual. Si la pregunta sobre el origen de los números entra en la categoría de las «indecidibles», tiene muy poca importancia frente a la cuestión inapelable de que los números han influenciado como ningún otro concepto el desarrollo de las formas de vida del hombre, y todo parece indicar que estarán cada vez más presentes para ayudarnos a diseñar nuestro futuro.

3 LOS PRIMEROS ALBORES

Existen numerosas evidencias de que los sabios de Grecia tuvieron insignes predecesores interesados en la aritmética y el álgebra. Las referencias arqueológicas más antiguas muestran que hacia finales de la época neolítica (3300 - 3100 a.C.), cuando los griegos no eran más que un conjunto de tribus nómadas desplazándose sobre Asia Menor, tanto en Mesopotamia como en Egipto se disponía de un sistema de numeración elaborado de forma independiente.

A diferencia de los egipcios, los babilonios no fueron sólo buenos aritméticos y algebristas. Los eruditos de Babilonia desarrollaron el sistema de numeración sexagesimal y también se les atribuye el descubrimiento del principio de posición, base del sistema actual de representación de un número.

No obstante, si en algo fallaron los sabios de Egipto y Babilonia, fue en transmitir de forma efectiva sus logros, mediante la creación de escuelas de pensamiento que aseguraran la supervivencia de sus ideas. La superación de esta carencia, sin duda, fue el mérito de la civilización griega, cuyos frutos se han recogido a lo largo de los siglos posteriores hasta nuestros días [1,2,6].

4 EL SIGLO DECISIVO

Si creemos en puntos de inflexión en la historia, el siglo VI a.C. fue uno de ellos. En ese siglo, dos griegos, Tales y Pitágoras, posiblemente los primeros inmortales de las ciencias exactas, realizaron avances tan decisivos en matemáticas, y en la ciencia en general, que hicieron posible el trabajo posterior de Galileo y Newton. En todos los aspectos, ya sean científicos, matemáticos o religiosos, el siglo VI a.C. fue memorable para el futuro de la civilización occidental.

En ese sentido, coincido con el matemático americano Eric Bell en que todo parece indicar que nuestra civilización encaró el giro hacia oriente en vez de hacia occidente en dicho crítico siglo VI a.C. En qué estado se encontraría el mundo ahora si ese giro hubiera sido otro, es difícil de imaginar.

De Tales de Mileto existen tantas anécdotas, como evidencias de su profunda afición y conocimiento de la geometría y el cálculo. La historia más famosa sin duda es la predicción de un eclipse de sol durante una de las guerras púnicas. Aunque coetáneo de Creso, el rey famoso por su afán al oro y las riquezas, Tales solía responder a sus agradecidos ciudadanos cuando le preguntaban qué quería por sus servicios, que sólo deseaba «reconocimiento por sus descubrimientos». De esta forma, Tales se convirtió posiblemente en el primer hombre que percibió que lo intangible de la fama es superior a las riquezas materiales [2].

4.1 La revelación de Pitágoras

El viaje definitivo hacia la civilización lo dio, no obstante, Pitágoras pocos años después.

Dos consecuencias de gran relevancia posterior en ciencia y filosofía emergieron de las fascinantes aportaciones de Pitágoras. La primera fue la creencia de que el universo físico puede describirse de manera consistente en función de números. La segunda, su convicción de que las conclusiones alcanzadas mediante razonamientos matemáticos son de mayor certeza que las obtenidas de cualquier otra forma. Ambas opiniones han sido frecuentemente cuestionadas, las dos se han modificado muchas veces para acomodarse a conocimientos más

avanzados. Pese a ello, la esencia de ambas aseveraciones permanece substancialmente inalterada y, hoy en día, pueden considerarse postulados complementarios de una única hipótesis todavía no verificada: la comprensión racional del universo físico es posible, y, cuando se produzca, coincidirá con las experiencias de los sentidos y permitirá al hombre predecir el curso de la naturaleza.

Este es el sueño que, en nuestros días, pese a los avances de cada nuevo descubrimiento, parece cada vez más lejano, aunque todavía posible para muchos. Pitágoras creyó que había encontrado la fórmula mágica en su idea de que «todo es número». En su versión más primitiva, la numerología de Pitágoras abarcaba literalmente «todo», desde el cielo hasta las armonías musicales y las emociones más íntimas del hombre. A medida que el conocimiento del universo aumentaba, el «todo» fue sucesivamente recortándose a proporciones más modestas. En la primera mitad del siglo XIX, «todo» se reducía a las ciencias astronómicas y físicas. La evidencia en este siglo de que prácticamente todos los fenómenos de la naturaleza son expresables por ecuaciones matemáticas, y que la solución de éstas es posible en forma de números, vuelve a plantear la posibilidad de que «todo» sea explicable por números. El credo pitagórico permanece por tanto inalterable, apoyando las tesis de los que creen que los números y el hombre forman un binomio indisoluble desde el origen de los tiempos.

Antes de seguir, es preciso detenerse un momento para analizar una duda que seguramente preocupó seriamente a Pitágoras al final de su existencia, y que veinticinco siglos después ha vuelto a perturbar a los modernos pitagóricos.

La hipótesis básica en la que se basan todas las aplicaciones de los números a la ciencia es que las leyes de la naturaleza son racionales. Es decir, accesibles y comprensibles por una mente sana. Puede, no obstante, que esto no sea así.

Conceptos como el infinito, la evidencia de que era imposible medir la diagonal de un cuadrado cuyos lados se expresarán por números racionales, o que tampoco podía calcularse la longitud de una circunferencia cuyo diámetro fuera un número racional, desmontaron la hipótesis de Pitágoras de que el universo podría expresarse por números conocidos, como recordándonos que hay una parte del universo fuera de nuestro entendimiento y control. En el sentido más general, el universo aparecía de repente para Pitágoras como numéricamente «irracional». Desde nuestra perspectiva veinticinco siglos después, entendemos que el sentido de la palabra irracional no significa aquí tanto «contrario a la razón», sino más bien «contrario a los axiomas» sobre los números establecidos en la época.

La evidencia de que la verdad matemática está más allá de los axiomas y las reglas, ha sido defendida por numerosos científicos en todas las épocas. En tiempos cercanos a Pitágoras, Zenón de Enea inventó sus conocidas y controvertidas paradojas sobre el movimiento que fueron en su tiempo demoledoras con los conceptos clásicos de espacio y tiempo y han influenciado a numerosos desarrollos posteriores en ciencia y filosofía.

Muchos siglos después de Zenón, en 1931, el matemático vienés Kurt Gödel explicó a su manera que para entender con total plenitud la naturaleza a través de las matemáticas, hay que salir de ellas. La demostración de Gödel sobre la inevitabilidad de la indecibilidad ha sido el acicate para muchas aplicaciones en otras áreas del pensamiento. En particular, se han discutido sus consecuencias para cualquier comprensión completa del universo por métodos matemáticos. Se ha afirmado que, puesto que podemos «ver» la verdad de la sentencia de Gödel, esto necesariamente implica que la mente humana no puede ser un sistema formal y

que, por consiguiente, los intentos más sofisticados de los denominados métodos de inteligencia artificial, basados en reducir el comportamiento de la mente humana a un conjunto finito de algoritmos, no pueden tener éxito.

Aceptando las conclusiones del teorema de Gödel, tenemos que admitir humildemente que nuestro conocimiento de la naturaleza sólo es posible en un sentido «irracional». Así, por muy sofisticadas que sean las nuevas teorías que aportemos al conjunto de las existentes, siempre aparecerán nuevos problemas cuya solución será indecible utilizando los métodos conocidos. De nuevo, el hombre perseverante avanzará en sus descubrimientos, hasta llegar a una nueva encrucijada en la ciencia, y así sucesivamente. Este proceso es análogo a la de la búsqueda de todas las cifras de algunos números irracionales, como el número π del que en 30 siglos se ha pasado de conocer 15 cifras a varios millones, restando todavía por conocer todo el infinito de cifras restantes [2,7].

5 TRES SIGLOS GLORIOSOS

Uno de los más fieles herederos de la cultura pitagórica fue Platón quien interiorizó la cultura de los números como el más ferviente seguidor de Pitágoras, aceptando su filosofía y ampliándola de tal forma que proporcionó una base racional para la afirmación de su predecesor de que «todo son números».

En su *República*, Platón ordenó una educación intensiva en matemáticas para los guardianes de su ciudad ideal, porque como decía «todas las artes y las ciencias involucran números y cálculos». Dicha obsesión la llevó Platón también a la práctica en la vida cotidiana de su Academia, donde colocó a la entrada la famosa frase «no entre aquí ninguno que desconozca la geometría».

Platón, a diferencia de su discípulo y rival ideológico Aristóteles, fue quizás el más claro y lúcido ejemplo después de Pitágoras, de una vida dedicada a la interpretación del mundo a través de las matemáticas, y también, aunque en grado menor, a tratar de capturar la esencia de *las Ideas*, las verdades matemáticas, a través de las experiencias de los sentidos. Su conclusión, compartida por tantos filósofos posteriores, de que «la realidad matemática se encuentra fuera de nosotros», enlaza con la creencia de que existe un universo matemático propio que el hombre puede ir descubriendo y explorando.

5.1 Euclides de Alejandría

Durante su expedición a Egipto en el año 332 a.C., Alejandro Magno fundó la ciudad de Alejandría en donde floreció una comunidad de matemáticos cosmopolita.

Entre los sabios que vinieron a Alejandría desde Grecia se encontraba Euclides.

Pese a sus muchas importantes contribuciones, la fama de Euclides ha llegado hasta nuestros días principalmente por ser autor del famoso libro los *Elementos*, probablemente el libro de texto más reeditado de la historia.

La influencia de los *Elementos* de Euclides en el desarrollo de la geometría en todas sus ramas ha sido enorme. Desde el punto de vista del cálculo, los métodos geométricos han sido la base para la evaluación de áreas y volúmenes, a partir de los cuales se concibieron los principios del cálculo infinitesimal. Hoy en día, la geometría juega un papel esencial en el desarrollo de los denominados métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales

sobre un dominio con la ayuda del ordenador mediante técnicas de discretización. Dichas técnicas se apoyan en la división del dominio bajo estudio en formas geométricas sencillas, tales como tetraedros y hexaedros en el espacio, o triángulos y cuadriláteros en el plano. Asimismo, la geometría es fundamental en relación con los métodos de representación gráfica de los resultados del cálculo.

5.2 Arquímedes de Siracusa

Un insigne discípulo de Euclides fue Arquímedes, probablemente el último gran representante de la escuela de pensadores de la antigua Grecia.

Arquímedes es considerado por muchos como el padre de la física como ciencia, y también como el primer científico ingeniero: el hombre en busca de principios generales para aplicarlos a la solución de problemas concretos. En ese sentido podemos considerar a Arquímedes como el más claro precursor de los modernos métodos de cálculo.

La mayor parte de los trabajos de Arquímedes fueron motivados por encontrar la solución a problemas prácticos, generalmente de índole militar. Es admirable, al respecto, como supo combinar y ampliar conocimientos de matemáticas y física, llegando en muchos casos a soluciones generales, tales como fórmulas matemáticas de validez universal y, en otros, a resultados en forma numérica de problemas de la vida cotidiana. Como tal, Arquímedes bien puede ser considerado también el padre de la moderna matemática aplicada y más concretamente de los denominados métodos numéricos.

Arquímedes fue también el primero en proponer un método para calcular el número π con cualquier precisión. El procedimiento, precursor de los modernos métodos numéricos de discretización, se basa en el hecho de que el perímetro de un polígono inscrito o circunscrito en un círculo aproxima la longitud de su circunferencia.

El cálculo aproximado de π lo obtuvo Arquímedes calculando el perímetro del polígono y dividiendo por el diámetro de la circunferencia. Obviamente, tomando un polígono de mayor número de lados mejora la aproximación de la longitud de la circunferencia y, consecuentemente, el valor de π calculado. Es fascinante observar la analogía de este método de discretización con los que utilizamos hoy en día con la ayuda de los métodos numéricos y los ordenadores para resolver problemas mucho más complejos [1,7].

6 LA LARGA TRAVESÍA

Durante el dominio de Roma quedaron en Alejandría diversos matemáticos griegos, algunos de gran prestigio, tales como Apolonio, Eratóstenes quien determinó con notable precisión la longitud de la circunferencia terrestre, el astrónomo Tolomeo, Herón, Pappus y Diofanto, entre otros.

Pese a los esfuerzos de estos sabios, las matemáticas griegas, como también otras ciencias, fueron desvaneciéndose lentamente bajo el yugo de Roma. Fue el preludio de un largo periodo de tinieblas en Europa que se iba a extender a lo largo de muchos siglos posteriores.

6.1 El resplandor de otras culturas del número

Así, desde el fin del Imperio romano hasta finales del siglo IX, Europa occidental, devastada por las epidemias, el hambre y las guerras, se hundió en el más profundo caos político, en la economía de la mera subsistencia y en el oscurantismo medieval más completo.

Como una muestra, la aritmética durante esa época consistía esencialmente en el uso de la vieja numeración romana y en la práctica de operaciones por medio de guijarros o fichas sobre el ábaco heredado de los romanos, incluyendo asimismo la forma de contar con los dedos transmitida por San Isidoro.

Afortunadamente para Europa, otros hombres en países tan lejanos como China y la India, prosiguieron el avance inexorable de las matemáticas y los métodos de cálculo. De manera que la salvación de Europa llegó a través de dichas remotas culturas y de la mano, paradójicamente, del gran enemigo de la cristiandad en la época medieval.

La civilización hindú merece aquí un punto y aparte, ya que a ella le debemos la obra maestra de nuestra numeración moderna, gracias a la conjunción de las tres grandes ideas siguientes:

- la idea de dar a las cifras unos signos gráficos, que no evocan visualmente el número de unidades representadas.
- la utilización de la numeración decimal de posición.
- y, por último, la invención del número cero.

Esta aportación fundamental modificó por completo la existencia del ser humano, ya que a partir de ese momento, se pudieron efectuar sin dificultad cualquier tipo de cálculos, abriéndose, en consecuencia, la vía al desarrollo de las matemáticas, la ciencia y la técnica.

Lamentablemente, las aportaciones de la cultura matemática hindú, ya desarrollada a mediados del siglo V d.C, tardaron casi ocho siglos para que estas novedades revolucionarias fueran aceptadas plenamente por el mundo occidental. De hecho, la influencia de la civilización hindú no llegó a Europa directamente, sino a través de los sabios árabes que transmitieron la ciencia hindú, desempeñando así, entre otros papeles, el de intermediarios entre ambos mundos.

De entre los innumerables científicos árabes que contribuyeron a la difusión de las cifras y los métodos de cálculo de origen hindú en Europa, destaca el matemático Al-Khuwarizmi.

Su contribución científica se centra en dos obras fundamentales. La primera de ellas, titulada *Al jabr wa'l muqabala* fue muy célebre en su tiempo, hasta el punto de que a este libro se debe el nombre mismo de *álgebra*. La otra obra de Al-Khuwarizmi se denominó *Libro de la Adición y la Sustracción según el Cálculo de los Indios*. Como el anterior, este libro gozó más tarde de tal prestigio en toda Europa que el nombre mismo de su autor sirvió para designar de forma genérica el nuevo sistema de cálculo. Así, Al-Khuwarizmi latinizado se convirtió en Algoritmo, nombre que indicó inicialmente el sistema constituido por el cero, las nueve cifras significativas y los métodos de cálculo procedentes de la India, antes de adquirir la acepción más amplia y abstracta que hoy le atribuimos.

Gracias al conjunto de aportaciones científicas y técnicas de los sabios del Islam, generalmente mal conocidas por el gran público occidental, el mundo europeo pudo iniciar, a partir de los siglos XI y XII, su renovación intelectual.

Uno de los precursores en la introducción de la ciencia árabe en Occidente fue el monje francés Gerbert d'Aurillac quien llegó a papa el año 999 con el nombre de Silvestre II.

A través de diversos viajes por la España musulmana, Gerbert d'Aurillac introdujo por primera vez las cifras «árabes» en la Europa occidental. Desgraciadamente su aportación se limitó a las nueve cifras significativas, prescindiendo del cero y de los métodos de cálculo indios. La explicación de esta extraña circunstancia, que tanto retrasó el progreso de la ciencia europea, fue la resistencia y el conservadurismo de los pueblos cristianos, aferrados a la cultura de la numeración romana.

Gerbert d'Aurillac no escapó a las consecuencias del espíritu retrógrado de la época. Se dijo de él que practicaba la alquimia y la brujería, y que habiendo ido a probar la ciencia de los «infieles sarracenos», sin duda había vendido su alma a Lucifer.

El esfuerzo del papa Silvestre II no fue, sin embargo, en vano. Las primeras luces del alba en la noche medieval que aportó su obra, iluminaron el camino de muchos en el lento retorno de Europa a la actividad científica. Este resurgimiento del espíritu occidental, en tiempos del rey Ricardo Corazón de León, se produjo paradójicamente bajo el signo de la cruz, el mismo que indirectamente la había mantenido en tinieblas.

Así, a través de los viajes de los cruzados, a partir del siglo XII comenzaron a difundirse en Europa los contenidos de libros árabes y de obras griegas o indias previamente traducidas al árabe. Los contactos culturales entre ambos mundos se multiplicaron, aumentando día a día el flujo de europeos deseosos de instruirse en aritmética, matemáticas, astronomía, ciencias naturales y filosofía.

En definitiva, fueron las Cruzadas las que permitieron dar el paso, que ni la ciencia ni la voluntad del papa Silvestre había conseguido: imponer a Occidente el cero y el cálculo.

La posterior aparición de la imprenta y la necesidad de mayores conocimientos técnicos motivados por una época de grandes expediciones geográficas, contribuyeron a que las cifras árabes y el cálculo escrito, como una nueva religión, fueran aceptadas plenamente por el pueblo llano, y, en definitiva, a la democratización del cálculo en el occidente cristiano [6].

7 EL AMANECER DE LA CIENCIA MODERNA

Desgraciadamente, los guardianes de la ortodoxia medieval se resistieron duramente a aceptar los nuevos aires que soplaban cada vez con más fuerza y en todas direcciones. La transición de la Edad Media al Renacimiento en el mundo científico-matemático fue larga y penosa, y tuvo sus víctimas en manos de los intolerantes. Tan lejos del fin oficial de la Edad Media, como en 1600, Giordano Bruno fue quemado vivo en Roma por defender la astronomía de Copérnico, y en 1633, a la edad de 70 años, Galileo tuvo que apostatar de su idea de que la tierra se mueve con respecto al sol.

El esfuerzo de estos insignes científicos no fue en vano. Poco antes de acabar el año 1642 en que Galileo murió vilipendiado, en Lincolnshire (Inglaterra) nació un niño destinado a recoger y extender su legado hasta cotas tan altas, que el nombre de ambos permanecerá como referencia obligada en la historia del progreso de la humanidad. Su nombre era Isaac Newton.

8 LOS NÚMEROS LO ILUMINAN TODO

No es exagerado afirmar, que el significado del descubrimiento del cálculo infinitesimal por Newton y Leibniz es comparable al que el descubrimiento del fuego tuvo para los hombres primitivos, o el de la electricidad para la revolución industrial.

Esta afirmación no es en absoluto exagerada. Antes de Newton y Leibnitz no existía una metodología general para plantear en forma de ecuaciones matemáticas un problema concreto de la física, tal como, por ejemplo, la propagación del calor en un cuerpo, el flujo de un fluido o el equilibrio de un sólido elástico. Obviamente, al no poder plantearse el problema, su solución era imposible. Después de las aportaciones de Newton y Leibnitz, fue ya posible describir el comportamiento de cualquier sistema físico, fuera éste un sólido, un líquido o un gas, mediante ecuaciones diferenciales e integrales y se dispuso además de técnicas para resolver aquéllas en muchos casos que, aunque usualmente eran simplificaciones del problema más general, permitieron avances significativos en el conocimiento científico y técnico. Los discípulos de Newton y Leibnitz pudieron afirmar con total convicción que las «matemáticas lo son todo», en el sentido de que cualquier problema pudo, desde finales del siglo XVII, ser planteado matemáticamente utilizando las herramientas del nuevo cálculo.

El optimismo que los primeros éxitos del cálculo infinitesimal infundió a la comunidad científica se vio matizado en posteriores aplicaciones por una desagradable evidencia: si bien todo problema podía plantearse en forma matemática por medio de ecuaciones diferenciales, la solución «exacta» de dichas ecuaciones sólo era posible para algunos casos particulares, que en ocasiones eran groseras simplificaciones de la realidad. Las dificultades que presentaba encontrar la fórmula matemática universal que diera la solución de problemas prácticos de la ciencia y la técnica hizo patente la necesidad de encontrar formas alternativas de resolver las ecuaciones diferenciales para dichos problemas.

Así, a principios de este siglo, diversos científicos e ingenieros observaron que si las ecuaciones diferenciales para un problema concreto se discretizaban utilizando técnicas similares a las utilizadas por Arquímedes para calcular el valor del número π podían llegar a obtenerse los valores numéricos de la función incógnita. Habían nacido los denominados *métodos numéricos* [1].

La estrategia común de todos los métodos numéricos es la transformación de las ecuaciones diferenciales que gobiernan un problema, en un sistema de ecuaciones algebraicas que dependen de un número finito de incógnitas. No obstante, puesto que este número de incógnitas es en la mayoría de los casos de muchos miles (e incluso millones), el sistema de ecuaciones final sólo puede resolverse con la ayuda del ordenador. Esto explica por qué, aunque muchos de los métodos numéricos eran conocidos desde el siglo XIX, su gran desarrollo y popularidad han sucedido paralelos al de los modernos ordenadores en este siglo.

Los métodos numéricos representan, en definitiva, el retorno de los números como los auténticos protagonistas de la solución de un problema. El bucle iniciado por Pitágoras hace 2.500 años se ha cerrado, por tanto, en las últimas décadas con la evidencia de que con ayuda de los métodos numéricos podemos obtener respuestas concretas a los enigmas del universo.

8.1 Perspectivas de los métodos numéricos

Como ha quedado evidenciado a lo largo de la historia, los avances en ciencia y tecnología han ido siempre paralelos al mejor conocimiento del hombre de los fenómenos de la naturaleza y del impacto que sus intervenciones tienen en éstos. La necesidad de «cuantificar» la solución de un problema, bien sea éste el diseño y construcción de un edificio, la predicción de la vida de una célula, o la producción más económica de envases para alimentos, ha sido siempre y, quizás hoy lo es todavía más, ineludible. El aura de los números, que desde el inicio de los tiempos ha fascinado al hombre, proyecta sobre la ciencia e ingeniería modernas una luminosidad tan característica y útil con ayuda de los métodos numéricos, que ha sido y será la guía de la mayor parte de los desarrollos actuales en todas las disciplinas científico-técnicas.

¿Es posible describir con la ayuda de las matemáticas y los métodos numéricos todos los aspectos del mundo? Hoy en día conocemos muchos ejemplos de descripciones con éxito, pero, a pesar de las muchas afirmaciones especulativas sobre los límites de los modelos matemáticos, no existe en realidad una respuesta lo bastante amplia y convincente para esta pregunta. La investigación en matemáticas aplicadas tiene entre sus funciones la producción de más y más descripciones matemáticas [2].

Sintetizando, podríamos afirmar que pueden describirse con modelos matemáticos todas las facetas del mundo que puedan encuadrarse mediante enunciados concretos. Naturalmente, si dicho enunciado es esencialmente de tipo humanista, la dificultad de establecer el modelo será mucho mayor. Así, si expresamos que “la vida es una feliz canción”, la transformación de dicha frase en una equivalencia matemática exigiría definir con mayor precisión el concepto de “feliz canción”. Por contrapartida, si dijéramos que “la vida es un juego de azar”, cabe en lo posible que alguien, utilizando la teoría matemática de juegos, pueda llegar a expresar una descripción matemática de la vida con cierta pretensión de equivalencia con el sentido de la frase.

Existe igualmente un conocimiento no verbal, no simbólico, como por ejemplo el sentimiento de bienestar. En este caso, un experimentalista podría afirmar que el bienestar es mera función de los niveles de hormonas y azúcar en la sangre, con lo que se entrevé de nuevo la posibilidad de encontrar un modelo matemático/numérico para el bienestar. Un viejo conflicto entre científicos y humanistas proviene de que estos últimos sienten que debería existir una porción del mundo inmune a la matematización, mientras que los científicos son del sentir contrario, es decir, todo aspecto del mundo admite una descripción matemática y por consiguiente numérica. De nuevo, reaparece la vieja aspiración de Pitágoras y Platón, que va ganando adeptos a medida que se producen nuevos éxitos en la matematización del mundo.

Con independencia del problema que se resuelva, es importante recordar que el fin último de los métodos numéricos es proporcionar comprensión, no números. Parafraseando a Richard W. Hamming, insigne especialista norteamericano en análisis numérico, los métodos numéricos deben estar íntimamente ligados tanto a la fuente del problema, como al uso que se pretenda hacer de los resultados numéricos; la aplicación de dichos métodos no es, por tanto, una etapa a considerar aisladamente de la realidad [2].

La palabra que quizás puede sintetizar el futuro más inmediato de las aplicaciones de los métodos numéricos es «multifísica». Los problemas no se abordarán más desde la perspectiva de un único medio físico, e incorporarán todos los acoplamientos que caracterizan la

complejidad de la realidad. Así, por ejemplo, el diseño de una pieza de un vehículo (un avión, un automóvil, etc.) se realizará teniendo en cuenta el proceso de fabricación y la función que dicha pieza ejercerá a lo largo de su «vida útil». Las estructuras en ingeniería civil se estudiarán teniendo en cuenta los efectos con el medio circundante (el terreno, el agua, el aire). Ejemplos similares pueden encontrarse en ingeniería naval y aeronáutica, entre otras, así como en bio-ingeniería, en economía, en demografía, en la modelización del comportamiento de personas y grupos y en prácticamente todas las áreas de la ciencia. La importancia de tener en cuenta el carácter no determinista de todos los datos será esencial para estimar la probabilidad de que los nuevos modelos matemáticos concebidos por el hombre se comporten de la forma prevista [1].

Sólo desde la perspectiva de una estrecha cooperación entre todas las partes del triángulo formado por el conocimiento profundo de las bases físicas y matemáticas de cada problema, los métodos numéricos y la informática, podrán encontrarse soluciones efectivas a los megaproblemas del inicio del próximo siglo. Esa cooperación deberá verse reflejada también en un mayor énfasis en la optimización de los recursos materiales y humanos necesarios para afrontar con garantías el cambio de escala de los problemas a resolver y, sobre todo, en la puesta en marcha de acciones de formación innovadoras para preparar a las nuevas generaciones, que, con la ayuda de los números, deberán abordar con éxito la solución de problemas multidisciplinares.

9 REFERENCIAS

- [1] E. Oñate, *El Aura de los números*, Reial Acadèmia de Doctors, Barcelona, 1998.
- [2] E.T. Bell, *The magic of numbers*, Dover Publications, 1991.
- [3] P.J. Davis y R. Hersch, *El sueño de Descartes*, Editorial Labor, 1989.
- [4] G. Frey, *La matematización de nuestro universo*, G. del Toro Editor, 1972.
- [5] D. Guedy, *El imperio de las cifras y los números*, Ediciones B., 1998.
- [6] G. Ifrah, *Historia universal de las cifras*, Espasa, 1997.
- [7] P. Beckmann, *A history of π* , The Golem Press, 1971.