Rev. Int. Mét. Num. Cálc. Dis. Ing.
Vol. **18**, **2**, 199–207 (2002)

**Revista Internacional de
Métodos Numéricos para
Cálculo y Diseño en Ingeniería**

Desarrollo de un método de cálculo para el flujo potencial sobre topografías irregulares

Alejandra Del Carmen, Juan Carlos Ferreri y Luis Boutet

Autoridad Regulatoria Nuclear
Oficina 318, Av. del Libertador 8250
1429 Buenos Aires, Argentina
Tel.: 54-11-4379 84 60, Fax: 54-11-4379 83 45
e-mail: dcarmen@cae.cnea.gov.ar
e-mail: lboutet@cae.arn.gov.ar
e-mail: jferreri@cae.arn.gov.ar

Resumen

Se han desarrollado programas de cálculo de distribuciones de flujo potencial sobre superficies con relieves. Se ha considerado el flujo alrededor de obstáculos múltiples simples y la topografía de la zona cercana a la Central Nuclear Embalse. Se han generado programas de predicción de trayectorias de trazadores pasivos, tomando en cuenta alturas muy próximas al suelo, lo cual ha requerido desarrollar técnicas de alta precisión para el cálculo de las velocidades. Se ha utilizado el método de los elementos de borde con aproximación lineal sobre elementos triangulares planos y técnicas analíticas de integración. Se ha considerado una forma particular y eficiente para el cálculo del ángulo sólido en cada vértice de la red. Los resultados obtenidos serán utilizados para realizar cálculos de dispersión de contaminantes pasivos a partir de emisiones discretas.

DEVELOPMENT OF A CALCULATION METHODOLOGY FOR POTENTIAL FLOW OVER IRREGULAR TOPOGRAPHIES

Summary

Computer codes for the calculation of potential flow fields over surfaces with irregular topographies have been developed. The flows past multiple simple obstacles and past the neighboring region of the Embalse Nuclear Power Station have been considered. The codes developed allow the calculation of velocities quite near the surface. It, in turn, imposed developing high accuracy techniques. The Boundary Element Method, using a linear approximation on triangular plane elements and an analytical integration methodology has been applied. A particular and quite efficient technique for the calculation of the solid angle at each node vertex was also considered. The results so obtained will be applied to predict the dispersion of passive pollutants coming from discontinuous emissions.

 ISSN: 0213–1315 Recibido: Mayo 2000

INTRODUCCIÓN

El cálculo de la distribución de la velocidad del viento en zonas con topografía irregular es importante para predecir la dispersión de contaminantes de origen variado. Una clase particular de estos problemas es aquella en la que el origen del escalar es casi puntual con respecto a la escala de la zona de dispersión. Esto es de particular interés con relación a los emplazamientos de centrales nucleares y plantas químicas y por ello ha sido objeto de un importante desarrollo desde hace muchos años. La complejidad de los modelos a utilizar varía enormemente en función de la información que se pretende obtener y también en función de la información que está disponible para determinar el problema. Dicha complejidad está definida por la escala espacial en la que se desea tener resolución y por la escala temporal de las variaciones de las condiciones de borde.

Los modelos de dispersión gaussiana, sujetos a correcciones meteorológicas, han constituido las herramientas comúnmente más usadas en los últimos treinta años.[8] Una mejora de los mismos fue la introducción de los modelos de emisiones discretas (o *puffs*)[14], para una aplicación documentada, que permitían mejorar la cinemática de la dispersión al considerar las variaciones del viento en concordancia con la posición espacio temporal de cada emisión. Los modelos de aguas poco profundas fueron la continuación de estos modelos y, finalmente, los modelos tridimensionales con soporte de datos meteorológicos globales y estaciones meteorológicas en tierra han sido la evolución natural de los sistemas de predicción a medida que los equipamientos de computación y comunicación mejoraron. En el área nuclear, un gatillo de estas técnicas fue el accidente de Chernobyl y la secuela de estudios asociados a lo que hoy se denominan efectos a través de las fronteras (políticas). Ello ha permitido generar sistemas muy elaborados para la evaluación de las consecuencias de accidentes con liberación de contaminantes. Ejemplo de lo dicho puede hallarse en las compilaciones,[10,7,5] entre otros.

Cuando se desea compatibilizar escasa información meteorológica en tierra con un método rápido de evaluación de accidentes para su empleo tanto en simulacros como en una posible situación real, es necesario reducir la resolución espacio-temporal del sistema. Una solución posible es generar datos pre-tabulados de distribución de velocidades, aptos para su interpolación inmediata y con suficiente realismo como para que sean útiles. Estos resultados, conjuntamente con el uso de emisiones discretas corregidas por efectos de la meteorología local,[9] entre otros, permiten generar un paquete integrado de programas apto para el empleo mencionado. Esta ha sido la motivación del desarrollo aquí presentado.

Una aproximación de la configuración del flujo alrededor de obstáculos puede obtenerse resolviendo las ecuaciones de variación para flujo potencial. Las mismas surgen de suponer que el flujo es irrotacional e incompresible. Estas suposiciones son generalmente satisfactorias excepto en las proximidades de las superficies del terreno o de obstáculos, donde se pueden encontrar zonas de recirculación. Debe tenerse en cuenta que, en general, los resultados constituirán una primera aproximación al problema. Esto se debe a que, para simular la recirculación del aire detrás de obstáculos, es necesario considerar las ecuaciones de movimiento en forma completa. En la aplicación de interés en este trabajo, consistente en el cálculo de trayectorias de emisiones discretas de contaminantes, la aproximación potencial del campo de velocidades es, sin embargo, satisfactoria; pues las correcciones se pueden realizar como fuese dicho mas arriba, a través de correlaciones que consideran el efecto del suelo, la meteorología cercana a la superficie, etc. Esto es consistente con muchos de los procedimientos aplicados hasta la actualidad.[13,1]

La simulación de la variación temporal del viento puede ser obtenida a partir de la interpolación de estados estacionarios previamente calculados, actualizados a partir de información meteorológica. Ello permite resolver la necesidad de contar con una simulación en tiempo mas rápido que el real, esencial para un sistema aplicable en emergencias nucleares.

Por otra parte, esta información puede ser utilizada para conocer el flujo externo para su aplicación como condición de borde en un método mas detallado.

Así, la ecuación de gobierno para el flujo considerado se reduce a la ecuación de Laplace para el potencial de la velocidad

$$\nabla^2\phi = 0 \tag{1}$$

con condiciones adecuadas para ϕ ó $\partial\phi/\partial n$ sobre los límites del dominio Ω.

Se ha aplicado el método de los elementos de borde (que denominaremos MEB de ahora en más) utilizando una aproximación lineal sobre elementos triangulares planos combinado con técnicas analíticas de integración. En esta aproximación se debe calcular el ángulo sólido en cada vértice de los triángulos de la grilla. Este problema se resuelve con un simple cálculo, utilizando integrales ya involucradas, si la región de cálculo está limitada por una superficie cerrada. Debido a que nuestro interés es la aplicación del MEB a la topografía de una región que está limitada por una superficie abierta, se desarrolló una técnica *ad hoc* para calcular dicho ángulo en este tipo de problema. La técnica adoptada se basó en la definición geométrica de ángulo sólido, aplicada por partes sobre cada triángulo convergente al vértice de interés y considerando una normal promedio interior al cono poliédrico formado por dichos triángulos.

En lo que sigue se presentan en forma sumaria: el sistema resultante del MEB utilizando una aproximación lineal, las expresiones correspondientes al cálculo de las velocidades y la técnica utilizada para calcular el ángulo sólido correspondiente a cada nodo de la grilla. Se muestran además: uno de los ejemplos de verificación resueltos para problemas con solución analítica conocida y algunas aplicaciones preliminares de interés en la zona de la Central Nuclear de Embalse (CNE), emplazada en la provincia de Córdoba.[6]

APROXIMACIÓN NUMÉRICA

La solución del problema (1) puede ser aproximada mediante el MEB considerando la frontera Σ del dominio Ω discretizada en M elementos triangulares planos. Así, el potencial u en un punto P_j puede ser expresado mediante[4]

$$\omega_j u(P_j) + \sum_{k=1}^{M}\left(\int_{\Sigma_k} u(P_k)\frac{\partial G(P_j,P_k)}{\partial n_k}d\Sigma_k\right) = \sum_{k=1}^{M}\left(\int_{\Sigma_k} G(P_j,P_k)\frac{\partial u(P_k)}{\partial n_k}d\Sigma_k\right) \tag{2}$$

donde la función G en 3 dimensiones está dada por

$$G(P,Q) = \frac{1}{r} = \frac{1}{|P-Q|}$$

$nk = (n_{kx},\ n_{ky},\ n_{kz})$ es el vector normal unitario al elemento k exterior a Ω y el valor de ω_j depende de la ubicación del nodo j: $\omega_j = 4\pi$ si el punto j se halla en el interior de Ω, $\omega_j = 0$ si el punto j se halla en el exterior de Ω y $\omega_j = \alpha$ si el punto j pertenece a la superficie Σ, siendo α la magnitud del ángulo sólido formado por las tangentes a Σ en el nodo j.[16]

El potencial u (solución del problema planteado) se considera como la suma del potencial incidente (u_I) no perturbado por la presencia del obstáculo (cuya expresión es conocida) y el potencial perturbado (u_P)

$$u = u_I + u_P$$

De esta manera sólo se debe resolver el problema planteado para u_P con condición de borde

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\partial u_I}{\partial n} + \frac{\partial u_P}{\partial n} = 0 \rightarrow \frac{\partial u_P}{\partial n} = -\frac{\partial u_I}{\partial n}$$

La expresión de u_I está dada por

$$u_I = U\ (x\cos(\beta) + y\ \mathrm{sen}(\beta))$$

donde U es la velocidad incidente y β el ángulo de incidencia.

Evaluando la ecuación (2) para todos los vértices j de la grilla (supongamos N) y reemplazando la función u sobre cada elemento k de la grilla por una aproximación lineal se obtiene

$$\begin{aligned} \omega_j u_j - \sum_{k=1}^{M} \eta_{jk} \left[a_{jk} \int_{\Sigma_k} \frac{(x-x_j)}{r_{jk}^3} d\Sigma_k + b_{jk} \int_{\Sigma_k} \frac{(y-y_j)}{r_{jk}^3} d\Sigma_k + c_{jk} \int_{\Sigma_k} \frac{(z-z_j)}{r_{jk}^3} d\Sigma_k \right] = \\ = -\sum_{k=1}^{M} \int_{\Sigma_k} U(n_{kx}\cos(\beta) + n_{ky}\ \mathrm{sen}(\beta)) \frac{1}{r_{jk}} d\Sigma_k \end{aligned} \quad (3)$$

donde los a_{jk}, b_{jk} y c_{jk} son combinaciones lineales del valor de u en los vértices del elemento k y η_{jk} representa la "distancia" desde el punto de observación X_j al elemento k, la cual puede ser negativa si el vector desde el punto de observación al elemento pasa por afuera del dominio, es decir, $rn < 0$. Así se obtiene un sistema lineal de N ecuaciones con N incógnitas cuyos valores serán el potencial perturbado en cada nodo de la grilla de cálculo.

El cálculo de las velocidades del flujo en cualquier punto interior a la región considerada puede realizarse diferenciando la ecuación (2) bajo el signo de integración, lo cual es válido; pues el punto es interior a Ω y las funciones del integrando son analíticas en esa región. Así, por ejemplo, derivando (2) con respecto a x se obtiene

$$\begin{aligned} 4\pi \frac{\partial u}{\partial x_j} = &\sum_{k=1}^{M} \frac{\partial u}{\partial n_k} \int_{\Sigma_k} \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{1}{r_{jk}}\right) d\Sigma_k - \\ &- \sum_{k=1}^{M} \int_{\Sigma_k} \left(\frac{\partial}{\partial x_j}(a_{jk}(x-x_j) + b_{jk}(y-y_j) + c_{jk}(z-z_j)) \frac{\partial}{\partial n_k}\left(\frac{1}{r_{jk}}\right)\right) + \\ &+ \left((a_{jk}(x-x_j) + b_{jk}(y-y_j) + c_{jk}(z-z_j)) \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial}{\partial n_k}\left(\frac{1}{r_{jk}}\right)\right)\right) d\Sigma_k \end{aligned}$$

Para obtener el sistema de ecuaciones para el cálculo de los potenciales sobre Σ y las velocidades en cada punto interior debemos resolver integrales sobre el borde del recinto de cálculo que resultan ser:

- integrales singulares que se resuelven en forma analítica,[4]
- integrales no singulares.

Las integrales no singulares no pueden ser resueltas en general mediante cuadratura gaussiana clásica sin analizar previamente la distancia del punto de cálculo al elemento considerado. En el cálculo de las velocidades, el problema es "incontrolable"; pues es imposible saber, en ciertas zonas, si la trayectoria del elemento de fluido se acerca demasiado a la superficie. Por estos motivos, se utilizó otra manera de resolver estas integrales a través de métodos de integración analítica. La integración analítica se lleva a cabo mediante un cambio local de coordenadas (ξ, ζ, η) sobre cada elemento de la red.[11] Las coordenadas (ξ, ζ) pertenecen al plano que contiene al elemento y la coordenada η tiene la dirección del vector normal a dicho plano.

ÁNGULO SÓLIDO: TÉCNICA NUMÉRICA DE CÁLCULO

Sea $v(M)$ una función armónica y $u(M)$ una función definida por

$$u(M) = \frac{1}{r_{MM_0}} = \frac{1}{\sqrt{(x_M - x_{M_0}) + (y_M - y_{M_0}) + (z_M - z_{M_0})}}$$

donde M y M_0 pertenecen a una cierta región Ω con frontera Σ. La función u tiene en Ω una discontinuidad en el punto M_0, por lo tanto no es posible aplicar directamente la segunda fórmula de Green a las funciones v y u en la región de interés para obtener la formulación integral del problema.[16] Si el punto M_0 pertenece al interior de Ω, es posible aplicarla en $\Omega - K_\varepsilon$, donde K_ε representa una esfera de radio ε con centro en el punto M_0, y analizar su límite cuando $\varepsilon \to 0$.

Así surge la necesidad de calcular

$$\int_{K_\varepsilon}\int \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right) dK_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon^2}\int_{K_\varepsilon}\int dK_\varepsilon \tag{4}$$

la cual representa la expresión analítica del ángulo sólido total según el cual se ve la superficie K_ε desde el punto M_0. En este caso, en que el punto es interior, la integral dada por (4) es igual a 4π. Supongamos ahora que el punto M_0 pertenece a la superficie Σ y existe en él un plano tangente con coeficientes continuos. En este caso es posible considerar la media esfera $K_{\varepsilon 1}$ con centro en el punto M_0 y radio $\varepsilon 1$ que yace dentro de la región de cálculo. Así el valor de la integral resulta igual a 2π. Si el punto M_0 pertenece a la superficie Σ, pero es un punto cónico, es decir, su cono tangente no degenera en un plano, el cálculo de dicha integral no es tan directo para el caso de regiones limitadas por superficies abiertas. Si la superficie que limita la región es cerrada, el cálculo se lleva a cabo teniendo en cuenta que la integral de la derivada normal de una función armónica en Ω, sobre cualquier superficie cerrada que se encuentre enteramente en Ω, es cero.

El cálculo del ángulo sólido se realizó aplicando su definición geométrica,[15] para la cual se tuvieron en cuenta los distintos elementos triangulares planos convergentes en cada vértice. La técnica es la siguiente:

1. Dado un punto de aplicación X_i que, debido a la formulación lineal es un vértice de la grilla, se consideraron aquellos elementos que tuvieran a dicho punto como vértice.
2. Se definió un nuevo punto X_e, a una distancia unitaria del vértice, sobre una recta que pasaba por este y cuya dirección era el promedio de las direcciones de las normales de todos los triángulos convergentes.
3. Se construyó una esfera unitaria pasando por X_e y con centro en X_i.
4. Se consideró para cada elemento convergente en X_i el triángulo esférico formado por la intersección de la esfera y los siguientes tres planos centrales:

   -plano determinado por el elemento,
   -plano determinado por X_i , X_e y un vértice del elemento distinto de X_i,
   -plano determinado por X_i , X_e y el otro vértice del elemento.
5. Se calculó el área buscada sumando las distintas áreas de los triángulos esféricos determinados por cada elemento.

En primer lugar, esta técnica de cálculo fue verificada con éxito calculando los ángulos sólidos en vértices de superficies cerradas regulares (esferas y cubos) y comparándolos con los analíticos. En el caso de superficies abiertas se consideró la unión de una semiesfera y un anillo circular con diversas estructuras de red. Los valores obtenidos en toda la región de cálculo fueron los esperados, lo que indicó la correcta implementación de la técnica de cálculo adoptada. Los resultados de verificación del cálculo del potencial de la velocidad, que serán considerados en la siguiente sección, confirmaron esta conclusión.

RESULTADOS

Ejemplos de verificación

Se realizaron cálculos de verificación a partir del flujo alrededor de obstáculos esféricos con redes estructuradas de elementos triangulares planos. Los resultados, utilizando 3072 elementos, tuvieron un error máximo relativo de 0,2 % en el potencial sobre la superficie. Para verificar el nuevo código con respecto a la incorporación del cálculo del ángulo sólido para la obtención de los potenciales de velocidad sobre superficies abiertas, se consideró el mismo problema con un obstáculo esférico completo, haciendo uso de la simetría del mismo.

La región de cálculo se muestra en la Figura 1. Debido a que la región de interés (zona exterior a la esfera de radio unidad) está limitada por una superficie abierta, esta debe ser acotada. Luego de algunas pruebas, el límite de la región plana se consideró para un radio igual a 4. Considerando 3440 elementos, el error máximo relativo fue 0,8 % sobre el círculo exterior. En la superficie de la esfera, para $z = 0$, fue 0,2 %. Los resultados en el interior del dominio -potenciales, velocidades y trayectorias de partículas- mostraron buena concordancia con los analíticos. Las trayectorias se obtuvieron a partir de una integración de primer orden. En dicho cálculo, el intervalo de tiempo debía ser acotado para mantener una razonable precisión, que en este caso se puede verificar simplemente a partir de la simetría de la trayectoria. La influencia del valor de dicho intervalo es evidente en la Figura 1, donde se muestran dos trayectorias con igual punto de partida y distintos pasos de tiempo. Se adoptó una técnica de limitación del paso de tiempo que permitió tener en cuenta la presencia del obstáculo impermeable para el movimiento de la seudopartícula. Esto mostró gran utilidad en el cálculo de trayectorias hacia puntos de remanso.

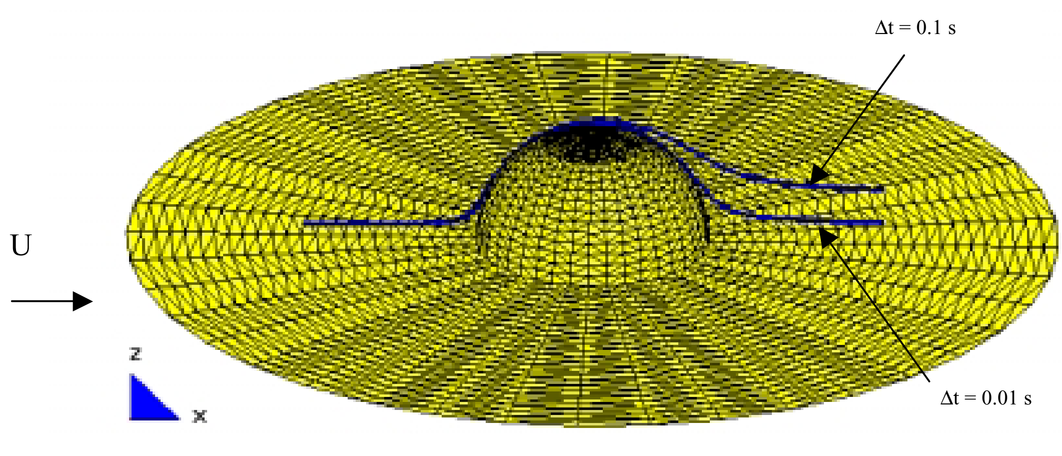

Figura 1. Red para una semiesfera y ejemplo del efecto del intervalo de tiempo sobre las trayectorias

Aplicación preliminar a la topografía del embalse del río Tercero

La aplicación del código en topografías irregulares correspondientes al emplazamiento de la CNE se realizó utilizando datos procesados con anterioridad.[2] La discretización de dicha topografía fue realizada tomando como base las coordenadas de la zona cada 1000 m en una región cuadrada de 20×20 km con centro en la CNE. Esta zona fue triangulada en forma regular utilizando 3 200 elementos. La misma se muestra en la Figura 2. Esta red fue utilizada para el cálculo de los potenciales, velocidades y trayectorias al efecto de verificar la razonabilidad de los resultados.

Las trayectorias fueron calculadas considerando un viento constante de 1 m/s y barriendo la zona de cálculo en los cuatro cuadrantes según ángulos variando cada 15° (medidos sobre el plano xy desde el eje negativo de las x en sentido contrario al reloj). Los cálculos de las trayectorias se realizaron a partir de alturas diversas sobre la CNE, ubicada en $x = 0$ m, $y = 0$ m y $z = 525,8$ m. En la Figura 2 se muestra, como ejemplo representativo, la trayectoria obtenida para $\beta = 105°$ utilizando como punto de partida $P(0{,}0{,}570)$. Todas las trayectorias mostraron el comportamiento esperado con una distribución ajustada a la topografía del lugar.

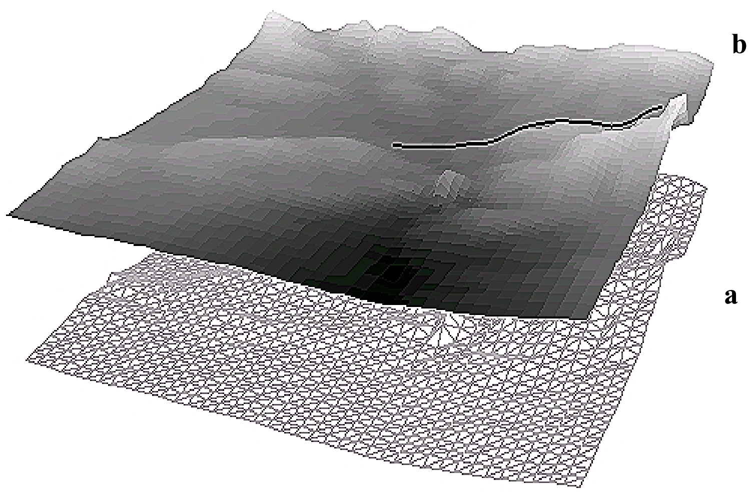

Figura 2. Red de cálculo (a) y trayectoria para $\beta = 10°$ (b)

En la aplicación real, la región de cálculo será considerada como una región cuadrada de 200×200 km con centro en la CNE. Debido a que la base de datos obtenida a partir de datos cartográficos y topográficos en la zona de la CNE[2] ha sido calculada cada 1000 m a partir de los datos geodésicos disponibles, es natural mantener para los cálculos una discretización coherente con esta escala. Ello implicaría disponer de unos 100GB de memoria. Por otra parte, el incrementar a 2 km la escala de discretización mostró efectos del tamaño sobre los resultados. Por ello se optó por una técnica alternativa. Ella consistió en considerar la región total dividida en cuatro sub-regiones, todas discretizadas adecuadamente, con franjas de solapamiento centradas en la CNE y de dimensiones apropiadas. Para verificar la influencia de esta forma de cálculo sobre las trayectorias, se consideró un dominio de 120×120 km que, por razones de economía, se discretizó cada 2 km. Ello implicaba dominios de 80×80 km con un solapamiento de 20×20 km con centro en la CNE, como se muestra en la Figura 3.

Se calcularon los potenciales de velocidad en cada región en forma independiente. Con cada grilla se calcularon distintas trayectorias en la zona compartida con el fin de verificar

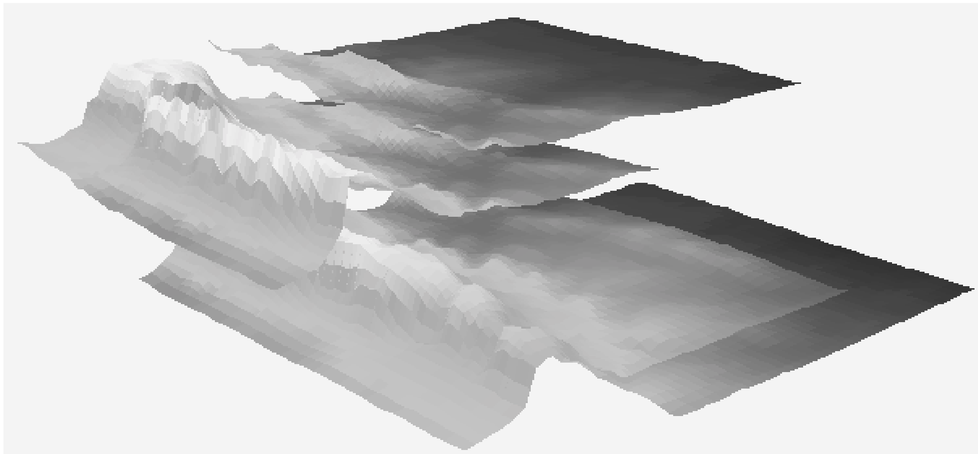

Figura 3. Vista expandida de la superposición de sub-redes de cálculo para un caso práctico

si existía alguna diferencia notable al considerar la transición de una zona a la otra. Los resultados obtenidos no mostraron ninguna diferencia significativa.

Entonces, se implementó un código que, dividiendo el dominio en sub-regiones, calcula las trayectorias eligiendo la zona de cálculo en base a la dirección estimada de la misma a partir del ángulo de incidencia del viento y la posición de la partícula fluida. Con el fin de verificar los programas, se realizó -entre otras- la siguiente prueba: se consideró un punto inicial $P_1(0, 0, 570)$ y se realizó un barrido angular cada 22,5°, comenzando por el viento proveniente del oeste y siguiendo en sentido contrario al reloj. Para cada ángulo de incidencia se consideró un intervalo adecuado y se calculó la trayectoria obtenida al barrer las 16 incidencias en forma correlativa. Los resultados obtenidos pueden verse en la Figura 4. Como puede observarse, la trayectoria obtenida no muestra ningún comportamiento fuera de lo esperado.

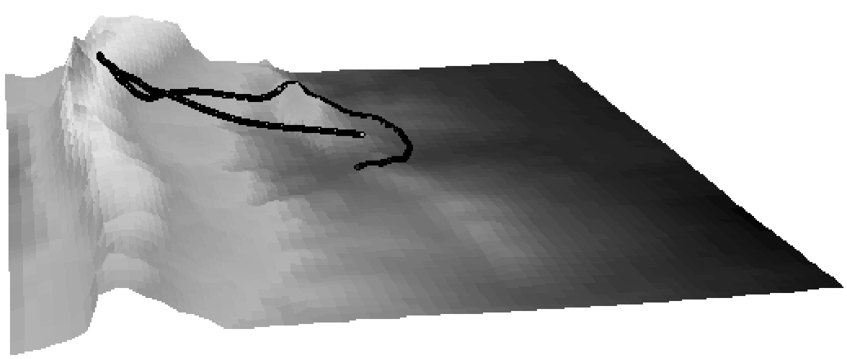

Figura 4. Trayectoria hipotética calculada utilizando subredes y barrido secuencial de incidencias

CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un método de cálculo basado en el BEM para el flujo potencial de fluidos sobre topografías irregulares. Se implementó una técnica de cálculo de ángulos sólidos en superficies abiertas discretizadas mediante triángulos planos. El programa se adaptó a la topografía del emplazamiento de la CNE y se analizaron distintas maneras de modelar dicha topografía para una adecuada representación de la zona de interés dentro de los alcances computacionales disponibles. Dichos resultados están siendo integrados a los cálculos de dispersión generados en otro módulo del sistema SEDA-TOPO.[3]

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Dr. Mario Storti (INTEC, UNL, Argentina) su buena disposición para discutir algunos aspectos del BEM y que nos haya suministrado las redes sobre esferas para la verificación de los resultados.

REFERENCIAS

1 U. Baverstäm, G. Fraser y G.N. Kelly, "Ibídem", *Radiation Protection Dosimetry*, Vol. **73**, N° 1–4, (1997).

2 L.I. Boutet, "Procedimiento para la obtención de un mapa digital para la zona de Embalse a partir de datos cartográficos y topográficos", comunicación privada, Autoridad Regulatoria Nuclear, (1998).

3 L.I. Boutet, A.G. Del Carmen y J.C. Ferreri, "Sistema de evaluación de dosis en accidentes en zonas con topografía irregular", reporter informal no publicado, Autoridad Regulatoria Nuclear, (1999).

4 C.A. Brebbia, J.C.F. Telles y J.C. Wrobel, "*Boundary element techniques*", Springer-Verlag, (1984).

5 M. Chino, H. Ishikawa, H. Yamazawa, H. Nagai y S. Moriuchi, WSPEEDI (Worldwide version of SEEDI): "A computer code system for the prediction of radiological impacts of Japanese due to a nuclear accident in foreign countries", JAERI Report 1334, (1995).

6 A.G. Del Carmen, "Informes de Beca", Autoridad Regulatoria Nuclear, (1997), (1998) y (1999).

7 E.L. Genikhovich y F.A. Schiermier, "Atmospheric environment", Vol. **29**, pp. 2375–2385, (1995).

8 IAEA (International Atomic Energy Agency), "Atmospheric dispersion models for application in relation to radionuclide releases", IAEA, Viena, IAEA-TECDOC-379, (1986).

9 J.A. Jones, "Models to allow for the effects of coastal sites, plume rise and buildings on dispersion of radionuclides and guidance on the value of deposition velocity and washout coefficients", National Rad. Prot. Board, U.K., Informe NRPB-R157, (1983).

10 G.N. Kelly y G. Fraser, "Decision making support for off-site emergency management", *Radiation Protection Dosimetry*, Vol. **50**, N° 2–4, (1993).

11 D.E. Medina y J.A. Liggett, "Exact integrals for three-dimensional boundary element potential problems", *Comm. App. Num. Meth.*, Vol. **5**, pp. 555–561, (1989).

12 NRPB (National Radiation Protection Board), "Atmospheric Dispersion Modelling Liaison Committee Annual Reports 1995/1996" , NRPB-R292, (1997).

13 NRPB, (National Radiation Protection Board), Ibídem, NRPB-R302, (1999).

14 J.V. Ramsdell, G.f. Athey y C.S. Glantz, "MESOI Version 2.0: An interactive mesoscale lagrangian puff dispersion model with deposition and decay", U.S. Nuclear Regulatory Commission, NUREG/CR-3 y PNL-4753, (1983).

15 L.I. Santaló, "*Vectores y tensores*", Editorial Eudeba, (1961).

16 A. Tijonov y A. Samarsky, "*Ecuaciones de la física matemática*", Editorial Mir, (1980).