



Comparative analysis of the forecasting models for Russia's GDP under the structural breaks

Fokin, Nikita and Haritonova, Marina

RANEPA

2020

Сравнительный анализ прогнозных моделей российского ВВП в условиях наличия структурных сдвигов

Информация об авторах:

Фокин Никита Денисович — научный сотрудник, лаборатория математического моделирования экономических процессов РАНХиГС при Президенте РФ (117517, Российская Федерация, г. Москва, просп. Вернадского, д. 82); +79258669652; E-mail: fokinikita@gmail.com

Харитонова Марина Владимировна — младший научный сотрудник, лаборатория математического моделирования экономических процессов РАНХиГС при Президенте РФ (117517, Российская Федерация, Москва, просп. Вернадского, д. 82); +79998329308; E-mail: kharitonova-mv@ranepa.ru

Аннотация

В работе производится сравнение двух видов моделей для прогнозирования российского ВВП в условиях наличия структурных сдвигов. Рассматриваются модели, допускающие сдвиги в детерминированном тренде, в которых даты сдвигов задаются экзогенно, и несколько более гибкий класс моделей – со стохастическим трендом. Показано, что модели со стохастическим трендом демонстрируют лучший результат в прогнозировании темпов роста ВВП на год вперед. При прогнозировании на более короткие горизонты лучшей оказывается модель коррекции ошибок со структурным сдвигом в тренде ВВП.

Ключевые слова: прогнозирование; реальный ВВП; структурные сдвиги; долгосрочный темп роста; цены на нефть; российская экономика.

JEL: C32; C53.

Comparative analysis of the forecasting models for Russia's GDP under the structural breaks

Information about the Authors

Nikita Fokin — Research fellow, RANEPA (82, Vernadskogo pr., 117517, Moscow, Russian Federation); E-mail: fokinikita@gmail.com

Marina Haritonova — Junior research fellow, RANEPA (82, Vernadskogo pr., 117517, Moscow, Russian Federation); E-mail: kharitonova-mv@ranepa.ru

Abstract

In this paper we compare two types of models for forecasting Russia's GDP under the structural breaks. We consider models that allow breaks in a deterministic trend, in which the dates of structural breaks set exogenously, and more flexible class of models – with a stochastic trend. We show that models with a stochastic trend demonstrate the best result in GDP growth rates forecasting for a year ahead. For shorter horizons, the best forecasting model is the error correction model with a break in the deterministic trend in the GDP level.

Key words: forecasting; real GDP; structural breaks; long-term growth rate; oil prices; Russian economy.

1 Введение

В последнее время в отечественной литературе ведутся дискуссии относительно замедления долгосрочных темпов роста российского ВВП. Данная проблема скорее всего носит структурный характер. В работе (Кудрин, Гурвич, 2014) высказывается мнение о том, что российская модель экономического роста периода 2000–2013 гг., состоявшая в трансформации нефтегазовых экспортных доходов во внутренний спрос, исчерпала себя. Цены на нефть являются важнейшим показателем для российской экономики. Они использовались при эконометрическом моделировании российского ВВП в большом количестве отечественных исследований, а также в зарубежной литературе (Rautava, 2004; Kuboniwa, 2014; Esfahani et al., 2014). С теоретической точки зрения, повышение цен на нефть для нефтедобывающей экономики может трактоваться как трансферт богатства отечественным домохозяйствам и фирмам из-за границы. Дополнительные доходы могут быть потрачены на увеличение запасов капитала и, следовательно, расширение производства (Идрисов и др., 2014).

В период с 1999-го по 2008-ой год российский ВВП в среднем рос на 6.9% в год на фоне быстрорастущих цен на нефть¹, которые в среднем за год повышались на 24%. После мирового финансового кризиса, уже к 2011-ому году, цены на нефть восстановились до докризисного уровня и оставались стабильно высокими до 2015-го года. При этом средний темп роста ВВП за период 2010–2014 гг. значительно замедлился до 3.6% в год. В 2010 и 2011 годах, когда цены на нефть росли за год на 29% и 40% в год соответственно, ВВП увеличивался всего на 4.5% и 4.3% соответственно. За период 2016-2019 гг. ВВП в среднем рос всего на 1.5% в год.

В литературе производятся попытки смоделировать и объяснить замедление темпов роста российского ВВП. В работе (Полбин, Скроботов, 2016) тестируется наличие структурных сдвигов в трендовой компоненте ВВП. В работе авторы пытаются ответить на вопрос: связано ли снижение долгосрочных темпов роста с такими внешнеэкономическими причинами, как более низкие темпы роста цен на нефть, или же замедление обусловлено в том числе внутренними факторами. Авторы находят два структурных сдвига в трендовой компоненте ВВП: в 1998-ом и 2007-ом годах. Поскольку конец выборки датируется серединой 2015-го года, возможный сдвиг в окрестности кризиса 2015-го года не тестируется. Авторы получают оценки, согласно которым долгосрочный темп роста структурной компоненты российского ВВП за период с четвертого квартала 1998-го года по третий квартал 2007-го года составил 5.3% в год, а после сдвига в третьем квартале 2007-го года — 1.3% в год. При этом данные оценки являются фактически оценками долгосрочного темпа роста ВВП, очищенного от влияния нефтяных цен. В рамках авторской модели превышение фактических темпов роста российского ВВП в период с 1999 по 2007 гг. (6.9% в год в среднем) над долгосрочными темпами роста структурной компоненты (5.3% в год в среднем) как раз может быть объяснено высокими темпами роста цен на нефть.

¹ Здесь и далее в работе используется цена на нефть марки BRENT.

Схожие результаты были получены в несколько более ранней работе (Орлова, Егиев, 2015). На основе методологии работы (Benes et al., 2010) авторы оценивают долгосрочный темп роста российского ВВП на уровне 6% в год за период с 2000 по 2007 гг., после чего долгосрочный темп роста сильно замедляется и в 2010-ом году составляет всего 2% в год. В 2014-ом году, согласно авторским оценкам, долгосрочный годовой темп роста российской экономики находился на уровне 0.5–1%. Стоит отметить, что в методологии авторов явно не учитывается цена на нефть. Модель, используемая авторами, связывает циклические компоненты ВВП, труда и загрузки мощностей. Конечно, косвенно влияние цен на нефть в модели учитывается. Так, при росте цен на нефть, как мы писали ранее, повышается уровень капитала, который может спровоцировать, к примеру, увеличение загрузки мощностей с целью расширения производства. Потребность в труде в экспортноориентированном секторе также может увеличиваться при росте нефтяных котировок.

В статье (Синельников-Мурылев и др., 2014) авторы также дают оценки темпов роста структурной компоненты российского ВВП. Согласно их оценкам, темп роста структурной компоненты держался на уровне 5% с 1999 по 2008 гг., после чего замедлился до уровня 1–2% в год в 2009–2014 годах. Кроме выделения структурной компоненты ВВП, авторами также рассматриваются внешнеторговая (нефтяная) и конъюнктурная компоненты.

Рассмотрим также несколько работ, в которых используются данные о динамике выпуска после 2015-го года. В работе (Полбин, 2020) используются два вида моделей ненаблюдаемых компонент, которые условно можно назвать моделью в разностях (ARX с ценами на нефть) и моделью в уровнях без цен на нефть, на основе работы (Clark, 1987). Результаты автора по оцениванию трендовых темпов роста за период до 2015-го года в целом совпадают с результатами работ, упомянутых выше. Что касается периода с 2015-го года, то в целом все модели из работы диагностируют стабильные темпы трендового роста ВВП на уровне чуть менее 2% в 2015 году с замедлением до 1% в год к 2017 году с достаточно широким 68% процентным доверительным интервалом, который накрывает ноль.

Близкие оценки были получены в работе (Орлова, Лаврова, 2019) так же, как и в прошлой работе, с помощью фильтра Калмана. Долгосрочный темп роста ВВП в 2017-ом году, согласно расчетам авторов, составляет 0.7–1.3%. В статье потенциальный выпуск определяется с помощью классической производственной функции Кобба-Дугласа от труда, капитала и совокупной факторной производительности. В модели, как и в работе (Орлова, Егиев, 2015), связываются некоторые циклические компоненты различных макроэкономических показателей. Таким образом, в модели участвуют уравнения кривой Филлипса, закона Оукена и связи загрузки производственных мощностей и потенциального выпуска.

В работе (Полбин, Фокин, 2020) была получена оценка сбалансированного темпа роста структурной компоненты российского ВВП без госрасходов, потребления домашних хозяйств, инвестиций в основной капитал, экспорта и импорта, очищенного от влияния цен на нефть на основе VAR модели с регуляризационной задачей по типу фильтра Ходрика-Прескотта. Согласно авторским оценкам, к 2019-ому году темп роста структурной компоненты замедлился до 1.4% в год.

Таким образом, в отечественной литературе существует некоторый консенсус относительно того, что сильное замедление долгосрочных темпов роста в российской экономике имеет место быть. Важно отметить, что замедление вызвано не только более низкими темпами роста цен на нефть, а также и внутренними факторами, о чем свидетельствует снижение темпов роста структурной компоненты. Конкретные оценки того, как сильно замедлился долгосрочный темп роста, варьируются от работы к работе, но в целом достаточно схожи. Большинство авторов считает, что темп роста структурной компоненты составлял около 5% в период с 1999–2007 гг., затем замедлился до уровня около 2% в год и, вероятно, уже после кризиса 2015-го года, снизился еще сильнее, примерно до уровня около 1% в год.

Причины, по которым произошло данное замедление, заслуживают отдельного исследования, и их изучение не является целью данной работы. При этом, если грубо считать, что произошло два замедления в районах кризисов 2008–2009 гг. и 2015-го года, то их причины могут быть довольно разными. Так, надо учитывать, что в 2000–2007 гг. российская экономика проходила фазу восстановительного роста после затяжного спада в 1990-ые годы (Полбин, Скроботов, 2016). Уже после мирового финансового кризиса, когда сильные циклические колебания прекратились, стало ясно, что замедление темпов роста носит долгосрочный характер и не связано с циклическими факторами. Из основных причин замедления темпов роста в 2010–2014 гг. авторы отмечают недостаточность инвестиций и капитала (Синельников-Мурылев и др., 2014; Орлова, Егиев, 2015), а также крайне низкую эффективность госсектора (Кудрин, Гурвич, 2014; Орлова, Егиев, 2015). Последующее замедление темпов роста после 2015-го года было не таким заметным, по сравнению с замедлением в районе мирового финансового кризиса, и его причины являются более дискуссионными и менее изученными хотя бы потому, что с момента того кризиса прошло не так много времени. Одной из причин могут быть введенные санкции, ограничивающие доступ к зарубежным рынкам капитала (Орлова, Лаврова, 2019).

Замедление долгосрочных темпов роста необходимо учитывать при прогнозировании и его можно рассматривать как структурный сдвиг в угле наклона трендовой компоненты ВВП, так и в среднем уровне в темпах роста ВВП. Неучет структурных сдвигов может негативно сказаться на качестве прогнозной силы модели. Как известно, в стационарных моделях временных рядов, например, ARMA, прогнозы сходятся к безусловному среднему временного ряда. В случае если стационарный временной ряд темпов роста колебался около одного среднего уровня до структурного сдвига, а после начал флюктуировать около другого среднего уровня, более низкого, чем прошлый, прогнозы по такой модели будут завышены.

В настоящем исследовании тестируется два класса моделей для прогнозирования российского ВВП при наличии структурных сдвигов в трендовой компоненте. Условно² они именуются нами моделями с детерминированным трендом и со стохастическим трендом. Данные модели учитывают замедление долгосрочных темпов роста и потенциально могут быть полезны в том числе при среднесрочном и долгосрочном прогнозировании.

² “Условно”, потому что в работе рассматриваются модели как в логарифмах уровня ВВП, так и в первых разностях. В уровнях трендовая компонента участвует в модели в явном виде. В модели в разностях структурный сдвиг моделируется в темпах роста трендовой компоненты, то есть в ее первой разности.

Модели, допускающие экзогенный сдвиг в детерминированном линейном тренде российского ВВП, рассматривались в работах (Полбин, Скроботов, 2016; Полбин, Фокин, 2020). Построение модели со сдвигом в детерминированном тренде сопряжено с проблемой выявления и датировки сдвига, что является отдельной объемной задачей. Модели со стохастическим трендом, оцениваемые с помощью фильтра Калмана (Kalman, 1960), использовались в работе (Полбин, 2020; Polbin, 2020). В рамках данных моделей можно получить меняющуюся в каждый момент времени траекторию трендовой компоненты или темпов ее роста, рассматривая их как ненаблюдаемые величины.

Работа построена следующим образом: во втором разделе описываются используемые для прогнозирования спецификации моделей с детерминированным трендом. В третьем разделе приводятся спецификации моделей со стохастическим трендом. В последнем разделе сравнивается качество псевдовневыборочного прогнозирования моделей обоих классов и даются оценки долгосрочных темпов роста на их основе.

2. Спецификации моделей с детерминированным трендом

Начнем с модели AR, выступающей в качестве базовой:

$$\Delta \ln y_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \ln y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где y_t — реальный ВВП. В рамках данной модели (как и в случае ARIMA модели) прогнозы в долгосрочной перспективе сходятся к единому на всем периоде безусловному среднему темпам роста ВВП, которое выражается через параметры модели:

$$E(\Delta \ln y_t) = \frac{c}{1 - \sum_{i=1}^p a_i}. \quad (1)$$

Далее добавим в модель реальные цены на нефть ($poil_t$) и получим модель ARX, в которой темп роста реальных цен на нефть включается в качестве экзогенной переменной и поэтому в модели участвует их текущий темп роста:

$$\Delta \ln y_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \ln y_{t-i} + \sum_{j=0}^q b_j \Delta \ln poil_{t-j} + \varepsilon_t. \quad (2)$$

В рамках данной модели прогнозы сходятся также к единому безусловному среднему на всем периоде:

$$E(\Delta \ln y_t) = \frac{c}{1 - \sum_{i=1}^p a_i} + \frac{\sum_{j=0}^q b_j E(\Delta \ln poil_{t-j})}{1 - \sum_{i=1}^p a_i}. \quad (3)$$

Если логарифм реальной цены на нефть в уровнях следует процессу случайного блуждания, то в первых разностях ее среднее равно нулю. Предпосылка о том, что цена на нефть является случайным блужданием находит эмпирическое подтверждение в литературе и является довольно стандартной (Alquist et al., 2013). При этом фактически в данной модели производится декомпозиция безусловного

математического ожидания темпа роста ВВП на две компоненты: темп роста структурной компоненты (первое слагаемое) и темп роста за счет повышения цен на нефть (второе слагаемое). В рамках данной модели можно объяснить, например, динамику ВВП в период с начала двухтысячных до мирового финансового кризиса. Как мы писали во введении, согласно оценкам большинства работ, трендовый темп роста российского ВВП составлял около 5% в год в среднем при фактических средних темпах роста на уровне 6.9%. Разница в 1.9 п.п. может быть как раз объяснена высокими темпами роста цен на нефть в тот период.

В данной работе в моделях с детерминированным трендом мы учитываем один структурный сдвиг в третьем квартале 2007-го года (Полбин, Скроботов, 2016). Тестирование сдвига в окрестности 2015-го года — объемная задача, которую мы оставляем для будущих исследований. Кроме того, на наш взгляд, на данный момент недостаточно наблюдений для формального одновременного тестирования наличия структурного сдвига и прогнозной силы модели. Модели со стохастическим трендом в данном смысле являются более гибкими. С подробным обзором подходов к тестированию структурных сдвигов и единичных корней при наличии структурных сдвигов можно ознакомиться в работе (Skrobotov, 2020).

Учет структурного сдвига в третьем квартале 2007 г. может быть смоделирован как в рамках AR модели в центрированных темпах роста на среднее со сдвигом (Fokin, Polbin, 2019):

$$\Delta \ln y_t - \mu_t = \sum_{i=1}^p a_i (\Delta \ln y_{t-i} - \mu_{t-i}) + \varepsilon_t, \quad (4)$$

так и в рамках ARX модели с ценами на нефть:

$$\Delta \ln y_t - \mu_t = \sum_{i=1}^p a_i (\Delta \ln y_{t-i} - \mu_{t-i}) + \sum_{j=0}^q b_j \Delta \ln poil_{t-j} + \varepsilon_t. \quad (5)$$

Аналогично, в предположении о нулевом среднем темпе роста цен на нефть, μ_t является долгосрочным темпом роста ВВП, который однократно меняется после структурного сдвига:

$$E(\Delta \ln y_t) = \mu_t = \begin{cases} \mu_0, & t < 2007Q3 \\ \mu_1, & t \geq 2007Q3 \end{cases}. \quad (6)$$

В данной работе мы не тестируем наличие коинтеграции между рядами ВВП и цен на нефть, хотя, к примеру, в работе (Полбин, Скроботов, 2016) коинтеграция была обнаружена, а рассматриваем оба варианта: с коинтеграцией и без. Второму случаю соответствуют вышеописанные спецификации ARX моделей. В предположении ее наличия прогнозирование темпов роста ВВП осуществляется на основе модели коррекции ошибок (ECM). Для начала запишем коинтеграционное соотношение без структурного сдвига в детерминированном тренде и модель ECM в данном случае:

$$\ln y_t = c + \mu t + \beta \ln poil_t + \varepsilon_t, \quad (7)$$

$$e_t = \ln y_t - \hat{c} - \hat{\mu}t - \beta \ln poil_t, \quad (8)$$

$$\ln y_t^* = \ln y_t - \hat{c} - \hat{\mu}t, \quad (9)$$

$$\Delta \ln y_t^* = \theta e_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \ln y_{t-i}^* + \sum_{j=0}^q b_j \Delta \ln poil_{t-j} + \varepsilon_t. \quad (10)$$

Переменная $\ln y_t^*$ является детрендированным уровнем ВВП.

Для учета структурного сдвига в третьем квартале 2007-го года в ECM модели используется следующая спецификация (Fokin, Polbin, 2019):

$$\ln y_t = c + \mu_0 \cdot t \cdot (1 - dt_t) + \mu_1 \cdot t \cdot dt_t + \gamma \cdot dt_t + \beta \ln poil_t + \varepsilon_t, \quad (11)$$

$$dt = \begin{cases} 0, & t < 2007Q3 \\ 1, & t \geq 2007Q3 \end{cases}, \quad (12)$$

$$e_t = \ln y_t - \hat{c} - \hat{\mu}_0 \cdot t \cdot (1 - dt_t) - \hat{\mu}_1 \cdot t \cdot dt_t - \hat{\gamma} \cdot dt_t - \hat{\beta} \ln poil_t, \quad (13)$$

$$\ln y_t^* = \ln y_t - \hat{c} - \hat{\mu}_0 \cdot t \cdot (1 - dt_t) - \hat{\mu}_1 \cdot t \cdot dt_t - \hat{\gamma} \cdot dt_t, \quad (14)$$

$$\Delta \ln y_t^* = \theta e_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \ln y_{t-i}^* + \sum_{j=0}^q b_j \Delta \ln poil_{t-j} + \varepsilon_t. \quad (15)$$

Оценивание моделей производится методом OLS. В случае ECM моделей предварительно получаются OLS остатки коинтеграционных соотношений и детрендируется ряд ВВП. Затем ECM уравнение также оценивается OLS. Выбор лагов во всех моделях осуществляется на основе минимизации значения информационного критерия Шварца (Schwarz et al., 1978) в предположении, что максимальная глубина запаздываний по темпам роста ВВП и ценам на нефть равна четырем.

3 Спецификации моделей со стохастическим трендом

Для спецификации AR и ARX моделей со стохастическим трендом будем использовать такие же наборы лагов, какие выбирает критерий Шварца в моделях с детерминированным трендом. Такой подход безусловно может быть подвержен определенной критике, однако полный перебор по различным наборам запаздывающих разностей цен на нефть и ВВП для данных моделей затруднителен по причине того, что каждую нужно записывать в пространстве состояний.

Начнем спецификацию моделей со стохастическим трендом с базовой модели AR с одной запаздывающей разностью логарифма ВВП. Данная модель задается уравнениями:

$$\Delta \ln y_t - \mu_t = a_1 (\Delta \ln y_{t-1} - \mu_{t-1}) + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), \quad (16)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2), \quad (17)$$

Здесь в каждый момент выполнено условие $E(\Delta \ln y_t - \mu_t) = 0$, то есть μ_t — меняющийся в каждый момент времени темп трендового роста ВВП, который следует процессу случайного блуждания. В форме пространства состояний модель записывается в следующем виде:

$$x_t = Hz_t, \quad (19)$$

$$z_t = Fz_{t-1} + \omega_t, \quad (18)$$

$$E(\omega_t \omega'_t) = Q, \quad (21)$$

$$x_t = [\Delta \ln y_t]', \quad (19)$$

$$z_t = [\Delta \ln y_t, \mu_t]', \quad (20)$$

$$\omega_t = [\varepsilon_t + u_t, u_t]', \quad (21)$$

$$H = [1 \ 0], \quad (22)$$

$$F = \begin{bmatrix} a_1 & 1-a_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_u^2 & \sigma_u^2 \\ \sigma_u^2 & \sigma_u^2 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

где x_t — вектор наблюдаемых компонент, z_t — вектор состояний, элементы которого могут быть как наблюдаемыми, так и ненаблюдаемыми переменными, Q — ковариационная матрица шоков.

Дисперсия σ_u^2 отвечает за гладкость компоненты μ_t . Если она будет равна нулю, μ_t будет прямой на уровне безусловного математического ожидания темпа роста ВВП, то есть матожиданием в модели AR без структурного сдвига.

Далее, по аналогии с моделями с детерминированным трендом, включим в модель цены на нефть. Модель ARX с 1 запаздывающей разностью ВВП, текущей и двумя запаздывающими разностями цен на нефть представлена уравнениями:

$$\Delta \ln y_t - \mu_t = a_1 (\Delta \ln y_{t-1} - \mu_{t-1}) + \sum_{j=0}^2 b_j \Delta \ln poil_{t-j} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), \quad (25)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t, \ u_t \sim N(0, \sigma_u^2), \quad (26)$$

$$\ln poil_t = \ln poil_{t-1} + k_t, \ k_t \sim N(0, \sigma_k^2). \quad (27)$$

В форме пространства состояний модель задается следующим образом:

$$x_t = [\Delta \ln y_t \ \Delta \ln poil_t]', \quad (28)$$

$$z_t = [\Delta \ln y_t \ \mu_t \ \Delta \ln poil_t \ \Delta \ln poil_{t-1} \ \Delta \ln poil_{t-2}]', \quad (29)$$

$$\omega_t = [\varepsilon_t + u_t + \beta_0 k_t \ u_t \ k_t \ 0 \ 0]', \quad (30)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$F = \begin{bmatrix} a_1 & 1-a_1 & \beta_0 & \beta_1 & \beta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 + \sigma_u^2 + \beta_0 \sigma_k^2 & \sigma_u^2 & \beta_0 \sigma_k^2 & 0 & 0 \\ \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_0 \sigma_k^2 & 0 & \sigma_k^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Забегая вперед, заметим, что ARX модель всего с одним лагом темпов роста ВВП дает завышенные, на наш взгляд, оценки трендового темпа роста ВВП в период после 2015-го года. Об этом же, например, упоминалось в работе (Полбин, 2020). В связи с этим мы рассмотрим модель ARX как с одним, так и с двумя лагами темпов роста ВВП. В обеих моделях будут участвовать текущий и два лага темпов роста цен на нефть.

Также в работе используется несколько моделей со стохастическим трендом для уровня ВВП, базирующиеся на работе Кларка (Clark, 1987). Первая рассматриваемая нами спецификация является оригинальной моделью автора, в рамках которой реальный выпуск раскладывается на потенциальный (трендовый) и циклический, предполагая, что темп роста потенциального выпуска следует процессу случайного блуждания с меняющимся во времени сносом:

$$\ln y_t = \tau_t + c_t, \quad (34)$$

$$\tau_t = \mu_t + \tau_{t-1} + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2), \quad (35)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2), \quad (36)$$

$$c_t = \varphi_1 c_{t-1} + \varphi_2 c_{t-2} + \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0, \sigma_\xi^2), \quad (37)$$

где y_t — реальный ВВП, τ_t — трендовая компонента ВВП, μ_t — темп трендового роста ВВП, описываемый законом случайного блуждания, c_t — циклическая компонента ВВП, задаваемая стационарным AR(2) процессом.

В пространстве состояний модель может быть записана следующим образом:

$$x_t = [\ln y_t]', \quad (38)$$

$$z_t = [\tau_t \quad \mu_t \quad c_t \quad c_{t-1}]', \quad (39)$$

$$\omega_t = [\eta_t + u_t \quad u_t \quad \xi_t \quad 0]', \quad (40)$$

$$H = [1 \ 0 \ 1 \ 0], \quad (41)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_1 & \varphi_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (42)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_\eta^2 + \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 \\ \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\xi^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (43)$$

Цены на нефть в модели выше не участвуют. В связи с чем мы рассматриваем ряд модификаций исходной модели, которые направлены на учет влияния нефтяных цен. Всего будет рассмотрено три модификации. Первая модификация модели Кларка подразумевает влияние цен на нефть только на циклическую компоненту выпуска. Увеличение темпов роста цен на нефть приводит к росту циклической компоненты выпуска и не оказывает влияния на трендовую компоненту:

$$\ln y_t = \tau_t + c_t, \quad (44)$$

$$\tau_t = \mu_t + \tau_{t-1} + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2), \quad (45)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2), \quad (46)$$

$$c_t = c_t^{oil} + c_t^{nonoil}, \quad (47)$$

$$c_t^{oil} = \rho c_{t-1}^{oil} + \beta_1 k_t, \quad (48)$$

$$c_t^{nonoil} = \varphi_1 c_{t-1}^{nonoil} + \varphi_2 c_{t-2}^{nonoil} + \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0, \sigma_\xi^2), \quad (49)$$

$$\ln poil_t = \ln poil_{t-1} + k_t, \quad k_t \sim N(0, \sigma_k^2). \quad (50)$$

где c_t^{oil} — циклическая компонента ВВП, зависящая от цен на нефть, c_t^{nonoil} — циклическая компонента ВВП, не зависящая от цен на нефть.

В форме пространства состояний первая модификация выглядит следующим образом:

$$x_t = [\ln y_t \quad \ln poil_t]', \quad (51)$$

$$z_t = [\tau_t \quad \mu_t \quad c_t^{oil} \quad c_t^{nonoil} \quad c_{t-1}^{nonoil} \quad \ln poil_t]', \quad (52)$$

$$\omega_t = [u_t + \eta_t \quad u_t \quad \beta_1 k_t \quad \xi_t \quad 0 \quad k_t]', \quad (53)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (54)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_1 & \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (55)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 + \sigma_\eta^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1^2 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \beta_1^2 \sigma_k^2 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_\xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \sigma_k^2 \end{bmatrix}. \quad (56)$$

Во второй модификации модели Кларка положим, что цены на нефть влияют только на трендовую компоненту выпуска и не вызывают циклического роста. То есть перманентное увеличение цен на нефть перманентно изменяет уровень трендовой компоненты:

$$\ln y_t = \tau_t + c_t, \quad (57)$$

$$\tau_t = \tau_t^{oil} + \tau_t^{nonoil}, \quad (58)$$

$$\tau_t^{nonoil} = \tau_{t-1}^{nonoil} + \mu_t + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2), \quad (59)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2), \quad (60)$$

$$\tau_t^{oil} = \beta_0 \ln poil_t, \quad (61)$$

$$c_t = \varphi_1 c_{t-1} + \varphi_2 c_{t-2} + \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0, \sigma_\xi^2), \quad (62)$$

$$\ln poil_t = \ln poil_{t-1} + k_t, \quad k_t \sim N(0, \sigma_k^2). \quad (63)$$

где τ_t^{oil} — трендовая компонента ВВП, зависящая от цен на нефть, τ_t^{nonoil} — трендовая компонента ВВП, не зависящая от цен на нефть.

В форме пространства состояний данная модификация выглядит следующим образом:

$$x_t = [\ln y_t \quad \ln poil_t]', \quad (64)$$

$$z_t = [\tau_t^{nonoil} \quad \mu_t \quad c_t \quad c_{t-1} \quad \ln poil_t]', \quad (65)$$

$$\omega_t = [u_t + \eta_t \quad u_t \quad \xi_t \quad 0 \quad k_t]', \quad (66)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \beta_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (67)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_1 & \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (68)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 + \sigma_\eta^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_k^2 \end{bmatrix}. \quad (69)$$

Третья модификация модели Кларка предполагает, что цены на нефть влияют как на циклическую, так и трендовую компоненты ВВП. Данная модификация, пожалуй, является наиболее реалистичной. Похожая модель использовалась в работе (Polbin, 2020). Данную модель можно записать в следующем виде:

$$\ln y_t = \tau_t^{oil} + \tau_t^{nonoil} + c_t^{oil} + c_t^{nonoil}, \quad (70)$$

$$\tau_t^{oil} = \beta_0 \ln poil_t, \quad (71)$$

$$\tau_t^{nonoil} = \tau_{t-1}^{nonoil} + \mu_t + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2), \quad (72)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2), \quad (73)$$

$$c_t^{oil} = \rho c_{t-1}^{oil} + \beta_1 k_t, \quad (74)$$

$$c_t^{nonoil} = \varphi_1 c_{t-1}^{nonoil} + \varphi_2 c_{t-2}^{nonoil} + \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0, \sigma_\xi^2), \quad (75)$$

$$\ln poil_t = \ln poil_{t-1} + k_t, \quad k_t \sim N(0, \sigma_k^2). \quad (76)$$

Или же в форме пространства состояний:

$$x_t = [\ln y_t \quad \ln poil_t]', \quad (77)$$

$$z_t = [\tau_t^{oil} \quad \tau_t^{nonoil} \quad \mu_t \quad c_t^{oil} \quad c_t^{nonoil} \quad c_{t-1}^{nonoil} \quad \ln poil_t]', \quad (78)$$

$$\omega_t = [\beta_0 k_t \quad u_t + \eta_t \quad u_t \quad \beta_1 k_t \quad \xi_t \quad 0 \quad k_t]', \quad (79)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (80)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varphi_1 & \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (81)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \beta_0^2 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \beta_0 \beta_1 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \beta_0 \sigma_k^2 \\ 0 & \sigma_\eta^2 + \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_0 \beta_1 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \beta_1 \sigma_k^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_0 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \beta_1 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \sigma_k^2 \end{bmatrix}. \quad (82)$$

3. Сравнение прогнозных качества и оценки темпов долгосрочного роста

В работе рассматриваются данные Росстата по реальному ВВП в квартальном выражении на выборке с 1999 года по третий квартал 2019-го года. Единый ряд ВВП получен путем сцепки рядов в разных ценах на основе данных ВВП по использованию. Итоговый ряд очищен от сезонности процедурой X-12 ARIMA. Данные по месячной номинальной цене на нефть марки BRENT получены с сайта Федеральной резервной системы (FRED). Ряд номинальной цены дефлируется на сезонно-сглаженный долларовый ИПЦ, который также получен с сайта FRED. Квартальная реальная цена на нефть рассчитывается путем усреднения по соответствующим месячным наблюдениям.

Для тестирования прогнозной силы рассматриваемых моделей ставится два эксперимента по псевдовневыборочному прогнозированию на 4 квартала вперед на двух выборках разной длины: начиная с 1 квартала 2016 года (по 15 точкам) и с 1 квартала 2014 года (по 23 точкам). Такие выборки выбраны нами для возможности проведения более полного анализа результатов. С одной стороны, более длинный период является более репрезентативным в целом, с другой стороны, тестирование прогнозов на более поздних точках также является важным, так как какая-то модель может демонстрировать хороший результат на более ранней выборке и плохой — на более поздней, то есть становиться менее актуальной со временем, что сложно будет заметить, ориентируясь только на длинный период. Мерой качества прогнозов служит RMSE — среднеквадратическая ошибка прогноза.

Отметим, что при расчете прогнозов по моделям, включающим цены на нефть, необходимо получать прогнозные значения и для них, так как во многих моделях участвуют текущие разности или уровни логарифма цен на нефть. В данной работе в качестве прогнозов логарифма цен на нефть в разностях используются нулевые значения на все четыре квартала в предположении о том, что цены на нефть следуют закону случайного блуждания.

Используется стандартная схема псевдовневыборочного прогнозирования, в рамках которой при оценке модели не используются точки, на которые будет построен прогноз. Каждая модель оценивается на выборке до точки T , затем на точки $T+1, \dots, T+4$ строятся прогнозы. Затем модели переоцениваются на выборке с включением точки $T+1$ и строятся прогнозы на точки $T+2, \dots, T+5$ и так далее. При построении прогнозов на второй, третий и четвертый шаги в качестве лаговых значений используются прогнозы, полученные на прошлых шагах. В различных модификациях модели Кларка первоначально получается прогноз логарифма уровня ВВП, а затем берется первая разность с целью сопоставления результатов с остальными моделями.

В табл. 1 приведены значения RMSE для прогнозов с 1 квартала 2016 г. по моделям с детерминированным и стохастическим трендами на 4 шага вперед. Буквой h обозначается горизонт построения прогноза.

Таблица 1. Среднеквадратические ошибки на каждом шаге псевдовневыборочного прогноза с 1 квартала 2016 г.

Модели с детерминированным трендом					Модели со стохастическим трендом				
	$h=1$	$h=2$	$h=3$	$h=4$		$h=1$	$h=2$	$h=3$	$h=4$
AR	0.0082	0.0085	0.0080	0.0078	AR	0.0083	0.0086	0.0079	0.0073
AR со сдвигом	0.0077	0.0077	0.0072	0.0073	ARX с 1 лагом темпов роста ВВП	0.0080	0.0090	0.0090	0.0084
ARX	0.0083	0.0082	0.0075	0.0076	ARX с 2 лагами темпов роста ВВП	0.0090	0.0097	0.0090	0.0102
ARX со сдвигом	0.0077	0.0075	0.0069	0.0071	Модель Кларка	0.0085	0.0089	0.0082	0.0079
					1-я модификация модели Кларка	0.0078	0.0083	0.0083	0.0083
ECM	0.0086	0.0086	0.0080	0.0079	2-я модификация модели Кларка	0.0092	0.0084	0.0076	0.0073

ECM со сдвигом	0.0067	0.0071	0.0073	0.0074	3-я модификация модели Кларка	0.0076	0.0080	0.0072	0.0068
----------------	---------------	---------------	--------	--------	-------------------------------	--------	--------	--------	---------------

Примечание. Жирным шрифтом выделены лучшие модели на каждом шаге прогноза.

На первом и втором шагах прогнозирования лучшей оказывается модель ECM со структурным сдвигом в трендовой компоненте, на третьем шаге — модель ARX со структурным сдвигом. На горизонте прогнозирования в один год (четвертый шаг) лучшей является третья модификация модели Кларка с влиянием цен на нефть на трендовую и циклическую компоненты.

В табл. 2 приведены значения RMSE для горизонта прогнозирования с 1 квартала 2014 г.

Таблица 2. Среднеквадратические ошибки на каждом шаге псевдовневыборочного прогноза с 1 квартала 2014 г.

Модели с детерминированным трендом					Модели со стохастическим трендом				
	$h = 1$	$h = 2$	$h = 3$	$h = 4$		$h = 1$	$h = 2$	$h = 3$	$h = 4$
AR	0.0114	0.0110	0.0121	0.0118	AR	0.0117	0.0106	0.0092	0.0094
AR со сдвигом	0.0106	0.0100	0.0104	0.0102	ARX с 1 лагом темпов роста ВВП	0.0110	0.0106	0.0119	0.0102
ARX	0.0106	0.0112	0.0111	0.0114	ARX с 2 лагами темпов роста ВВП	0.0117	0.0104	0.0102	0.0093
ARX со сдвигом	0.0100	0.0100	0.0096	0.0099	Модель Кларка	0.0118	0.0108	0.0116	0.0108
					1-я модификация модели Кларка	0.0101	0.0099	0.0102	0.0097
ECM	0.0107	0.0112	0.0117	0.0118	2-я модификация модели Кларка	0.0132	0.0112	0.0116	0.0105
ECM со сдвигом	0.0086	0.0091	0.0092	0.0097	3-я модификация модели Кларка	0.0103	0.0099	0.0109	0.0098

Примечание. Жирным шрифтом выделены лучшие модели на каждом шаге прогноза.

На периоде с начала 2014-го года ECM со сдвигом демонстрирует лучшее качество прогнозов с первого по третий шаг прогноза. На четвертом шаге лучшей оказывается ARX с двумя лагами темпов роста ВВП. Заметим, что в обоих случаях на четвертом шаге прогноза лучшее качество показывают модели со стохастическим трендом, что может быть свидетельством того, что они лучше оценивают долгосрочный темп роста, к которому сходятся прогнозы в долгосрочной перспективе, и более пригодны для прогнозирования на длинные горизонты.

Заметим также, что во всех случаях попарного сравнения моделей с детерминированным трендом без структурного сдвига и со сдвигом (AR против AR со сдвигом, ARX против ARX со сдвигом, ECM против ECM со сдвигом), его добавление улучшает качество прогнозов на всех горизонтах. Это подчеркивает актуальность и необходимость учета и моделирования замедления долгосрочных темпов роста российского ВВП.

4.2 Оценки долгосрочных темпов роста ВВП

Также приведем оценки долгосрочного темпа роста ВВП РФ в табл. 3 для промежутков с 1 квартала 1999 г. по 2 квартал 2007 г., с 3 квартала 2007 г. по 4 квартал 2014 г. (до точки начала рецессии 2015-го года), а также с 1 квартала 2015 г. по 3 квартал 2019 г. Последний промежуток выбран нами, чтобы проверить, диагностируют ли модели со стохастическим трендом замедление долгосрочных темпов роста ВВП после 2015-го года.

Таблица 3. Оценки долгосрочных годовых темпов роста российского ВВП в моделях со структурным сдвигом и ценами на нефть

Модели с детерминированным трендом			Модели со стохастическим трендом			
Модель	1999q1–2007q2	2007q3–2019q3	Модель	1999q1–2007q2	2007q3–2014q4	2015q1–2019q3
ARX со сдвигом	5.7%	1.2%	ARX с 1 лагом темпов роста ВВП	3.7%	2.6%	2.2%
			ARX с 2 лагами темпов роста ВВП	4.3%	2.4%	1.8%
ECM со сдвигом	5.6%	1.5%	Первая модификация модели Кларка	5.4%	1.6%	1.2%
			Вторая модификация модели Кларка	5.8%	2.0%	1.2%
			Третья модификация модели Кларка	4.7%	1.9%	1.4%

Как видно из таблицы, модели дают в целом схожие оценки долгосрочных темпов роста как с упомянутыми ранее моделями из других работ, так и между собой. Несколько отличные оценки получаются

по ARX модели с одним лагом темпов роста ВВП. По данной модели оценки на периоде 1999q1–2007q2 слишком занижены относительно других моделей, а на периоде после 2007q2 — слишком завышены. Более разумные оценки дает модель с двумя лагами. Как мы писали ранее, замедление долгосрочных темпов роста после структурного сдвига в третьем квартале 2007-го года является довольно существенным. С уровня в чуть более 5% по большинству моделей до уровня около 1.5% на периоде с 2007-го года по конец выборки. Замедление в окрестности 2015-го года модели со стохастическим трендом также диагностируют, однако значительно менее сильное. В настоящее время долгосрочные темпы роста по моделям, которые дают лучшее качество прогнозов на четыре шага вперед, а именно ARX с двумя лагами темпов роста ВВП и третьей модификации модели Кларка, составляют 1.8% и 1.4% в год соответственно. По модели ECM со структурным сдвигом, которая продемонстрировала лучшую прогнозную силу на коротких горизонтах, оценка долгосрочного темпа роста в настоящее время составляет 1.5%. При этом заметим, что эти оценки фактически очищены от влияния цен на нефть и являются темпами роста структурной (трендовой) компоненты ВВП.

Для наглядной визуализации масштабов замедления темпов трендового роста российского ВВП обратимся к рис. 1. На нем представлены траектории долгосрочного темпа роста ВВП РФ, оцененные по модели коррекции ошибок со сдвигом в детерминированном тренде, которая показывает лучшие результаты прогнозирования среди моделей с детерминированным трендом, и по третьей модификации модели Кларка.

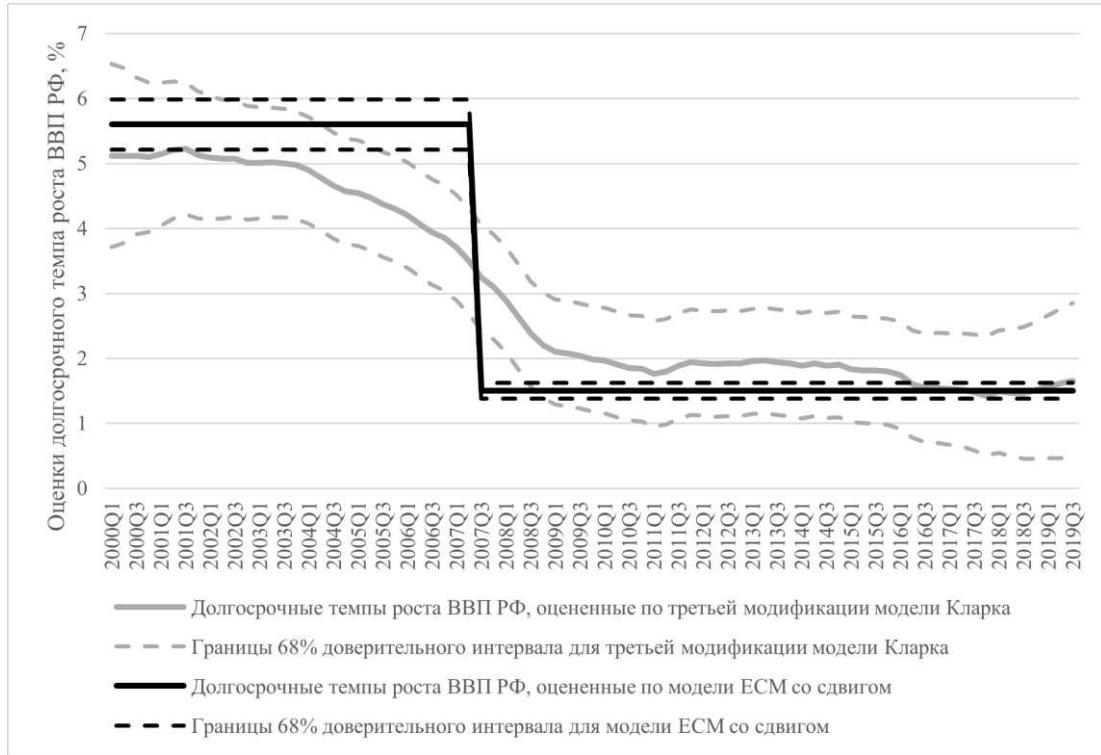


Рис.1. Оценки долгосрочного темпа роста российского ВВП по ECM модели со сдвигом и третьей модификации модели Кларка

Заключение

В работе были апробированы модели со стохастическим и детерминированным трендами для прогнозирования темпов роста российского ВВП в условиях наличия структурных сдвигов. Было показано, что учет замедления долгосрочных темпов роста российского ВВП с 2000-ых годов существенно улучшает качество псевдовневыборочных прогнозов. Рассмотренные модели в целом дают схожие оценки долгосрочных темпов роста. В 2019-ом году, согласно полученным оценкам, темп роста структурной компоненты ВВП составляет около 1.5%. Лучшей моделью при прогнозировании на год вперед оказываются модели со стохастическим трендом, что может говорить о том, что они более точно оценивают долгосрочный темп роста в настоящее время. Лучшей на горизонтах прогноза от одного до трех кварталов вперед оказывается модель ECM с учетом структурного сдвига в третьем квартале 2007-го года.

Литература

1. Идрисов Г., Казакова М., Полбин А. (2014). Теоретическая интерпретация влияния нефтяных цен на экономический рост в современной России. *Экономическая политика*, 5, 150–171.
2. Кудрин А., Гурвич Е. (2014). Новая модель роста для российской экономики. *Вопросы экономики*, 12, 4–36. DOI: 10.32609/0042-8736-2014-12-4-36
3. Орлова Н. В., Егиев С. К. (2015). Структурные факторы замедления роста российской экономики. *Вопросы экономики*, 12, 69–84. DOI: 10.32609/0042-8736-2015-12-69-84
4. Орлова Н. В., Лаврова Н. А. (2019). Потенциальный рост как отражение перспектив российской экономики. *Вопросы экономики*, 4, 5–20. DOI: 10.32609/0042-8736-2019-4-5-20
5. Полбин А. В., Скроботов А. А. (2016). Тестирование наличия изломов в тренде структурной компоненты ВВП Российской Федерации. *Экономический журнал Высшей школы экономики*, 20(4), 588–623.
6. Полбин А. В. (2020). Оценка траектории темпов трендового роста ВВП России в ARX-модели с ценами на нефть. *Экономическая политика*, 15 (1). DOI: 10.18288/1994-5124-2020-1-40-63
7. Полбин А. В., Фокин Н. Д. (2020). Эконометрическое моделирование сбалансированной структурной компоненты основных российских макроэкономических показателей. *Математическое моделирование*, 32(7). 98–112. DOI: 10.20948/mm-2020-07-06
8. Синельников-Мурылев С., Дробышевский С., Казакова М. (2014). Декомпозиция темпов роста ВВП России в 1999–2014 годах. *Экономическая политика*, 5, 7–37.
9. Alquist, R., Kilian, L., & Vigfusson, R. J. (2013). Forecasting the price of oil. *Handbook of economic forecasting*, 2, 427–507. Elsevier. DOI:10.1016/B978-0-444-53683-9.00008-6
10. Benes J., Clinton K., Garcia-Saltos R., Johnson M., Laxton D., Manchev P., Matheson T. (2010). Estimating potential output with a multivariate filter. *IMF Working Paper*, 37 p. DOI: 10.5089/9781455210923.001
11. Clark P.K. (1987). The cyclical component of US economic activity. *The Quarterly Journal of Economics*, 102 (4), 797–814. DOI: 10.2307/1884282
12. Esfahani H. S., Mohaddes K., Pesaran M. H. (2014). An empirical growth model for major oil exporters. *Journal of Applied Econometrics*, 29 (1), 1–21. DOI:10.1002/jae.2294

13. Fokin N., Polbin A. (2019). A Bivariate Forecasting Model For Russian GDP Under Structural Changes In Monetary Policy and Long-Term Growth. *MPRA Paper*, No. 95794, 31 p.
14. Kalman R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. DOI: 10.1111/1.3662552
15. Kuboniwa M. (2014). A comparative analysis of the impact of oil prices on oil-rich emerging economies in the Pacific Rim. *Journal of Comparative Economics*, 42 (2), 328–339. DOI:10.1016/j.jce.2014.03.007.
16. Polbin A. (2020). Multivariate unobserved component model for an oil-exporting economy: the case of Russia. *Applied Economics Letters*, 1–5. DOI: 10.1080/13504851.2020.1770678
17. Rautava J. (2004). The role of oil prices and the real exchange rate in Russia's economy—a cointegration approach. *Journal of comparative economics*, 32 (2), 315–327. DOI:10.1016/j.jce.2004.02.006.
18. Schwarz G. et al. (1978). Estimating the dimension of a model. *The annals of statistics*, 6(2), 461–464. DOI:10.1214/aos/1176344136
19. Skrobotov A. (2020). Survey on structural breaks and unit root tests. *Applied Econometrics*, 58, 96–141. DOI: 10.22394/1993-7601-2020-58-96-141