

**El Proyecto "BAJEL".  
Una herramienta de diseño  
hidrodinámico de buques de pasaje**

**J. García Espinosa  
L. Pérez Rojas  
J. Valle Cabezas  
J.R. Chacón Alonso**

**El Proyecto "BAJEL".  
Una herramienta de diseño hidrodinámico  
de buques de pasaje**

**J. García Espinosa  
L. Pérez Rojas  
J. Valle Cabezas  
J.R. Chacón Alonso**

**Publicación CIMNE Nº 140, Octubre 1998**



# EL PROYECTO "BAJEL". UNA HERRAMIENTA DE DISEÑO HIDRODINÁMICO DE BUQUES DE PASAJE.

**Julio García Espinosa<sup>1</sup>**  
**Luis Pérez Rojas<sup>2</sup>**  
**Jesús Valle Cabezas<sup>3</sup>**  
**Juan Ramón Chacón Alonso<sup>4</sup>**

<sup>1</sup> CIMNE. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería

<sup>2</sup> ETSIN. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales.  
Universidad Politécnica de Madrid.

<sup>3</sup> Canal de Experiencias Hidrodinámicas de El Pardo

<sup>4</sup> Empresa Nacional BAZÁN de C.N.M., S.A.

## RESUMEN

El Proyecto BAJEL consiste en la validación y desarrollo final de un sistema informático integral para ayudar al diseño hidrodinámico de buques. Tiene como objetivo contribuir al diseño óptimo de las nuevas generaciones de barcos, entre los que se encuentran los de pasaje, mejorando sus condiciones de navegación.

Este Proyecto se desarrolla como fruto de la labor conjunta de un Centro de Cálculo Numérico (CIMNE) y dos Centros de Investigación Hidrodinámica (ETSIN y Canal de El Pardo) en el marco de la realidad industrial representado por la Empresa Nacional BAZÁN.

Este trabajo presenta los objetivos del Proyecto, describiendo las herramientas informáticas que han servido de base y punto de arranque del mismo. También se presentan los logros que en este campo han conseguido en los últimos años los equipos investigadores integrantes.

Finalmente, se incluyen diferentes resultados de estudios llevados a cabo sobre geometrías reales de buques con especial dedicación a los buques de pasaje de alta velocidad.

**PALABRAS CLAVE:** CFD, buques de pasaje, hidrodinámica, resistencia al avance, canales de ensayo.

## ABSTRACT

The final development and the validation of an integral CFD (Computational Fluid Dynamics) Code for ship hydrodynamics design is the base of the BAJEL Project. Its objective is to contribute to the optimal design of the new ship types, in which the passenger vessels represent an important role, improving their navigation conditions.

This Project is being developed by a Numerical Calculations Centre (CIMNE) and two Hydrodynamic Research Centres (ETSIN and Canal de El Pardo) with the industrial support of the Empresa Nacional BAZÁN.

The paper presents the Project objectives and the initial Codes used as bases in the new development. The realisations obtained in this field for the different Research Centres are also included.

Finally, the results from different real ship forms are presented with an special emphasis in fast ferries.

**KEY WORDS :** CFD, passenger ships, hydrodynamics, ship resistance, towing tanks.

## **INDICE**

1. INTRODUCCIÓN
2. LOS CFD EN EL PROYECTO DEL BUQUE.
3. SOBRE EL DESARROLLO DE LOS CFD.
4. BREVE RESUMEN TEÓRICO
  - 4.1.EL MÉTODO DE LAS SINGULARIDADES
  - 4.2.EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS
5. EL PROYECTO BAJEL
6. ACTUACIONES DE LOS EQUIPOS INVESTIGADORES
  - 6.1.CIMNE
  - 6.2.ETSIN
  - 6.3.Canal de Experiencias Hidrodinámicas de El Pardo
  - 6.4.E.N.BAZÁN
7. EJEMPLOS Y RESULTADOS: APLICACIÓN A LOS BUQUES DE PASAJE DE ALTA VELOCIDAD
8. CONSIDERACIONES FINALES
9. REFERENCIAS

## **1. INTRODUCCIÓN**

Los detalles del proyecto de un buque o de su contrato de construcción difieren de un buque a otro aunque sean de una misma serie. Por lo que se refiere a los aspectos hidrodinámicos de las formas del buque, las mayores multas que tiene que pagar el astillero constructor son las debidas al incumplimiento de la velocidad requerida por el armador. Normalmente, el contrato de construcción incluye los requerimientos de peso muerto y velocidad en unas ciertas condiciones de mar y es el Ingeniero Naval quien tiene que asegurar que la planta propulsora será capaz de entregar una potencia suficiente para cumplir los citados requerimientos. En consecuencia, el asegurar una potencia suficiente es una de las funciones más importantes de la oficina de proyectos.

Los requerimientos de la potencia total provienen de la resistencia al avance del buque. La resistencia total depende de una serie de contribuciones individuales entre las que se pueden incluir las siguientes:

- . La resistencia del casco desnudo
- . La resistencia de los apéndices

- . Las pérdidas de la maquinaria y de los ejes
- . El rendimiento propulsivo
- . El ensuciamiento del casco
- . El entorno medioambiental

La incertidumbre asociada con la determinación de estos elementos requiere que su cálculo se realice con sumo cuidado a fin de obtener una especificación final de la planta propulsora acorde a las exigencias del buque, en otras palabras, su optimización para la especificada velocidad de servicio. Este cálculo debe asegurar al astillero constructor con un cierto grado de seguridad que cumplirá los requisitos del armador a la vez que se ha minimizado el tamaño de la planta propulsora y su coste.

Tradicionalmente, el Ingeniero Naval ha mirado a los ensayos hidrodinámicos con modelos como el mejor medio para conocer la resistencia al avance. Sin embargo, estos ensayos exigen tiempo y recursos, por tanto, se han desarrollado varias técnicas que permiten utilizar los datos de ensayos con modelos amoldándolos a las variaciones de un casco base.

Junto con estas técnicas, los cálculos fluido dinámicos por ordenador (computational fluid dynamics CFD) permiten al proyectista investigar una gran serie de opciones de diseño en los primeras fases del proyecto antes de que se inicie la fase de construcción.

Sin embargo, en la práctica, los problemas asociados a la generación del mallado junto con la carencia de experiencia en la generación y propagación de la turbulencia y principalmente, los grandes costes en tiempo de procesamiento que requiere la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes (podemos pensar en la resolución de varios miles de sistemas de ecuaciones con 500.000 incógnitas cada uno en un sólo análisis) son, en la actualidad, graves restricciones para los análisis de CFD. Evidentemente, esta situación mejorará y de hecho está mejorando con la introducción de nuevos algoritmos.

Por lo tanto, es normal, que los ensayos experimentales se realicen en la etapa final del desarrollo del proyecto para confirmar las estimaciones realizadas a lo largo del mismo. Este proceso de confirmación del proyecto final mediante ensayos hidrodinámicos seguirá existiendo durante los próximos tiempos. Sin embargo, los códigos CFD comienzan a cobrar importancia en algunas oficinas técnicas y en general en proyectos que, por su pequeña envergadura, no pueden apoyarse en la experimentación tradicional, recurriendo a los beneficios de la más económica "experimentación numérica".

Como vemos, la utilización de herramientas como los CFD se convierte hoy en día en una necesidad para aquellos proyectos en donde las exigencias tecnológicas adquieren una significativa importancia. En [13] se pone de manifiesto la necesidad de esta contribución en el diseño de buques de crucero y pasaje, donde la velocidad y la confortabilidad exigen una cuidada elección de formas.

Este trabajo está dedicado a la presentación del Proyecto BAJEL que tiene como objetivo contribuir al diseño óptimo de las nuevas generaciones de barcos, entre las que se encuentran los de pasaje, mejorando sus condiciones de navegación.

## 2.- LOS CFD EN EL PROYECTO DEL BUQUE.

Las herramientas CFD pueden proporcionar significativas contribuciones en el conjunto del proceso de proyecto desde los estudios iniciales conceptuales hasta el proyecto detallado como queda reflejado en la figura 1.

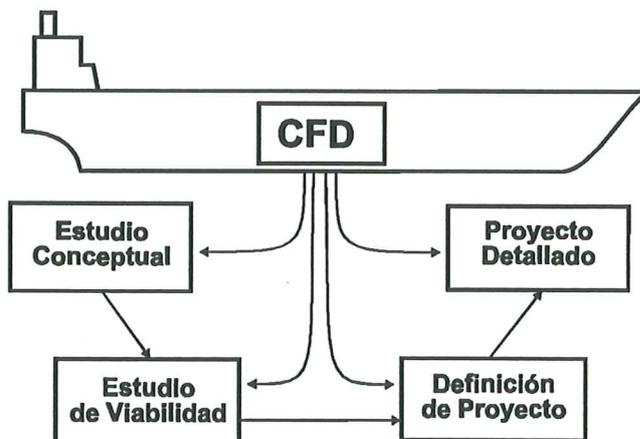


Figura 1.

En cada una de las etapas del proyecto, tal y como se indica en la citada figura 1, los CFD pueden contribuir en una serie de áreas hidrodinámicas como pueden ser las siguientes:

- . Desarrollos conceptuales de diseño
- . Estudios paramétricos de dimensiones principales
- . Proyecto y optimación del casco
- . Diseño de apéndices
- . Interacción casco/apéndices
- . Análisis del flujo
- . Interacción casco/propulsor/timón
- . Análisis de la estela
- . Diseño del propulsor
- . Movimiento de las cargas líquidas
- . Estabilidad

Armado con esta información, el proyectista puede utilizar los CFD para realizar estudios de optimación y afinar el proyecto para una serie de características del comportamiento del buque y atributos del casco. En la tradicional espiral del proyecto que se presenta en la figura 2, se indican aquellas actuaciones en donde se considera que los cálculos con CFD están en disposición de ayudar a los métodos normalmente establecidos y aceptados.

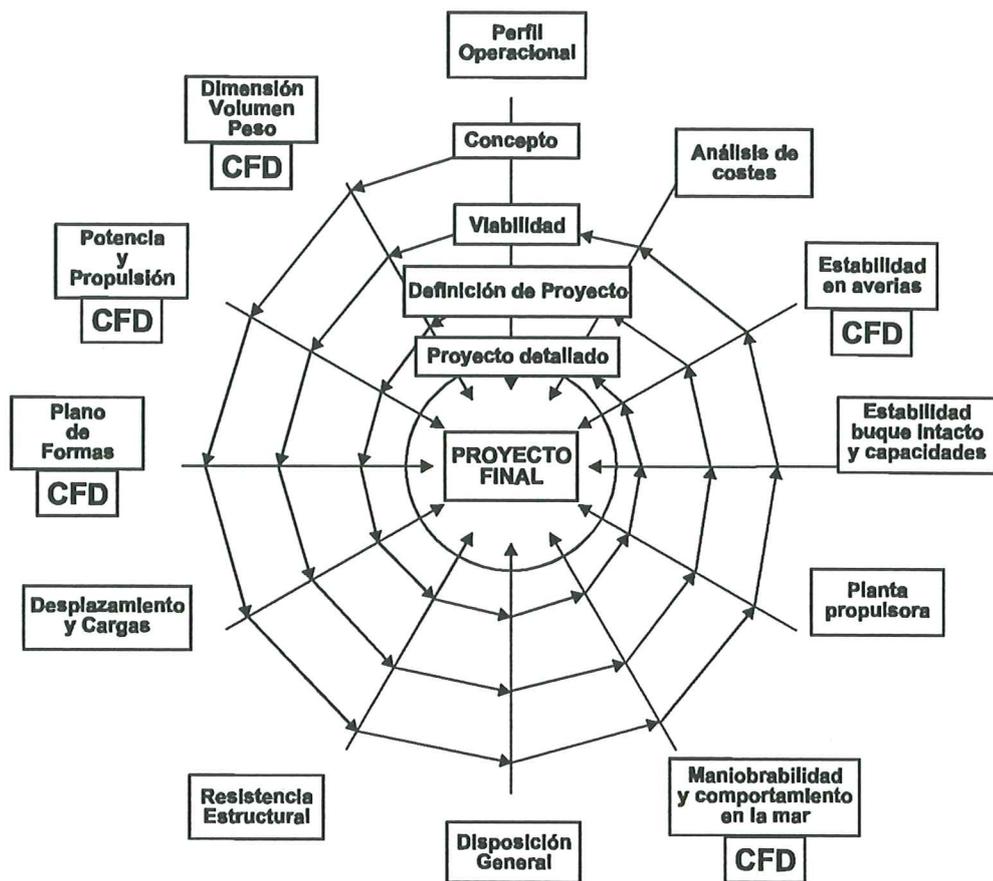


Figura 2.

Considerando las dos grandes categorías en las que se pueden estructurar los cálculos de CFD: los métodos de singularidades y los métodos de integración numérica de ecuaciones (diferencias finitas, volúmenes finitos y elementos finitos principalmente), los primeros se pueden utilizar en las fases iniciales del proyecto (conceptual y de viabilidad) mientras que los segundos deben utilizarse cuando se consideran aspectos más de detalle del proyecto. Conviene señalar que recientemente han aparecido nuevos algoritmos de solución de las ecuaciones de mecánica de fluidos, que están probando su eficacia en muchos problemas de ingeniería [22][23][24][12].

### 3.- SOBRE EL DESARROLLO DE LOS CFD.

Desde un punto de vista matemático, el movimiento de un fluido alrededor de un buque es conocido desde el siglo pasado, aunque las ecuaciones que gobiernan el fenómeno en aquellos casos que tienen un interés práctico no pueden ser abordados de una forma analítica. Sin embargo, ya a finales del siglo pasado aparecen las primeras referencias sobre el cálculo aproximado de la resistencia por formación de olas en buques [9]. Este problema ha seguido desafiando a matemáticos e hidrodinámicos durante el presente siglo.

Tradicionalmente, la teoría de formación de olas se clasifica en dos áreas: una basada en la expansión sistemática, considerando pequeña la relación amplitud / longitud de la ola [34] y la otra

basada en la suposición de una relación profundidad / longitud de la ola pequeña [4][26]. Una revisión de los métodos numéricos en flujos con superficie libre puede encontrarse en [37][27].

En el presente, gracias al desarrollo de los CFD, las ecuaciones que gobiernan el problema pueden resolverse de forma aproximada por algoritmos numéricos proporcionando información sobre los movimientos y la resistencia al avance en las etapas de diseño.

Actualmente, los métodos de elementos de contorno o de singularidades son la base de la mayoría de los algoritmos numéricos para la predicción del mapa de olas ideal de buques avanzando con velocidad uniforme. Estos esquemas numéricos pueden clasificarse en dos categorías, dependiendo de la elección de la singularidad utilizada en la superficie libre, base del método. La primera clase de esquemas usan manantiales de Kelvin como singularidad elemental. La ventaja de estos métodos es que el campo de velocidades generado satisface la condición de superficie libre de Kelvin, eliminando así la integración sobre ella (que no está panelizada) y que la condición de radiación se satisface de manera natural. Estos esquemas tienen en contra la imposibilidad de incluir efectos no lineales en la formación de las olas.

La segunda clase de esquemas usa fuentes de Rankine, distribuidas sobre la superficie libre, como singularidad elemental. El más conocido de estos esquemas fue presentado originalmente por Dawson [8] y está basado en el método de Hess y Smith [15] para la resolución del flujo alrededor de un cuerpo sumergido, usando una distribución de fuentes sobre los paneles que discretizan el casco. Este método ha sido y es ampliamente aplicado para la predicción de la resistencia por formación de olas. Códigos tan conocidos como DAWSON, RAPID, SPLASH o SHIPFLOW [27] pertenecen a este tipo. Frente a su sencillez y robustez, estos métodos tienen el gran inconveniente de la importante dependencia de la solución de parámetros como el tamaño del dominio y de la discretización.

En los últimos años, la aparición de esquemas numéricos para la solución de las ecuaciones de Euler ( $Re = \infty$ ) y Navier-Stokes ha permitido un enfoque más realista del problema de predicción de la resistencia por formación de olas. Los esquemas más exactos de este tipo incluyen un algoritmo para la resolución del flujo incompresible tridimensional acoplado a un esquema bidimensional para la resolución del transporte de superficie libre. El esquema que se usa puede ser el siguiente: las velocidades obtenidas en la superficie libre tras la resolución del problema de flujo tridimensional son utilizadas para calcular la posición de ésta. La nueva posición de la superficie libre representa una condición de contorno diferente para el problema del fluido que se vuelve a resolver hasta la convergencia en el bucle. Recientemente han comenzado a llegar al mercado programas que incluyen este tipo de códigos (incluso el ya nombrado SHIPFLOW incluye un módulo que permite resolver localmente las ecuaciones de Navier-Stokes) y aunque en la actualidad tienen en contra el gran coste en tiempo de procesamiento frente a los métodos de singularidades, el espectacular incremento en la velocidad de los modernos ordenadores, junto al avance en las técnicas informáticas (en concreto la paralelización de los algoritmos) hacen prever que estos métodos desplazarán a los otros en un futuro cercano.

La información a disposición de los proyectistas gracias a estas técnicas es diferente a la obtenida en la práctica tradicional del proyecto de un buque. Esta información requiere una nueva

"filosofía de proyecto" cuando se está considerando la optimización de las formas de un buque, tal y como se contempla en [13].

#### 4. BREVE RESUMEN TEÓRICO

Este apartado se ocupará del análisis general de la algorítmica de los códigos más comunes en la actualidad, centrándose en los que hacen referencia al proyecto BAJEL.

##### 4.1 EL MÉTODO DE LAS SINGULARIDADES

Estos métodos son en la actualidad ampliamente utilizados para la resolución de los problemas de flujo potencial, es decir incompresible, no viscoso e irrotacional ( $\nabla \wedge V = 0$ ). Hechas estas simplificaciones, la velocidad puede describirse como el gradiente de un campo escalar denominado potencial de velocidades ( $\phi$ ).

$$V(x,t) = \nabla\phi(x,t) \quad (1)$$

Bajo estas condiciones, la ecuación de continuidad conlleva a que el problema se reduzca a encontrar una solución de la ecuación de Laplace:

$$\Delta\phi(x,t) = 0 \quad (2)$$

Que debe cumplirse junto a las condiciones de contorno pertinentes.

En general, el potencial de velocidad puede ser descrito como suma de un potencial en el infinito más una perturbación.

$$\phi = \phi_{\infty} + \phi_P \quad (3)$$

Si se toma el eje x paralelo a  $V_{\infty}$ , se tiene que:

$$\phi_{\infty} = -x V_{\infty} \quad (4)$$

El término de perturbación tiene forma de suma o integral de singularidades (fuentes de potencial) que cumplen la ecuación de Laplace (2). Estas singularidades se distribuyen en general sobre el casco y la superficie libre y pueden ser de varios tipos, como ya se ha indicado en la sección anterior. Una comparación entre los dos principales tipos de singularidades empleados ha sido llevada a cabo en [12].

Sobre la forma del potencial (3) se imponen las condiciones de contorno en velocidad. Estas condiciones se resumen en obligar a que las superficies discretas del casco y la mar sean superficies de corriente o lo que es lo mismo, impenetrables (velocidad normal a la superficie nula). Estas condiciones desde el punto de vista numérico obligan a calcular la derivada normal a las superficies que se pueden escribir como:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|_s = 0 \quad (5)$$

Siendo  $n$  el vector normal a la superficie en cuestión. Esta condición se impone en puntos concretos de las superficies. Es decir, el problema discreto considera el buque definido por una serie de puntos en los que se imponen las condiciones de contorno.

La ecuación (5) es función de las intensidades de las singularidades distribuidas en el dominio, lo cual plantea un sistema de ecuaciones lineales, cuyas incógnitas son las intensidades de las fuentes (por necesidades obvias de resolubilidad iguales en número a las condiciones de contorno).

Como primer paso para la resolución del problema, se parte de una superficie libre plana y se resuelve el problema, permitiendo así calcular las líneas de corriente sobre esta primera aproximación de la superficie libre. Estas líneas de corriente son necesarias en general para la adicción sobre las condiciones de contorno de la superficie libre de una difusión que permita la eliminación de las ondas propagadas aguas arriba por el fluido (fenómeno no físico que aparece en el proceso de discretización). En general todos estos métodos incluyen simplificaciones adicionales a la condición de superficie libre. Esto se debe a que en esta superficie no se puede resolver la ecuación de continuidad independientemente de la ecuación de momento (denominada en este caso condición dinámica de la superficie libre (6)). Este acoplamiento, se produce por la aparición de la cantidad desconocida  $\eta$  (altura de la superficie libre) en la ecuación de Bernouilli, e implica términos no lineales, que complican en gran medida la resolución.

$$\frac{1}{2}\rho \nabla \phi \cdot \nabla \phi + p + \rho g \eta = \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 \quad (6)$$

$$\phi_x \eta_x + \phi_y \eta_y + \phi_x = 0 \quad (7)$$

## 4.2 EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Entre los métodos disponibles para la resolución numérica de las ecuaciones en dinámica de fluidos, los de más auge actualmente en el área naval son el método de los elementos finitos (MEF) y el método de los volúmenes finitos (FVM). La posibilidad de trabajar con mallas no estructuradas y la gran experiencia que se posee en su algorítmica ha desplazado a otros que, como el método de las diferencias finitas es considerado por algunos como obsoleto para muchas aplicaciones prácticas. La gran similitud entre los dos hace innecesario el referirse a ambos, por lo que en esta discusión nos centraremos en el MEF, que es el que centra el trabajo dentro del proyecto BAJEL en el campo viscoso. Para una revisión de los métodos de volúmenes finitos se puede consultar [18][17].

El método de los elementos finitos desarrolla una técnica general para la resolución de las ecuaciones de la dinámica de los medios continuos. En particular, su aplicabilidad a la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes

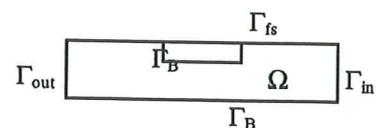


Figura 3. Esquema del problema

ha sido demostrada en muchos casos prácticos[7][16][25][1]. Una revisión sobre la utilización del método en mecánica de fluidos puede encontrarse en [39].

En el caso de un fluido incompresible las ecuaciones de Navier Stokes en su forma discreta o estabilizada [19]. Pueden escribirse como (ver figura 3):

*Momento*

$$r_i - \frac{1}{2} h^T \nabla r_i - \frac{\delta}{2} \frac{\partial r_i}{\partial t} = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (8)$$

*Balance de Masa*

$$r_d - \frac{1}{2} (h')^T \nabla r_d - \frac{\delta'}{2} \frac{\partial r_d}{\partial t} = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (9)$$

*Superficie Libre*

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - V^T \nabla \eta + \frac{1}{2} (h'')^T \nabla (V^T \nabla \eta) = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (10)$$

Siendo  $V = [u_1, u_2, u_3]$ , el campo de velocidades,  $\eta$  la elevación de la superficie libre,  $p$  la presión dinámica, y

$$r_i = \rho \left[ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) \right] - 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{ji}}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i}$$

$$r_d = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (11)$$

$$\varepsilon(V) = \frac{1}{2} (\nabla V + (\nabla V)^T)$$

El sistema de ecuaciones así definido, con las condiciones de contorno e iniciales adecuadas, plantea un problema con contornos móviles, debido a la superficie libre. Los términos de estabilización añadidos a las ecuaciones requieren la estimación de unos parámetros ( $h, \delta, h', \delta', h''$ ) [20][21], que para la siguiente exposición se considerarán nulos.

El método utilizado considera, en primer lugar, una forma débil o integral de este problema, dada por:

$$\rho \int_{\Omega} \left[ U \frac{\partial V}{\partial t} + U (V \cdot \nabla) V \right] - 2 \int_{\Omega} U \cdot [\nabla \cdot (\mu \varepsilon(V))] - 2 \int_{\Omega} U \cdot \nabla p = 0 \quad (12)$$

$$\int_{\Omega} q \cdot [\nabla V] = 0 \quad (13)$$

$$\int_{\Gamma_h} \left[ b \frac{\partial \eta}{\partial t} + b(v^T \cdot \nabla \eta) \right] = 0 \quad (14)$$

Esta forma se obtiene multiplicando las ecuaciones vectoriales por una función vectorial  $U(x)$  y las escalares por unas funciones a su vez escalares  $q(x)$ ,  $b(x)$  e integrando sobre el dominio. Se puede demostrar que esta forma débil de las ecuaciones es equivalente a la anterior (forma fuerte) si se cumple para todas las funciones  $U(x)$ ,  $q(x)$ ,  $b(x)$  del espacio en el que se define la solución [6].

Tras este planteamiento, el problema es discretizado, mediante la denominada aproximación de Galerkin, restringiendo el espacio de las funciones a uno discreto. Estas nuevas funciones  $U_h(x)$ ,  $q_h(x)$ ,  $b_h(x)$  (denominadas funciones de forma o de test) representan la interpolación de orden  $h$  de las funciones a partir de sus valores en los nodos de la malla, que se considerarán incógnitas del problema. El problema así planteado, representa un sistema de ecuaciones no lineal que habrá que resolver de manera iterativa. Este problema no está en general numéricamente bien planteado en esta forma, sino que requiere cierto tipo de estabilización numérica para cumplir las condiciones de resolubilidad [5][10][11].

Es necesario mencionar que la ecuación (14) requiere un tratamiento especial. Este tratamiento se debe a la necesidad de imponer las condiciones de contorno de radiación sobre la superficie libre. Una revisión de las técnicas utilizadas habitualmente puede verse en [19].

## 5. EL PROYECTO BAJEL.

Como se ha puesto de manifiesto, el problema de predecir con suficiente precisión el flujo hidrodinámico actuando en un barco para todas las configuraciones de diseño, está todavía abierto. La necesidad de disponer de códigos que resuelvan las ecuaciones completas de Navier-Stokes y que incluyan al mismo tiempo los efectos de la superficie libre y los debidos a la viscosidad turbulenta es evidente en muchos casos prácticos.

Por otra parte, la gran complejidad en el manejo de los códigos existentes, dificulta su acercamiento a la gran mayoría de los diseñadores de buques, no familiarizados con las técnicas numéricas en ingeniería.

Las consideraciones anteriores motivaron al Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE) y la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales de Madrid (ETSIN) a poner en marcha en 1997 un programa de I+D para desarrollar nuevas técnicas de CFD, que incorporaran diferentes opciones para análisis de problemas de hidrodinámica de barcos, desde el más sencillo análisis de flujo potencial con técnicas de paneles, hasta la más compleja solución de flujo viscoso turbulento utilizando la teoría de Navier-Stokes. En este desarrollo ha colaborado intensamente la Empresa Nacional BAZÁN de C.N.M. El resultado de esta iniciativa es el código SHYNE y que es el punto de partida para el desarrollo del proyecto. El código SHYNE ha sido probado con éxito con diversas geometrías. En siguientes apartados se presentarán diversos resultados llevados a cabo gracias a las posibilidades de este código.

El objetivo del proyecto BAJEL es completar la validación experimental de un sistema informático para ayuda al diseño hidrodinámico de barcos. La experiencia obtenida durante los últimos años por CIMNE y ETSIN, en el análisis hidrodinámico de buques mediante técnicas CFD será completada con las oportunas comparaciones con diferentes ensayos experimentales llevados a cabo por el Canal de Experiencias Hidrodinámicas de El Pardo y ETSIN [29]. El proceso de validación será completado con la comparación de los resultados de análisis mediante el paquete SHYNE con los obtenidos con los códigos DAWSON y SHIPFLOW disponibles en el Canal del El Pardo.

Los resultados del proyecto se plasmarán en la mejora del sistema integrado, existente actualmente, para el análisis hidrodinámico de cuerpos, y que consta de los siguientes módulos.

**SHYNE:** es un programa para simulación por ordenador del comportamiento fluido-dinámico (CFD) de barcos desarrollado en CIMNE con la colaboración de ETSIN y BAZÁN. SHYNE permite resolver las ecuaciones de un fluido viscoso y no viscoso alrededor del casco de un barco y sus apéndices, incluyendo el efecto de la superficie libre. Para ello, SHYNE utiliza diferentes tratamientos numéricos según la que se elija para modelar el fluido, desde las técnicas de paneles más adecuadas para los métodos de singularidades propios del flujo potencial hasta las más complejas de elementos finitos para la integración aproximada de las ecuaciones de Navier-Stokes de flujo incompresible viscoso alrededor de un cuerpo en presencia de superficie libre [35].

**GiD:** es un sistema de pre y postproceso gráfico desarrollado por CIMNE. GiD permite definir interactivamente todos los datos necesarios para un análisis hidrodinámico por ordenador, tales como la malla, condiciones de contorno y demás características del análisis. GiD incluye herramientas propias de CAD y permite la interface con la mayor parte de los sistemas de CAD comerciales para la definición de las entidades geométricas del objeto a analizar. GiD contiene asimismo un potente módulo de postproceso que permite visualizar gráficamente los resultados de cualquier análisis tridimensional [14].

La experiencia ganada con este proyecto, gracias a la colaboración de BAZÁN, permitirá que las herramientas desarrolladas sean más asequibles a cualquier diseñador de buques.

## **6. ACTUACIONES DE LOS EQUIPOS INVESTIGADORES**

Como ya se ha expuesto, este proyecto se desarrolla como fruto de la labor conjunta de un Centro de Cálculo Numérico (CIMNE) y dos Centros de Investigación en Hidrodinámica (ETSIN y Canal de El Pardo) en el marco de la realidad industrial representado por la Empresa Nacional Bazán.

A continuación se señalan las actuaciones que en el campo de los CFD han llevado a cabo los equipos investigadores participantes.

## 6.1.CIMNE

El Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, con sede en Barcelona, es una organización pública con personalidad jurídica propia, creada en 1987 por convenio entre la Generalitat de Catalunya y la Universidad Politécnica de Cataluña.

Los objetivos de CIMNE son promover la formación, la investigación y la transferencia de tecnología en el desarrollo de métodos numéricos para simulación por ordenador de problemas de ingeniería. La líneas de CIMNE incluyen, principalmente, el cálculo de estructuras, la dinámica de fluidos, la ingeniería geotécnica y ambiental, los procesos de fabricación y la formación en un sentido amplio. En todos ellos, CIMNE ha desarrollado métodos y programas de simulación originales, como los que se utilizarán como punto de partida de este proyecto.

En los últimos diez años, CIMNE ha participado en unos 252 proyectos de I+D en colaboración con unas 140 empresas y organizaciones de dentro y fuera de España. La mayor parte de dichos proyectos se han realizado en el marco de programas europeos tales como Brite-Euram (12 proyectos), ESPRIT (5 proyectos), COMETT (14 proyectos), TEMPUS (3 proyectos), Leonardo (1 proyecto) y RAD-WAS (2 proyectos).

Las responsabilidades directas de CIMNE dentro del proyecto BAJEL se centran en:

- Adaptación del módulo para análisis hidrodinámico de buques mediante técnicas de elementos finitos (Euler y Navier-Stokes). En la actualidad CIMNE dispone de las siguientes herramientas CFD dentro del paquete SHYNE:
  - Código Navier Stokes de Elementos Finitos, multipropósito FANTOM. Superficie libre no lineal modelizada con la técnica de pseudoconcentración. Diversos modelos de turbulencia.
  - Código Navier Stokes de Elementos Finitos, GLSIMP (Implicit Galerkin Least Squares). Superficie libre no lineal modelizada con la técnica de pseudoconcentración. Modelo de turbulencia lineal.
  - Código de Elementos Finitos Navier Stokes, FLASH (Semi-Implicit Fractional Step Method [36]). Superficie libre no lineal modelizada con la técnica de transpiración. Posibilidad de cálculos acoplados fluido-estructura. En desarrollo.
  - Código Potencial de Elementos Finitos, PFLOW-MEF. Superficie libre lineal modelizada con la técnica de transpiración.
  - Código Potencial de paneles, PFLOW-PAN. Superficie libre lineal modelizada con la técnica de transpiración.
- Adaptación del módulo de pre y post-proceso GID para su utilización dentro del sistema final.
- Integración del sistema.
- Validación del sistema con resultados experimentales obtenidos por ETSIN y el Canal de El Pardo.

## 6.2 ETSIN.

La ETSI Navales participa en este proyecto a través del equipo investigador interdepartamentos nucleado en torno al Canal de Ensayos de la Escuela, y en el que participan un grupo de Hidrodinámica Numérica y un grupo de Hidrodinámica Experimental formados ambos por miembros, en algunos casos comunes, que pertenecen al Departamento de Arquitectura y Construcción Navales (DACN) o al Departamento de Enseñanzas Básicas de la Ingeniería Naval (DEBIN).

En el campo experimental, desde 1988, ha participado en más de 90 proyectos al amparo del artículo 11 de la LRU. Estos proyectos se refieren a trabajos encargados tanto por empresas públicas como privadas de ámbito nacional e internacional.

En el mundo numérico sus primeras actuaciones se inician en la participación de alguno de sus miembros en las Sesiones Técnicas de Ingeniería Naval [31],[32], con trabajos sobre flujo potencial tratado con el método de paneles según técnicas basadas en los desarrollos del profesor Louis Landweber. Posteriormente se consideró en los desarrollos anteriores la influencia de la rugosidad [33].

El grupo de Hidrodinámica Numérica de la ETSI Navales como tal, comenzó el desarrollo de los códigos de CFD en el año 1992 al amparo del proyecto de investigación: “Desarrollo de un código para el cálculo de la resistencia por formación de olas de un barco”, financiado por la UPM y ha seguido hasta el presente la línea de investigación entonces iniciada con fondos básicamente nacionales [30].

El planteamiento de la investigación se estructuró en dos etapas. En la primera, el objetivo fue el desarrollo de códigos de flujo potencial utilizando métodos de elementos de contorno. Esa etapa ha dado como resultado varios códigos basados en el método de singularidades, aproximados mediante técnicas de paneles, que se diferencian unos de otros en los distintos tratamientos de las condiciones de superficie libre que van desde sus sustitución por la condición lineal en los códigos de tipo DAWSON, hasta sus sustitución por condiciones débilmente no lineales, códigos de tipo MUSKER, o RAPID, que permiten analizar, dentro de las posibilidades del flujo potencial, fenómenos no lineales así como la influencia de los apéndices del casco del barco.

En la segunda etapa [2], de algún modo simultánea con la anterior se confeccionaron códigos de generación automática de mallas 3D y se comenzó el tratamiento numérico de las ecuaciones incompresibles de Navier-Stokes con superficie libre utilizando el método de los elementos finitos, método modificado de las características [3]. También se han desarrollado pre y posprocesadores gráficos que facilitan la entrada de datos y la visualización de los resultados.

Los códigos de flujo potencial tipo DAWSON o RAPID son buena respuesta al eterno compromiso entre el coste económico, el coste computacional y la calidad de la solución obtenida. Siendo la convergencia, en general, buena y rápida, su calidad numérica es insuficiente en presencia de ciertas formas complejas o cuando las condiciones físicas se desvían sustancialmente de las ideales que permiten asegurar la existencia de un potencial de velocidades, por lo que no han

podido desbancar a las técnicas tradicionales de ensayo con modelos de Canal, pero son útiles desde un punto de vista cualitativo en la etapa inicial de diseño [28], por su evidente menor coste frente a las técnicas con modelos.

Las responsabilidades directas de la ETSIN dentro del proyecto se pueden resumir en las siguientes:

- Incorporación de los desarrollos potenciales efectuados en el multicódigo SHYNE.
- Participación en los desarrollos de los pre/post-procesadores y en la biblioteca de entidades geométricas de barcos.
- Obtención de resultados experimentales en carenas características que encierran flujos susceptibles de aportar conocimientos físicos al problema de la resistencia al avance.
- Validación de los resultados numéricos a tenor de los resultados experimentales.

### 6.3. CANAL DE EXPERIENCIAS HIDRODINÁMICAS DE EL PARDO.

El Canal de Experiencias Hidrodinámicas de El Pardo es un Organismo Autónomo adscrito al Ministerio de Defensa cuya misión es el estudio, experimentación e investigación de los aspectos hidrodinámicos de la construcción naval, tanto militar como mercante o pesquera.

Sus actividades comprenden la investigación hidrodinámica para coadyuvar el progreso de la técnica naval española y, en consecuencia, aumentar la eficacia y la economía de las flotas militar y civil, así como la experimentación con modelos a escala de carenas y propulsores, y su proyecto, con el fin de conseguir un óptimo comportamiento hidrodinámico del buque en su conjunto.

Los trabajos realizados por el Canal de Experiencias Hidrodinámicas contribuyen decisivamente a optimizar las condiciones de explotación de los buques que en él se ensayan. Estudia también cuestiones hidrodinámicas que puedan ser de aplicación a otras ramas de la técnica y especialidades científicas.

Las actividades de investigación y desarrollo del Canal de Experiencias Hidrodinámicas de El Pardo incluyen la investigación fundamental y aplicada, así como el desarrollo de nuevos métodos de experimentación, sistemas innovadores de diseño y programas informáticos. Se pueden dividir de la siguiente forma:

- De generación interna, teóricas o aplicadas, de utilidad para un desarrollo multidisciplinario y puesta al día del “know how” científico-tecnológico.
- De demanda comercial. Con capacidad para resolver una amplia variedad de problemas prácticos a los que se pueda enfrentar potencialmente la industria.

Los servicios de investigación y desarrollo que se prestan son:

- Estudios y proyectos, basados en la experiencia de numerosos ensayos llevados a cabo en el Canal de Experiencias Hidrodinámicas de El Pardo y al uso de bases de datos y programas informáticos.

- Simulaciones matemáticas e hidrodinámica numérica.
- Desarrollo de técnicas instrumentales para medidas avanzadas.
- Ensayos con modelos para aplicación de nuevas tecnologías.

El Canal de Experiencias Hidrodinámicas de El Pardo es miembro y colabora activamente en investigación con:

- ITTC (International Towing Tank Conference)
- CRS (Cooperative Research Ship)
- Programas de la U.E. (Brite-Euram, Access to Large Scale Facilities, HYDRALAB, etc.)
- Gran número de universidades de la U.E. y U.S.A.

Las responsabilidades directas del Canal de Experiencias Hidrodinámicas de El Pardo en el proyecto BAJEL son las siguientes:

- Definición numérica tri-dimensional de las formas de las carenas que serán utilizadas en la validación..
- Cálculo de las características hidrodinámicas de las carenas propuestas utilizando técnicas de CFD. Para ello se utilizarán las siguientes herramientas comerciales:
  - Programa DAWSON. Este código desarrollado por MARIN permite la realización de cálculos potenciales lineales utilizando un método de singularidades.
  - Programa SHIPFLOW. Desarrollado por la empresa Flowtech International permite la realización de los siguientes cálculos:
    - Cálculos potenciales lineales y no lineales utilizando un método de singularidades.
    - Cálculos de capa límite.
    - Cálculos de flujo viscoso en la popa utilizando un método energético tipo k-ε para la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes.
- Construcción e instrumentación de diversos modelos de buques que permitan una validación correcta y exhaustiva de los resultados obtenidos en los cálculos con CFD.
- Realización de ensayos para la validación .
- Validación del sistema BAJEL comparando los diversos resultados obtenidos.

#### 6.4 EMPRESA NACIONAL BAZÁN.

La E.N. BAZÁN tomó la iniciativa de poner en contacto a los principales organismos que trabajaban en España en el área de la hidrodinámica naval, con objeto de aunar esfuerzos en el campo de la simulación mediante métodos numéricos (CFD). De estos contactos surgió la idea del programa BAJEL.

BAZÁN aporta al grupo, no sólo la componente industrial necesaria para permitir la financiación del proyecto por parte de la CICYT, sino una amplia experiencia en el área del diseño de formas de carenas y apéndices de buques.

Teniendo en cuenta lo indicado en las secciones precedentes, parece sensato pensar en un futuro en el que el diseño de las formas, al menos en sus primeras fases, estuviera apoyado de un modo más decidido en el uso de herramientas de tipo CFD. Las carenas podrían optimizarse con facilidad, la disposición, forma y tamaño de los apéndices podrían mejorar sensiblemente antes de realizar los ensayos a escala con la carena finalmente seleccionada.

Con estas expectativas, BAZÁN, con el apoyo técnico del CIMNE, empezó a liderar hace un año, dos proyectos de I+D subvencionados por la Comisión Europea dentro de las iniciativas Brite-EuRam y Esprit, respectivamente, ambos en el área de la simulación numérica de fenómenos de hidrodinámica naval: el proyecto Sheaks, principalmente enfocado a efectos dinámicos transitorios y comportamiento en la mar; y el proyecto Flash que pretende hacer un uso eficiente de las redes de área local para procesar en paralelo códigos CFD que de otro modo requerirían fuertes inversiones en hardware o tiempos de proceso inadmisibles.

Al mismo tiempo, se ha creado en la Escuela de Navales la denominada 'Aula BAZÁN' en la que trabaja un equipo de investigadores en diversas áreas relacionadas con la simulación.

En este marco, el proyecto BAJEL es un paso más. Con una vocación inicial de validación de códigos ya existentes desarrollados por CIMNE y ETSIN, devino finalmente en algo más ambicioso al incorporar labores de desarrollo específico, integración y documentación, que lo harán indudablemente mucho más atractivo para el entorno industrial.

BAZÁN, como socio industrial en el proyecto, participará fundamentalmente en aspectos relacionados con el uso práctico del sistema BAJEL y en su validación. Estos aspectos son de vital importancia si se quiere asegurar una adecuada explotación comercial del producto.

En lo que se refiere a aspectos relacionados con el uso práctico del sistema BAJEL, BAZÁN participará en la definición de una biblioteca de entidades geométricas que permitan realizar una fácil definición de la superficie del barco así como de sus posibles apéndices. El objetivo final sería facilitar al diseñador la generación de geometrías y su posterior modificación a partir de los resultados obtenidos de un CFD.

En lo que se refiere a la validación del código, BAZÁN proporcionará distintos casos prácticos y participará en su análisis usando el sistema BAJEL, con el objetivo final de contrastar los resultados numéricos obtenidos con los resultados experimentales que se deduzcan de los ensayos de Canal, así como con los resultados numéricos que se obtengan con otros CFD de reconocido prestigio internacional.

BAZÁN aportará distintos tipos de geometrías de buques, que cubran un amplio abanico de formas: desde las formas llenas típicas de un buque lento tipo auxiliar, hasta las formas más finas de un ferry rápido, pasando por las de un buque de un número de Froude intermedio como las que corresponden a una fragata típica. La consideración de tipos de formas muy distintas permitirá comprobar que el código contempla adecuadamente aspectos hidrodinámicos diversos (fenómenos viscosos, superficie libre, separación de flujo, etc...)

La validación del código permitirá definir su rango de aplicación, sabiendo en qué aplicaciones concretas se obtienen resultados satisfactorios. Durante el proceso de validación se comprobará la precisión de los resultados obtenidos en magnitudes físicas tales como la resistencia al avance, el trimado dinámico, el campo de distribución de presiones y los perfiles de ola.

BAZÁN, con la puesta en marcha y el uso de CFD's como el sistema BAJEL, espera obtener los siguientes beneficios en un futuro cercano:

- Poder obtener, durante las fases iniciales del proceso de diseño, resultados que permitan optimizar las formas, antes de realizar ensayos de canal.
- Afrontar la fase de realización de ensayos con mayor garantía de éxito, reduciendo el riesgo de modificar las formas en fases avanzadas del proyecto.
- Obtener resultados con un alto grado de detalle, que serían más costosos de obtener mediante procedimientos experimentales.
- Permitir al diseñador, con el uso diario de CFD's, adquirir un mejor conocimiento de cómo determinados cambios en la geometría del buque pueden afectar a sus prestaciones.
- Y en definitiva, mejorar el producto, siendo más competitivo en el mercado.

## **7. EJEMPLOS Y RESULTADOS: APLICACIÓN A LOS BUQUES DE PASAJE DE ALTA VELOCIDAD**

No se pretende en este apartado hacer una comparación y análisis detallado de resultados de CFD, sino simplemente una presentación de algunos ejemplos obtenidos con las herramientas numéricas que han servido de base al proyecto BAJEL.

### **7.1. ANÁLISIS DEL MODELO WIGLEY**

El modelo Wigley admite una representación analítica de tipo polinómica y dada su esbeltez ha sido muy utilizado en los primeros códigos de predicción de la resistencia por formación de olas. Se presentan a continuación diversos resultados obtenidos en los ensayos de este modelo, comparándolos con los disponibles de ensayos experimentales. Esta comparación se considera básica como primera fase en la validación de los códigos CFD. Los resultados que se muestran han sido obtenidos para Número de Reynolds =  $\infty$  en CIMNE.

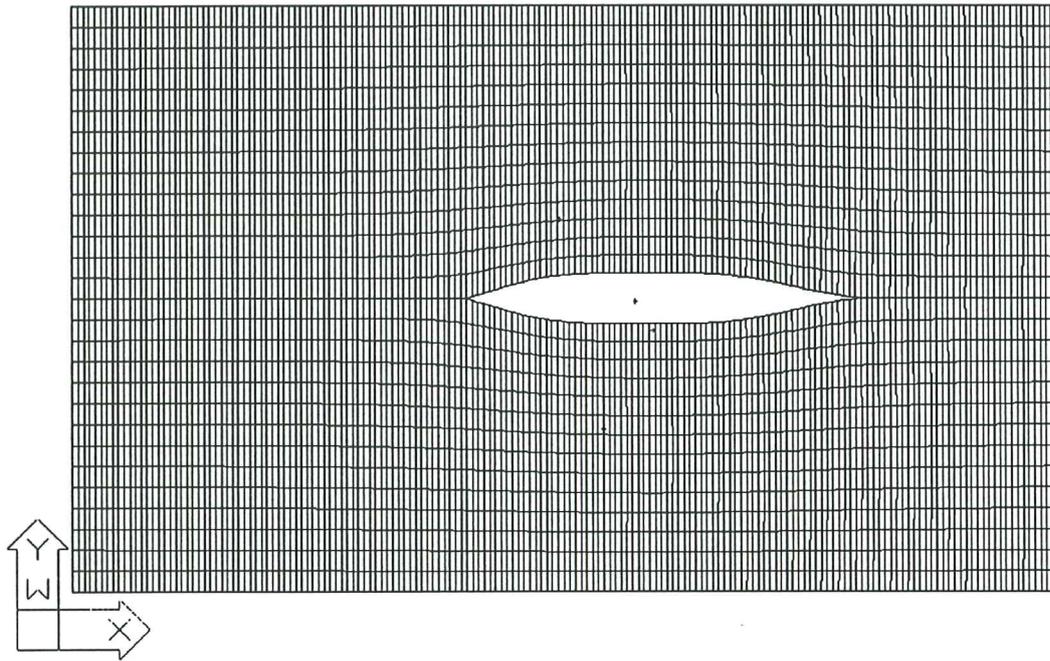


Figura 12. Panelización de la superficie libre. N° de paneles=4816

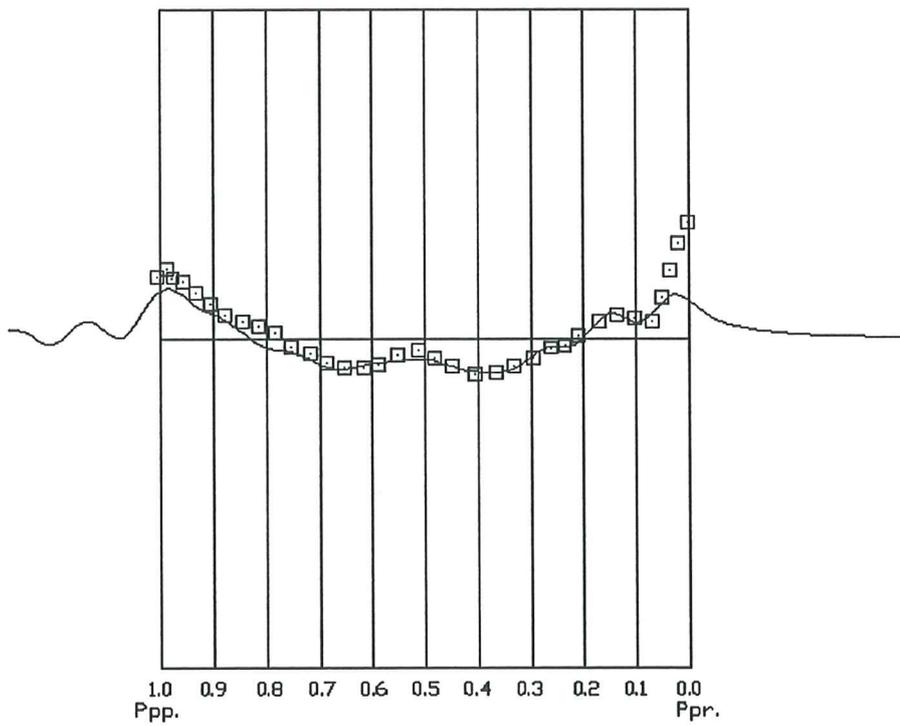


Figura 13. Perfiles de ola a lo largo de la superficie de la carena<sup>1</sup>.  $Fn=0.16$

<sup>1</sup> La escala vertical de los perfiles está multiplicada por cincuenta. En puntos los datos experimentales, en trazo continuo los calculados por el programa

## 9.REFERENCIAS

- [1] A.Allievi and S.Calisal. "A semi-implicit semi-lagrangian finite element model for nonlinear free surface flow". Proceedings of the Sixth International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics. 1993.
- [2] Bermejo, R., Pérez Rojas, L., Sánchez, J.M., Souto, A. y Zamora, R.Sobre una línea de investigación en Hidrodinámica. Ingeniería Naval N° 691. Feb 1993.
- [3] Bermejo, R., Pérez Rojas, L., Sánchez, J.M., Souto, A. y Zamora, R.Una nota sobre esquemas para la integración de las ecuaciones de Navier Stokes por elementos finitos en Hidrodinámica Marina. Ingeniería Naval N° 693. Abr. 1993.
- [4] J. Boussinesq. "Théorie de l'intumescence liquide appelée onde solitaire ou de translation se propageant dans un canal rectangulaire". C.R. Acad. Sci. Paris. 72:755-59. 1871
- [5] F. Brezzi and J.Douglas. "Stabilized mixed methods for the Stokes problem", Numer. Math., 53, 225-235, 1988.
- [6] R.Codina, "A finite element model for incompressible flow problems", Ph.D. Thesis, Univ. Politècnica de Catalunya, Barcelona, June 1992.
- [7] R. Codina, M. Vázquez and O.C. Zienkiewicz, "A fractional step method for the solution of the compressible Navier-Stokes equations". Publication CIMNE no. 118, Barcelona 1997.
- [8] C.W. Dawson, "A practical computer method for solving ship wave problems", Proc. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. Num. Ship Hydrodynamics, USA, 1977
- [9] J.H. Michell, "The wave resistance of ships", Philos. Mag. 45(5):106-23 (1898)
- [10] L.P. Franca, S.L. Frey and T.J.R. Hughes, "Stabilized finite element methods: I. Application to the advective-diffusive model", Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. Vol. 95, pp. 253-276, 1992.
- [11] L.P. Franca, S.L. Frey and T.J.R. Hughes, "Stabilized finite element methods: I. The incompressible Navier-Stokes equations", Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. Vol. 99, pp. 209-233, 1992.
- [12] García, J., Oñate, E., Sierra, H., Sacco, C. And Idelsohn, S. "A Stabilized Numerical Method for Analysis of Ship Hydrodynamics". Proceedings Eccomas 1998.
- [13] García, J.,Souto, A y Pérez, L. "Sobre los CFD. Una herramienta de diseño en buques de crucero y pasaje" Aceptado para presentación en las XXXIV SSTT de Ingeniería Naval, 1998.
- [14] GiD, A pre/postprocessing environment for generations of data and visualisation in finite element analysis. CIMNE, Barcelona, 1996.
- [15] Hess, J. y Smith, A., "Calculation of potential flow about arbitrary tridimensional bodies", Douglas Aircraft Company, 1964.
- [16] Löhner, R., Yang, E., Oñate, E. and Idelsohn, S. An Unstructured Grid-Based, Parallel Free Surface Solver. To be presented in IAAA journal. CIMNE. Barcelona 1996.
- [17] Martinelli, L. And Cowles, G. "Finite Volume Multigrid Methods for Ship Hydrodynamics". Proceedings Eccomas 1998.
- [18] Farmer, J., Martinelli, L. And Jameson, A. "A Fast Multigrid Method for solving the nonlinear ship wave problem with a free surface". Proceedings, Sixth Int. Conference on Num. Ship Hydrodynamics, pp. 155-172, 1993.
- [19] E.Oñate, "Derivation of stabilized equations for advective-diffusive transport and fluid flow problems". Accepted to publication in Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.
- [20] E.Oñate, J. García and S. Idelsohn, "Computation of the stabilization parameter for the finite element solution of advective-diffusive problems". Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.

- [21] E. Oñate, J. García and S. Idelsohn, "An alpha-adaptive approach for stabilized finite element solution of advective-diffusive problems with sharp gradients." *New Advances in Adaptive Computational Methods in Mechanics*, P. Ladeveze and J.T. Oden (Eds.), Elsevier, 1998.
- [22] E. Oñate, S. Idelsohn, O.C. Zienkiewicz and R.L Taylor, "A Finite Point Method in Computational Mechanics". *Int. J. Num. Meth. Engng.* (to appear)
- [23] E. Oñate, S. Idelsohn, O.C. Zienkiewicz, R.L Taylor and C. Sacco, "A Stabilized Finite Point Method for Analysis of Fluid Mechanics Problems". *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* (to appear)
- [24] E. Oñate and S. Idelsohn, "A mesh-free finite point method for advective-diffusive transport and fluid flow problems". Publication CIMNE no. 110, Barcelona
- [25] Oñate, E., Idelsohn, S. and Sacco, C. Numerical Solutions for the ship drags problems using no-moving free surface boundary conditions. CIMNE. Barcelona 1996.
- [26] Lord Rayleigh. "On waves". *Philos. Mag.* 1(5):257-79.
- [27] H.C. Raven. "A Solution Method for the Nonlinear Ship Wave Resistance Problem", Ph.D. Thesis, Technische Universiteit Delft, 1996.
- [28] Pérez Rojas, L., Sánchez, J.M. y Souto, A.A practical application of CFD: The optimization of a bulbous bow in a ro-ro ship. *Proceedings of the First International Conference on Marine Industry (MARIND'96)*. Varna, Bulgaria, Jun. 1996.
- [29] Pérez Rojas, L., Sánchez, J.M. y Souto, La calidad en el software. Validación de "CFD". *Proceedings II Jornadas Ibéricas de Ingeniería Naval*. Lisboa, Nov. 1997.
- [30] Pérez Rojas, L. y Sánchez, J.M. Actividades investigadoras en CFD de la ETSI NAVALES. *Primeras Jornadas I+D de la Universidad Politécnica de Madrid*. Madrid, Jun. 1996. Comunicación en Ingeniería Naval y Aeroespacial.
- [31] Pérez Rojas, L. y Moreno, M. El flujo potencial en cuerpos de revolución equivalentes a formas del buque Algunas consideraciones sobre el cálculo del flujo irrotacional alrededor del buque. *Sesiones Técnicas de Ingeniería Naval*. Palma de Mallorca 1977.
- [32] Pérez Rojas, L. y Moreno, M. Algunas consideraciones sobre el cálculo del flujo irrotacional alrededor del buque. *Sesiones Técnicas de Ingeniería Naval*. Nov. 1975. *Revista de Ingeniería Naval*. Mar 1977.
- [33] Pérez Rojas, L. "Influencia de la rugosidad en la resistencia viscosa obtenida por mediciones en la estela." Tesis doctoral. ETSIN: UPM. 1982
- [34] Storti, M. "A Pseudo-Spectral Approach for the Incompressible Boundary Layer Equations with Automatic Normal Scaling". Submitted for publication to *Int. Jour. Num. Met. Fluids* 1998.
- [35] SHYNE. A CFD environment for ship hydrodynamic analysis. CIMNE, Barcelona, 1996.
- [36] M. Vázquez, R. Codina and O.C. Zienkiewicz, "A fractional step method for the solution of the Navier-Stokes equations". Publication CIMNE no. 103, Barcelona 1997.
- [37] J.V. Wehausen, "The wave resistance of ships", *Advances in Applied Mechanics*, 1970.
- [38] R.W. Yeung, "Numerical Methods in Free Surface Flows". *Ann. Rev. Fluid Mech.* 14:395-442. 1982.
- [39] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor, "The finite element method", Mc. Graw Hill, Vol. I, 1989, Vol. II, 1991.