

# Comportamento dinâmico de pontes rodoviárias submetidas à travessia de veículos sobre a superfície irregular do pavimento

José Guilherme Santos da Silva

Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)  
Faculdade de Engenharia (FEN)  
Departamento de Engenharia Mecânica (MECAN)  
Rua São Francisco Xavier, 524, Sala 5016, Bloco A, 5º Andar  
CEP: 20550-014, Rio de Janeiro, RJ, Brasil  
Tel.: 55-21-2587 75 37, Fax: 55-21-254 26 19  
e-mail: jgss@uerj.br

## Sumário

A obtenção da resposta de pontes rodoviárias submetidas ao tráfego de veículos é uma tarefa complexa que envolve, por exemplo, a interação entre as propriedades dinâmicas dos veículos e da estrutura da ponte. Neste trabalho é apresentada uma metodologia de análise com o objetivo de se avaliarem os efeitos dinâmicos provenientes da interação entre os pneus dos veículos e as irregularidades do pavimento, definidas a partir de um modelo probabilístico. O modelo matemático é concebido de forma a simular o conjunto do veículo e da ponte, sistema veículo-ponte. Há a participação da massa e da rigidez do veículo na definição das frequências do conjunto e, conseqüentemente, a força de interação entre o veículo e a ponte é afetada pela flexibilidade desta. A resposta do sistema veículo-ponte é obtida a partir de um modelo estatístico no domínio do tempo. Simula-se o tabuleiro por elementos finitos unilineares e massas discretizadas nos nós, os veículos por sistemas de massas, molas e amortecedores, e as irregularidades da pista são definidas por um modelo não-determinístico com base na densidade espectral do perfil do pavimento. O carregamento é constituído por uma sucessão infinita de veículos igualmente espaçados deslocando-se com velocidade constante sobre o tabuleiro, e a atenção é concentrada na fase permanente da resposta do sistema veículo-ponte. Na seqüência, desenvolve-se um estudo paramétrico para avaliação das ações dinâmicas produzidas exclusivamente pela interação entre os pneus das viaturas e a superfície irregular do tabuleiro. Observa-se a resposta do sistema veículo-estrutura com base em tabuleiros rodoviários de concreto armado com seção tipo caixão e inércia constante, em termos de deslocamentos e esforços nas seções onde ocorrem os efeitos máximos. Conclui-se sobre aspectos quantitativos e qualitativos referentes aos efeitos de irregularidades superficiais no tabuleiro sobre o comportamento de pontes rodoviárias submetidas à passagem de veículos.

## THE EFFECTS OF PAVEMENT SURFACE ROUGHNESS ON THE DYNAMICAL RESPONSE OF HIGHWAY BRIDGE DECKS

### Summary

The dynamical analysis of bridge decks submitted to the vehicles traffic is a complex problem that includes the interaction between their dynamical properties. An analysis methodology is presented to evaluate the dynamical effects, displacements and stresses, on highway bridge decks, due to vehicles crossing on the rough pavement surfaces defined by a probabilistic model. To this purpose, a vehicle-bridge mathematical model, which includes the interaction between their dynamical properties, is developed to evaluate the vehicle-bridge response under a statistical model in the time domain. The mathematical model assumes a finite element representation of the beam like deck and the vehicles simulation use concentrated parameters of mass, stiffness and damping. A well-known power spectrum density of road pavement profiles defines the deck surface roughness. The moving load is formed by an infinite succession of equally spaced vehicles moving with constant velocity. Only steady-state response is considered. In sequence, one presents the results of a parametric study to verify the extension of the dynamical effects, displacement and stresses, on highway bridge decks, due to vehicles crossing on the irregular pavement surface. Response data are produced on concrete box girder elements assembled as a simple beam. Conclusions are concerned with the fitness of the developed analysis methodology and the magnitude of the response amplification due to the surface irregularities. Recommendations are proposed to the bridges design and maintenance.

## INTRODUÇÃO

Desde o final dos anos 80, a comunidade científica que estuda os efeitos dinâmicos produzidos pelas irregularidades superficiais sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários, consciente da absoluta importância do assunto, tem desenvolvido esforços contínuos objetivando avaliar esses efeitos na superestrutura das pontes devido ao tráfego de veículos sobre tabuleiros de superfície irregular. O problema ainda é mais grave para regiões onde a manutenção das pistas não é feita de maneira efetiva, permitindo assim uma deterioração prematura da superestrutura das pontes e de seus aparelhos de apoio.

Em projetos de pontes rodoviárias, as conseqüências desses efeitos dinâmicos têm sido geralmente consideradas através de um coeficiente de impacto que é determinado, na maioria dos regulamentos e inclusive no brasileiro, exclusivamente com base no vão da estrutura, sendo aplicado às condições estáticas de projeto.

Contudo, tem-se observado que algumas pontes podem atingir um nível de vibração, sob condições de tráfego corrente, que as tornam inaceitáveis por comprometerem as condições de serviço e a durabilidade da obra. A observação dos tabuleiros das pontes rodoviárias em serviço revela, com freqüência, situações de usura prematura dos pavimentos, das estruturas de concreto e dos aparelhos de apoio, o que pode ser uma indicação de critérios pouco conservativos.

Portanto é desejável que, através de um procedimento de análise mais elaborado, os parâmetros que contribuem de forma significativa para a resposta dinâmica das pontes sejam devidamente avaliados, de modo a se determinar quantitativamente sua participação no desempenho da estrutura. Assim sendo, o objetivo básico deste estudo é o de sugerir uma formulação mais realista ao coeficiente de impacto, inclusive para revisão dos códigos vigentes em diversos países.

Inúmeros trabalhos têm sido publicados desde então<sup>1,2,3,4,5,6,7,8,9</sup> e, de forma geral, a metodologia de análise considera modelos matemáticos baseados na força de interação de um número limitado de veículos, 2 a 3 veículos no máximo, com um ou dois eixos, movendo-se com velocidade constante sobre o perfil irregular do pavimento, descrito a partir de uma densidade espectral obtida experimentalmente de trechos rodoviários europeus<sup>10,11</sup>.

Este trabalho considera uma definição probabilística para o perfil irregular do pavimento e uma metodologia de análise desenvolvida apresenta as seguintes contribuições:

1. Utilização de um modelo matemático que inclui interação entre as propriedades dinâmicas do veículo e da ponte: sistema veículo-ponte, sistema veículo-viga ou sistema veículo-estrutura.
2. A carga móvel é considerada como uma série infinita de veículos, regularmente espaçados e deslocando-se com velocidade constante, de tal modo que se obtenham deslocamentos e esforços máximos na fase permanente da resposta da estrutura, de interesse direto para uma análise de fadiga do material.
3. Geração de um número expressivo de perfis de irregularidades do pavimento, de modo a permitir um tratamento estatístico adequado dos resultados.

Observa-se a resposta do modelo matemático desenvolvido, com base em pontes rodoviárias de concreto armado, com seção tipo caixão e inércia constante, em termos de deslocamentos e esforços nas seções onde ocorrem os efeitos máximos. Inicialmente, procede-se a um estudo do comportamento geral do sistema veículo-ponte.

A consistência e eficácia da metodologia de análise desenvolvida, bem como os efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades superficiais no tabuleiro sobre o comportamento de pontes rodoviárias submetidas à passagem de veículos são avaliados mediante estudo paramétrico.

A análise paramétrica é conduzida com base na variação dos sistemas estruturais, da associação de veículos e da qualidade da superfície de rolamento. Em seguida, são pro-

SCIPEDIA

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

duzidos espectros de resposta com base nos valores dos fatores de amplificação de forma a salientar sua variação segundo os diversos sistemas estruturais e situações de carregamento. Prossegue-se o estudo variando-se os vãos das pontes em estudo o que, naturalmente, provoca variação nas frequências desses modelos.

Conclui-se sobre a adequabilidade do modelo matemático, acerca de aspectos quantitativos e qualitativos referentes à metodologia de análise desenvolvida e, também, no que tange aos efeitos dinâmicos oriundos das irregularidades superficiais no tabuleiro sobre o comportamento de pontes rodoviárias submetidas à passagem de veículos. São apresentadas, ainda, sugestões de modificações na metodologia atual de projeto e de atitudes quanto à manutenção das pontes rodoviárias.

## MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático é concebido de forma a simular o conjunto do veículo e do tabuleiro das pontes, sistema veículo-viga. Há a participação da massa e da rigidez do veículo na definição das frequências do conjunto e, conseqüentemente, a força de interação entre o veículo e a ponte é afetada pela flexibilidade desta. As irregularidades da pista são definidas com base em modelo probabilístico a partir da densidade espectral do pavimento.

### Tabuleiro da ponte

Empregando-se técnicas usuais de elementos finitos, representa-se o tabuleiro das obras de arte como uma viga, discretizada por elementos de barra com massas concentradas e flexibilidade distribuída. Aos nós estão associados os movimentos de rotação no plano e translação vertical.

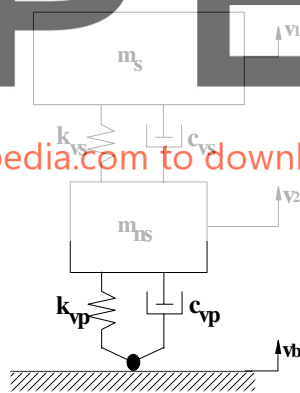


Figura 1. Modelo do veículo

### Modelo do veículo

Utiliza-se um modelo de veículo constituído por um único eixo e duas massas, descrito por dois graus de liberdade à translação, o qual tem sido indicado correntemente para estudos dessa natureza<sup>6,7,8,9</sup>. Esse modelo é formado por um sistema de massas, molas e amortecedores. Os elementos do modelo associados à massa suspensa, amortecimento e rigidez da suspensão são designados por  $m_s$ ,  $c_{vs}$  e  $k_{vs}$ , respectivamente, e os elementos correspondentes à massa não-suspensa, amortecimento e rigidez dos pneus são representados por  $m_{ns}$ ,  $c_{vp}$  e  $k_{vp}$ , respectivamente. São considerados os movimentos translacionais verticais das duas massas, suspensa e não suspensa, e desprezadas as rotações no plano, como mostra a Figura 1.

SCIPEDIA

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

## Irregularidades da pista

As irregularidades da pista são modeladas como grandezas não-determinísticas apresentando uma conformação estocástica, sendo necessário o emprego de funções particulares para sua descrição. No que tange à modelagem dessas irregularidades, o ponto de partida desta abordagem é a representação de uma função representativa das mesmas,  $v_b(x)$ , com base em seu espectro complexo de Fourier. Assim sendo, a função das irregularidades,  $v_b(x)$ , mostrada na Figura 2, é definida pela equação (1).

$$v_b(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} v_b(\omega) e^{i\omega x} d\omega \quad (1)$$

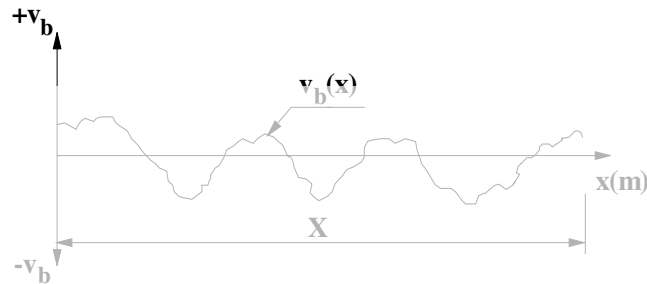


Figura 2. Irregularidades não-determinísticas

Adota-se para as irregularidades aleatórias uma distribuição normal e um processo randômico fracamente estacionário, ergódico de segunda ordem. Deste modo, chega-se a uma relação entre a média quadrática da distribuição das irregularidades,  $E[v_b^2]$  e sua densidade espectral  $\Phi_{v_b v_b}(\omega)$ , como mostra a expressão (2).

$$E[v_b^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{v_b v_b}(\omega) d\omega \quad (2)$$

Como no trabalho anterior citado, para a representação da densidade espectral das irregularidades da pista, a função exponencial a seguir<sup>10,11</sup>, a qual tem sido utilizada correntemente em outros trabalhos<sup>3,4,5,6,8</sup> sobre o assunto, como apresentado na equação (3).

$$\Phi_{v_b v_b}(\omega) = \Phi(\omega_0) \left[ \frac{\omega}{\omega_0} \right]^{-w} \quad (3)$$

onde  $\Phi(\omega_0)$  é coeficiente de amplitude que varia com a qualidade da pista e com  $\omega_0$ ,  $\omega_0$  frequência básica das irregularidades, feita igual a  $1 \text{ m}^{-1}$  e  $w$  ondulabilidade da pista, feita igual a 2.

Para avaliação dos parâmetros que descrevem a função densidade espectral das irregularidades, definida pela equação (3), utiliza-se a classificação das irregularidades do pavimento proposta nos trabalhos de Braun<sup>10,11</sup>.

Com a finalidade de se gerar um conjunto de amostras de irregularidades, propõe-se a discretização da função  $v_b(x)$ , equação (1). Deste modo, aproxima-se a distribuição das irregularidades por uma série finita de harmônicos, como mostrado na expressão (4)

$$v_b(x) = \sum_{i=1}^N v_{bi} \cos[\omega_i x - \varphi_i] \quad (4)$$

onde  $v_{bi}$  é amplitude real da parte harmônica,  $\omega_i$  frequência do harmônico  $i$ ,  $\varphi_i$  ângulo de fase do harmônico  $i$  e  $N$  número de harmônicos.

A amplitude real da parte harmônica da função representativa das irregularidades,  $v_{bi}$ , mostrada na expressão (5), é determinada a partir da densidade espectral das irregularidades do pavimento,  $\Phi_{v_b v_b}(\omega)$ . Assim sendo, tem-se que

$$v_{bi} = \sqrt{2\Delta\omega\Phi_{v_b v_b}(\omega_i)} \quad (5)$$

onde  $\Delta\omega$  é intervalo de discretização.

Uma vez que o espectro de  $\Phi_{v_b v_b}(\omega)$  não possui informações sobre os ângulos de fase dos harmônicos,  $\varphi_i$ , os mesmos são fixados por meio de números gerados randomicamente. As Figuras 3 e 4 apresentam o perfil de duas amostras de irregularidades geradas com base no modelo matemático proposto, para pistas de qualidade excelente e muito ruim, respectivamente.



Figura 3. Perfil de uma amostra de irregularidade. Qualidade da pista: excelente.  
 $\Phi(\omega_0) = 1 \text{ cm}^3$



Figura 4. Perfil de uma amostra de irregularidade. Qualidade da pista: muito ruim.  
 $\Phi(\omega_0) = 256 \text{ cm}^3$

### Sistema veículo-viga

O veículo e a viga constituem um sistema único através da formulação das matrizes de massa, amortecimento, rigidez e de cargas, necessárias para formulação e resolução da equação de movimento. De modo a facilitar a organização e atualização dessas matrizes, as primeiras linhas e colunas das mesmas são destinadas para os veículos do comboio. A Figura 5 mostra a representação do sistema veículo-viga.

Utilizam-se vigas bi-apoiadas e contínuas, com e sem balanços. Os pontos de apoio são rígidos, a seção transversal das vigas é do tipo caixão, e o momento de inércia,  $J$ , da seção transversal, em relação à linha neutra, pode variar de elemento para elemento.

Divide-se o tabuleiro, modelado como viga, em elementos e a sua massa é concentrada nos nós. O processo de concentração das massas consiste na adição dos valores correspondentes às metades das massas dos elementos convergentes aos nós. Os pontos de apoio não recebem massas, já os nós rotulados são obrigatoriamente pontos de concentração de massa em virtude do elemento adotado para discretizar a viga.

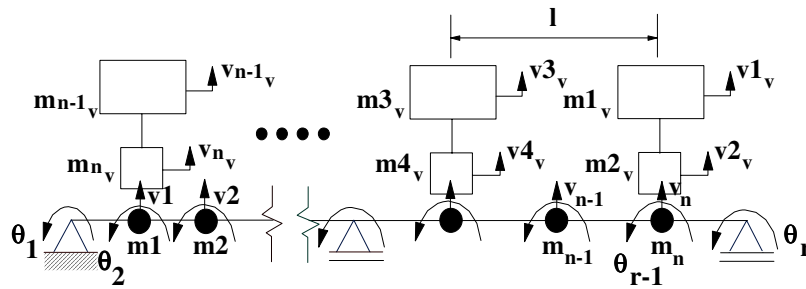


Figura 5. Sistema veículo-viga

Inicialmente, o veículo percorre a viga com uma certa velocidade, e seu efeito sobre ela é determinado ao longo do tempo. Devido ao fato de que o veículo e a viga formam um sistema único, o veículo tem influência na equação de movimento e, portanto, em virtude de o mesmo ser um elemento móvel, a cada nova posição o sistema é modificado, induzindo, conseqüentemente, alterações na equação de movimento, mais especificamente nos elementos associados à rigidez e ao amortecimento do sistema veículo-ponte.

A rigor, essa modificação na equação de movimento deve ser processada a cada avanço do veículo sobre a viga, acarretando um grande esforço computacional. Deste modo, com o objetivo de simplificar os cálculos, as matrizes de rigidez e amortecimento são modificadas somente quando o veículo ultrapassa a metade de cada elemento da viga. Esta medida reduz consideravelmente o número de modificações e, portanto, o esforço computacional na solução da equação de movimento, sem grande prejuízo para a precisão dos resultados<sup>2</sup>.

Em síntese, o veículo é posicionado nos nós e sua ação, entre esses nós, é marcada pelas cargas nodais equivalentes, que são calculadas para cada intervalo de tempo, como se o veículo percorresse a viga normalmente. Deve-se enfatizar, ainda, que a imprecisão gerada pela redução no número de modificações nas matrizes do sistema é pequena, sendo absolutamente tolerável.

Na concepção do comboio infinito, é mantido um espaçamento constante entre veículos igual ao comprimento de um elemento finito de barra, ou a um múltiplo deste, pois, desta maneira, as matrizes permanecem inalteradas após o tabuleiro estar completamente carregado. Essa medida reduz consideravelmente o esforço computacional na solução da equação de movimento, sem grande prejuízo para a precisão dos resultados para uma extensão corrente dos elementos de viga de 1/8 a 1/10 do comprimento do vão<sup>2</sup>.

Ressalta-se que a concepção do comboio infinito de veículos relaciona-se diretamente com a fase permanente da resposta, que incorpora repetições de valores extremos, de interesse direto para uma análise de fadiga do material. Por outro lado, a própria natureza da excitação referente às irregularidades da pista, definidas segundo modelo não-determinístico, está associada a processos fracamente estacionários.

### Equações de movimento

Admitindo-se desprezível a contribuição na resposta devida à consideração da inércia à rotação das massas do modelo, escreve-se a equação de movimento, como mostrado na expressão (6), para o sistema sem amortecimento representando-se por um ponto sobre o símbolo de uma variável uma derivação em relação ao tempo  $t$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{V}} \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{vv} & \mathbf{K}_{v\theta} \\ \mathbf{K}_{\theta v} & \mathbf{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{B} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

sendo  $\mathbf{M}$  a matriz de massa e  $\mathbf{K}_{vv}$ ,  $\mathbf{K}_{v\theta}$ ,  $\mathbf{K}_{\theta v}$  e  $\mathbf{K}_{\theta\theta}$  as submatrizes da matriz de rigidez  $\mathbf{K}$ , todas referentes ao sistema veículo-viga. No segundo membro da equação,  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{B}$  correspon-

dem às cargas nodais equivalentes, respectivamente, forças e momentos de fixação, geradas pelos veículos, provenientes exclusivamente do efeito das irregularidades do pavimento.

Verifica-se também a participação dos veículos do comboio através dos elementos das matrizes associados com as primeiras coordenadas do sistema veículo-ponte, ou seja, as coordenadas de translação do veículo,  $v_{iv}$ . As demais coordenadas são posicionadas de modo a colocar primeiramente as de translação da viga, compondo o vetor  $\mathbf{v}$  e a seguir as de rotação da mesma, formando o vetor  $\theta$ .

Com base na condensação estática das equações de movimento do sistema veículo-viga, ou sistema veículo-ponte, e chamando-se  $\mathbf{K}^*$  de matriz de rigidez condensada, obtêm-se sucessivamente as equações (7) e (8)

$$\theta = \mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1}[\mathbf{B} - \mathbf{K}_{\theta v}\mathbf{V}] \quad (7)$$

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K}_{vv} - \mathbf{K}_{v\theta}\mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1}\mathbf{K}_{\theta v} \quad (8)$$

Assim sendo, chega-se à equação de movimento condensada para o sistema veículo-viga cuja ordem é igual à soma do número de graus de liberdade dos veículos com o número de graus de liberdade translacionais da ponte, como apresentado na expressão (9).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{V}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{V}} + \mathbf{K}^*\mathbf{V} = \mathbf{F} - \mathbf{K}_{v\theta}\mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1}\mathbf{B} \quad (9)$$

A matriz de amortecimento,  $\mathbf{C}$ , é determinada pela expressão (10), onde  $\mathbf{C}_v$  é a sub-matriz destinada aos veículos do comboio, proporcional à massa destes, e  $\mathbf{C}_{vg}$  é a sub-matriz referente à ponte, proporcional à parte da matriz de rigidez condensada,  $\mathbf{K}^*$ , correspondente à mesma.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{vg} \end{bmatrix} \quad (10)$$

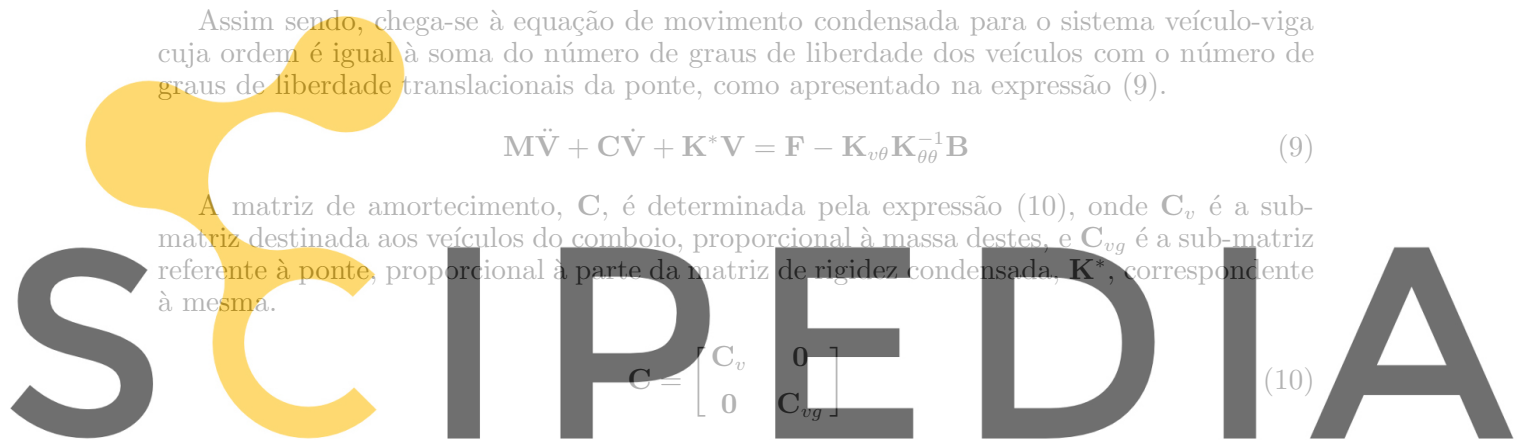
Obtém-se a resposta da estrutura mediante a integração das equações de movimento do sistema veículo-ponte, passo a passo, com base em fórmulas calcadas na variação linear da aceleração ao longo do incremento de tempo  $\Delta t$ . Este é considerado suficientemente pequeno para ajustar-se aos parâmetros de tempo em jogo<sup>12</sup>.

A introdução do efeito das irregularidades da pista na equação de movimento do sistema veículo-ponte é feita considerando-se que, para os veículos, tais irregularidades assemelham-se a deslocamentos de base. Deste modo, durante o intervalo de tempo em que o veículo está atravessando uma irregularidade do pavimento, este transmite ao tabuleiro da obra de arte uma força variável de acordo com suas propriedades dinâmicas, associadas à rigidez e amortecimento.

A partir dessas considerações, escreve-se o vetor de cargas,  $\mathbf{F}(t)$ , referente à interação dos pneus dos veículos com a superfície irregular do tabuleiro, representando forças dinâmicas aplicadas nas coordenadas desses carros.

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{C}_v\mathbf{e}\dot{v}_b + \mathbf{K}_v\mathbf{e}v_b \quad (11)$$

Na expressão (11),  $\mathbf{C}_v$  e  $\mathbf{K}_v$  são as matrizes de amortecimento e rigidez do veículo, respectivamente,  $\mathbf{e}$  é um vetor definido de modo a se aplicar as forças dinâmicas oriundas das irregularidades superficiais nas coordenadas correspondentes aos veículos,  $\mathbf{e}^T = [1 \ 1]$ , e, ainda,  $v_b$  e sua derivada primeira,  $\dot{v}_b$ , são grandezas associadas ao deslocamento de base ou perfil irregular do pavimento.



Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

## MODELAGEM DA CARGA MÓVEL

A carga móvel é modelada com base em uma série infinita de veículos, regularmente espaçados e deslocando-se sobre o tabuleiro com velocidade constante,  $\nu$ . Assumindo-se que  $l$  seja à distância entre dois veículos sucessivos e que os carros entrem um após o outro no tabuleiro da obra de arte, gera-se a partir dessa repetição, ao longo do tempo, uma frequência de excitação, de carregamento, ou de travessia,  $f_t = \nu/l$ , associada ao movimento desses veículos sobre o tabuleiro, Figura 6.

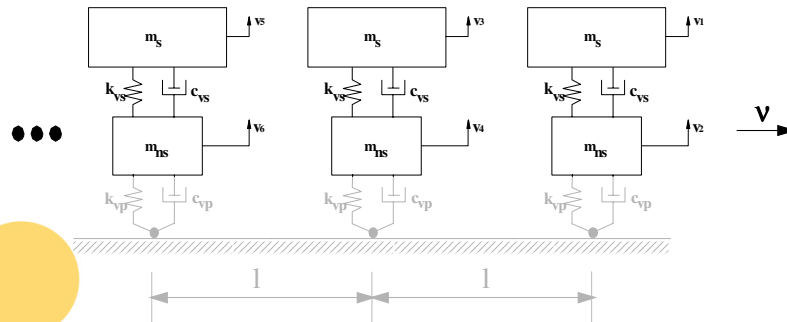


Figura 6. Comboio infinito de veículos

Após um determinado período de tempo,  $t_1$ , denominado de tempo de travessia, o primeiro veículo do comboio atinge o final da ponte e, a partir desse instante, a massa total dos veículos sobre a obra permanece praticamente constante. Sob essas condições o tabuleiro atingirá uma situação em que predomina a fase permanente da resposta, que incorpora repetições de valores extremos, de interesse direto para uma análise de fadiga do material<sup>8,9</sup>.

## ESTUDO PARAMÉTRICO

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

O estudo paramétrico é conduzido com base na implementação computacional da metodologia de análise no domínio do tempo e sua finalidade básica é a de avaliar a consistência e eficácia do método e, ainda, os efeitos dinâmicos provenientes do perfil irregular do pavimento, ocasionados pelo desgaste da superfície de rolamento ao longo do tempo, sobre o comportamento estrutural de pontes rodoviárias.

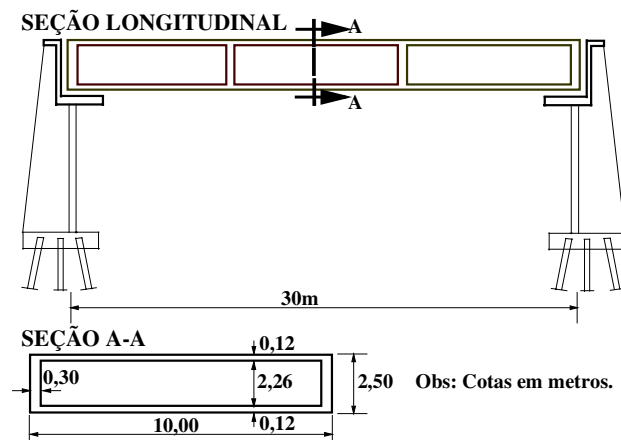


Figura 7. Tabuleiro simplesmente apoiado



Os tabuleiros das pontes rodoviárias empregadas na análise paramétrica correspondem a vigas de concreto armado com seção do tipo caixão e inércia constante, com características semelhantes ao tabuleiro apresentado na Figura 7.

A resposta dinâmica do sistema veículo-viga, ou veículo-ponte, deslocamentos e esforços, é obtida mediante a integração das equações de movimento, no domínio do tempo, considerando-se exclusivamente a excitação produzida pela interação entre os pneus dos veículos do comboio e a superfície irregular do tabuleiro.

Para cada qualidade de pavimento, são geradas séries de amostras de irregularidades de modo a obter-se uma regularidade estatística em termos dos valores máximos médios da resposta. Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que todos os resultados obtidos ao longo do trabalho referem-se à fase permanente da resposta e são normalizados pelos efeitos estáticos máximos obtidos para cada seção das pontes em estudo.

As frequências naturais do veículo isolado sobre base rígida, correspondentes à suspensão e aos pneus, são feitas iguais a 3,0 Hz e 20,0 Hz, respectivamente, e o coeficiente relativo de amortecimento,  $\xi$ , para o seu modo de vibração natural com predominância de deslocamentos da massa suspensa do veículo é igual a 0,1<sup>6,7,8,9</sup>.

Os modelos em elementos finitos adotados para as pontes em estudo apresentam momento de inércia  $J = 3,98 \text{ m}^4$ , módulo de elasticidade  $E = 3,0 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ , massa distribuída  $\bar{m} = 9200 \text{ kg/m}$  e coeficiente relativo de amortecimento,  $\xi$ , para o modo de vibração natural com predominância de deslocamentos da ponte igual a 0,03.

A distribuição do perfil irregular do pavimento, irregularidades da pista, é considerada segundo modelo randômico com base na densidade espectral do pavimento, expressões (2) e (3). São escolhidos dois tipos distintos de pista para a análise: pista de qualidade excelente e muito ruim, observando-se que essas categorias são definidas segundo a classificação das irregularidades do pavimento<sup>10,11</sup>.

### Comportamento geral do sistema veículo-viga

Considera-se neste estudo, inicialmente, o modelo de uma ponte rodoviária de concreto armado simplesmente apoiada, com vão de 30,0 m, seção do tipo caixão e inércia constante, como mostra a Figura 7. São obtidos os deslocamentos e momentos fletores máximos na seção central da ponte, e as reações de apoio devidas à simulação da passagem de um comboio infinito de veículos com dois graus de liberdade, Figura 1, com peso total unitário de 450 kN, espaçamento regular entre os carros,  $l$ , iguais a 5,0 m, e trafegando com velocidade constante,  $\nu$ , de 80 km/h.

Apresenta-se, agora, na Figura 8 o modelo em elementos finitos adotado para a ponte simplesmente apoiada. A frequência fundamental do tabuleiro, descarregado e carregado, é igual a 6,30 Hz e 6,80 Hz, respectivamente. Para discretização da estrutura são utilizados 12 elementos de viga, 11 massas concentradas igualmente espaçadas e 13 seções ou nós.

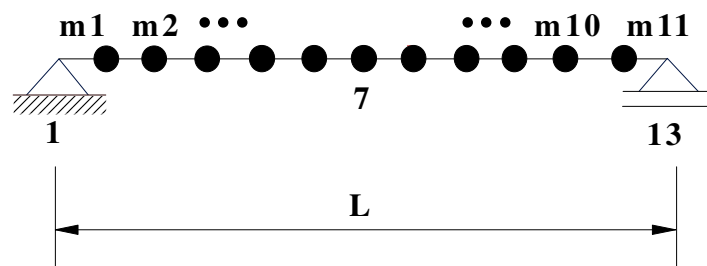


Figura 8. Modelo da viga simplesmente apoiada

As Figuras 9 a 14 representam a resposta do sistema veículo-viga com base nos deslocamentos translacionais verticais,  $v$ , normalizados com relação aos deslocamentos estáticos máximos,  $v_{est}$ , momentos fletores nos nós,  $M$ , com relação aos momentos fletores estáticos máximos,  $M_{est}$ , e reações de apoio,  $R$ , com relação às reações de apoio estáticas máximas,  $R_{est}$ . Observa-se que  $t$  é o tempo de análise e  $t_1$  é o tempo de travessia de um veículo do comboio. Os gráficos associados aos deslocamentos verticais e momentos fletores correspondem à seção central da ponte, seção S7, e aqueles referentes às reações de apoio estão associados ao apoio esquerdo do modelo, seção S1.

Analisando-se os gráficos das Figuras 9 a 14, percebe-se nitidamente que os efeitos dinâmicos produzidos pelas irregularidades superficiais, correspondentes a um pavimento de qualidade excelente, representam uma parcela considerável na resposta do sistema veículo-ponte. O problema cresce de importância no caso de irregularidades superficiais com qualidade da pista muito ruim, onde se observa que para um pavimento de qualidade inferior tal efeito é absolutamente intolerável.

Claramente constata-se que as ações devidas às irregularidades da pista são mais severas que as da mobilidade da carga<sup>2,7</sup>, chegando mesmo a ultrapassar com boa margem as produzidas pela presença estática dos veículos do comboio.

Verifica-se, também, que os valores máximos da resposta do sistema veículo-viga, ou sistema veículo-ponte, ocorrem na fase permanente, onde se observa a nítida predominância de uma frequência de excitação, ou de travessia,  $f_t = \nu/l$ , aproximadamente igual a 4,50 Hz, decorrente de uma sucessão de cargas igualmente espaçadas e deslocando-se sobre a obra de arte com velocidade constante.

Tal frequência corresponde a um período,  $T = l/\nu$ , de 0,22 s, correspondente ao tempo de travessia dos veículos do comboio sobre dois elementos finitos da viga, em que  $l$  é o espaçamento entre os veículos do comboio, neste estudo feito igual a duas vezes à distância que separa as massas concentradas das pontes ou, ainda, duas vezes o comprimento de um elemento finito dos modelos em questão, e  $\nu$  velocidade dos veículos.

Por fim, constata-se na fase transiente de todos os gráficos, Figuras 9 a 14, a sucessiva entrada na ponte dos veículos do comboio, pelas mudanças bruscas da curva nos instantes em que esses veículos encontram-se na posição correspondente à distância que os separa dos veículos anteriores. Assim sendo, as curvas representativas da resposta do sistema deslocam-se para a direita com amplitudes bem mais elevadas, até que a ponte esteja completamente carregada e o sistema atinja a fase permanente da resposta.

Quanto ao número de irregularidades, constata-se que para se obterem resultados dentro de uma regularidade estatística, faz-se necessário que se utilize um número considerável de amostras, nunca inferior a 50.

Ao se observar à magnitude dos efeitos produzidos exclusivamente pelas irregularidades da pista, mostrados nas Figuras 9 a 14, pode-se concluir que o quadro apresentado é muito sério: irregularidades na pista, mesmo aquelas associadas a pavimentos de qualidade excelente, se estendidas aos tabuleiros rodoviários, provocam efeitos muito elevados. O problema fica ainda mais grave se considerados pavimentos de qualidade inferior.

Finalmente, em decorrência das elevadas amplificações produzidas pelas irregularidades da pista e a sua natural associação com a frequência desta excitação, prossegue-se o estudo para indicar as velocidades de travessias críticas. Para tal, varia-se à frequência de excitação, ou de travessia, com base na velocidade dos veículos do comboio e do espaçamento entre eles.

SCIPEDIA

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

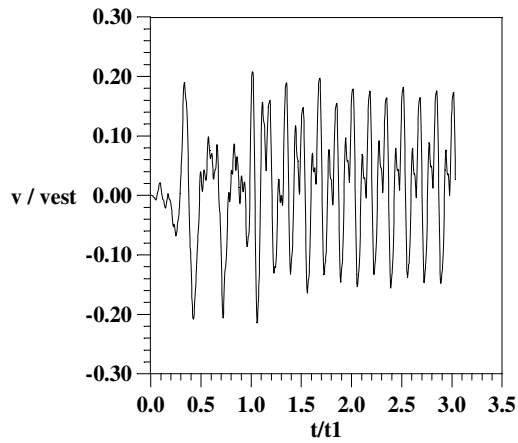


Figura 9. Deslocamento vertical. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente

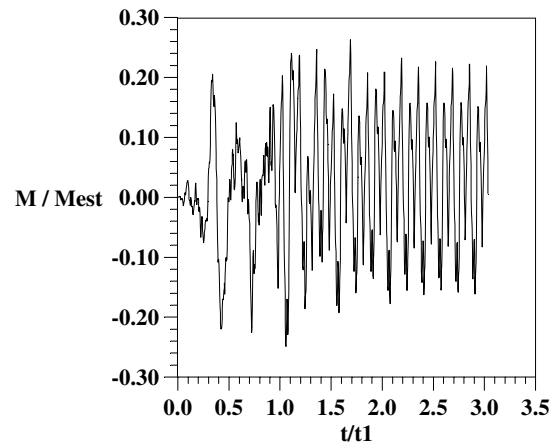


Figura 10. Momento fletor. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente

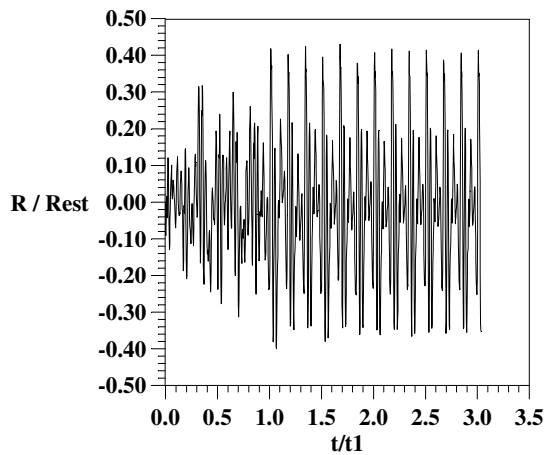


Figura 11. Reação do apoio esquerdo. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente

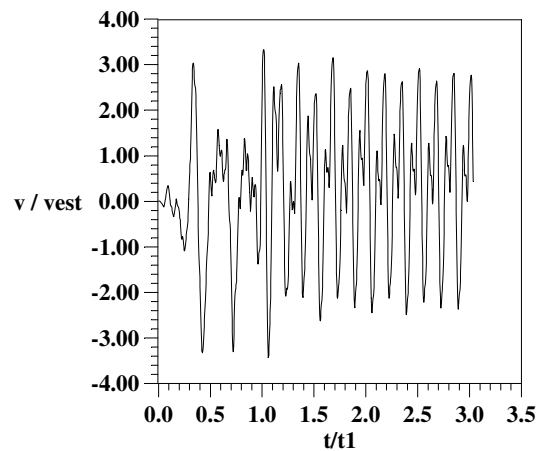


Figura 12. Deslocamento vertical. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: muito ruim

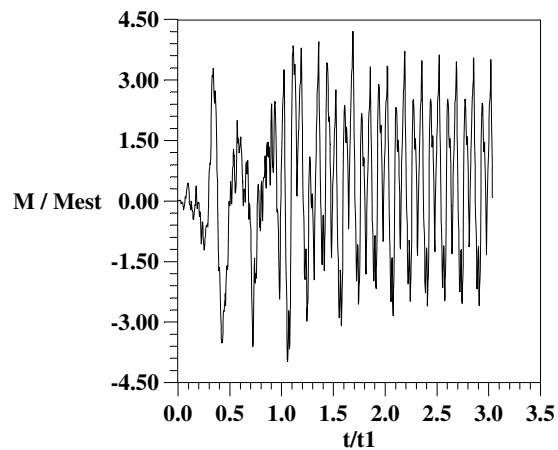


Figura 13. Momento fletor. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: muito ruim

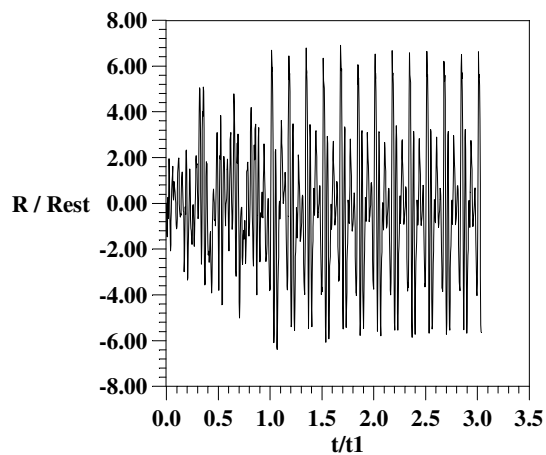


Figura 14. Reação do apoio esquerdo. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: muito ruim

### Efeito da frequência de excitação ou de travessia

Com o objetivo de se avaliar de forma quantitativa e qualitativa os efeitos dinâmicos provenientes de irregularidades superficiais no tabuleiro, sobre o comportamento de pontes rodoviárias submetidas à passagem de veículos, são produzidos espectros de resposta.

Os espectros são traçados para a resposta do sistema veículo-ponte, em termos dos deslocamentos máximos médios,  $E[v]$ , normalizados em função dos deslocamentos obtidos na análise estática,  $v_{est}$ . Deste modo, varia-se o parâmetro de frequência,  $\beta = f_t/f_{01}$ , definido pela relação entre as frequências de excitação ou de travessia,  $f_t = \nu/l$ , em que  $\nu$  é a velocidade de travessia dos veículos do comboio e  $l$  o espaçamento entre eles, e a 1ª frequência natural do veículo isolado sobre base rígida,  $f_{01}$ .

Destaca-se, ainda, que a relação entre os efeitos dinâmicos máximos médios,  $E[v]$ , e os efeitos estáticos representa o fator de amplificação máximo médio,  $\bar{F}A$ . É conveniente utilizar-se o fator de amplificação máximo médio, já que o mesmo exprime uma quantidade integral, no tempo e no espaço, que pode bem representar as diversas variações e singularidades do problema em estudo. Isto porque existe uma afinidade destacada entre a definição deste fator de amplificação e a metodologia utilizada, na prática corrente de projeto, para cálculo das diversas grandezas determinantes do dimensionamento da estrutura.

Os veículos apresentam dois graus de liberdade, Figura 1, com peso total unitário de 450 kN, espaçamento regular,  $l = 5$  m, e trafegando com velocidade constante,  $\nu$ , em cada passagem, que varia entre os limites de 10 e 200 km/h. Entende-se que esses limites de velocidade são adotados para evidenciar o comportamento do sistema em situações extremas. As viaturas do comboio empregadas nesta análise possuem as mesmas características dinâmicas já descritas anteriormente.

São escolhidos para esta análise dois modelos estruturais: o primeiro se refere a uma ponte rodoviária de concreto armado, bi-apoiada com balanços, vão central de 30,0 m e balanços de 7,5 m (Figura 15) e o segundo associado a um tabuleiro rodoviário de concreto armado, contínuo com balanços, vão central de 30 m, vãos extremos de 25 m e balanços de 7,5 m (Figura 16). Ambos os modelos apresentam as mesmas características geométricas do tabuleiro simplesmente apoiado (Figura 8) e também possuem seção do tipo caixão e inércia constante.

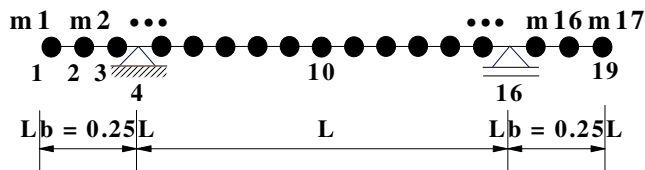


Figura 15. Modelo da viga simplesmente apoiada com balanços

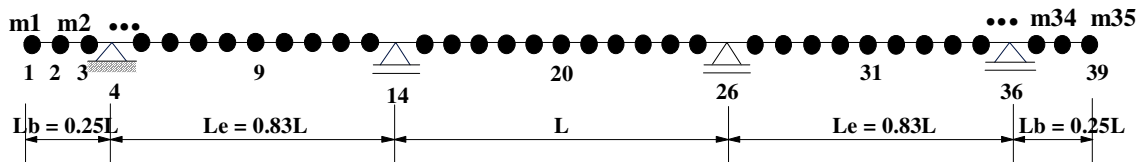
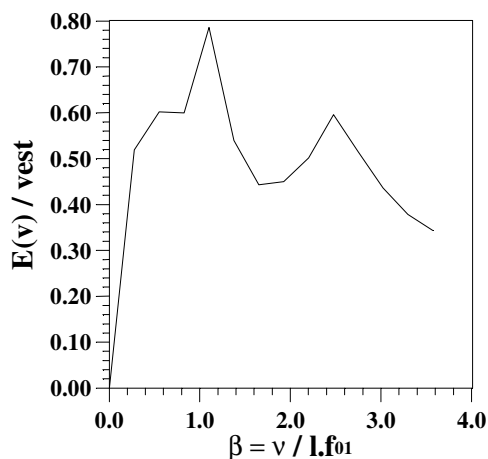


Figura 16. Modelo da viga contínua com balanços

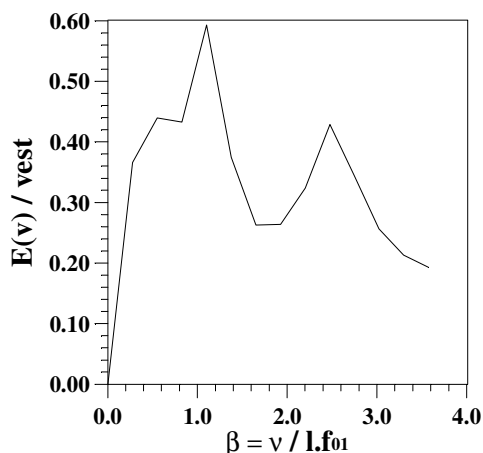
A frequência fundamental do tabuleiro simplesmente apoiado com balanços, considerando o mesmo descarregado e carregado, é igual a 5,80 Hz e 6,43 Hz, respectivamente. Para discretização da estrutura são utilizados 18 elementos finitos de viga. O vão central apresenta 11 massas concentradas e os balanços 3 massas concentradas, todas igualmente espaçadas, como é mostrado na Figura 15.

No que tange ao tabuleiro contínuo, nas situações em que se encontra descarregado e carregado, este apresenta frequência fundamental igual a 7,40 Hz e 7,80 Hz, respectivamente. Para discretização do modelo são utilizados 38 elementos finitos de viga. Os vãos extremos apresentam 9 massas concentradas, o vão central 11 massas concentradas e os balanços 3, todas igualmente espaçadas, como é apresentado na Figura 16.

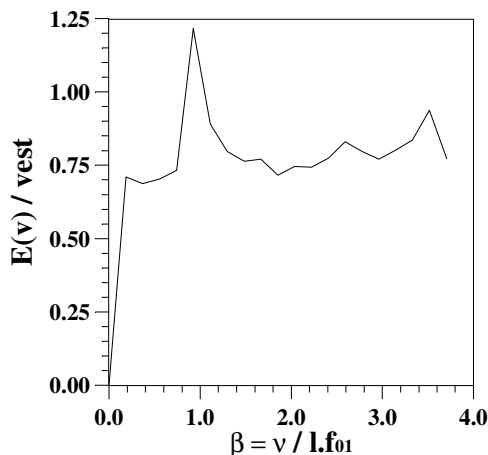
As Figuras 17, 18, 19 e 20 apresentam, agora, a resposta dinâmica do sistema veículo-viga devida à simulação da passagem de um comboio infinito de veículos sobre a superfície irregular do tabuleiro com qualidade de pista excelente, na forma de espectros de resposta, em termos dos deslocamentos máximos médios,  $E[v]$ , referentes à seção do extremo do balanço dos modelos em estudo, S1, e seção central, S10, para o modelo simplesmente apoiado com balanços e seção central S20, para a ponte em vigas contínuas com balanços.



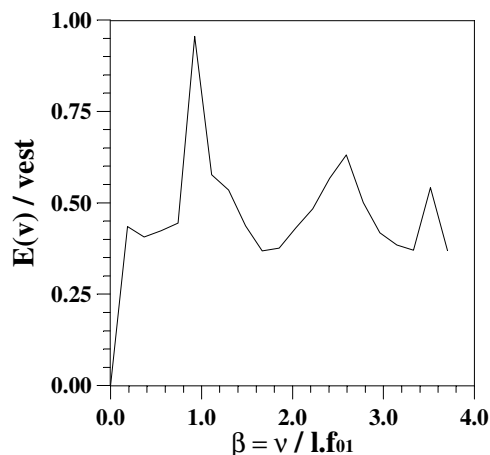
**Figura 17.** Espectro de resposta. Deslocamentos máximos médios. Viga bi-apoiada com balanços. Seção do extremo do balanço: S1. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente



**Figura 18.** Espectro de resposta. Deslocamentos máximos médios. Viga bi-apoiada com balanços. Seção central: S10. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente



**Figura 19.** Espectro de resposta. Deslocamentos máximos médios. Viga contínua com balanços. Seção do extremo do balanço: S1. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente



**Figura 20.** Espectro de resposta. Deslocamentos máximos médios. Viga contínua com balanços. Seção central: S20. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente

A primeira impressão ao se observarem esses espectros de resposta, Figuras 17 a 20, é a de que eles apresentam dois trechos distintos, com efeitos acentuados correspondendo a valores do parâmetro de frequência,  $\beta$ , indicativo de igualdade entre a frequência de travessia,  $f_t$ , e as frequências do sistema veículo-viga; a discussão segue:

Trecho em torno do 1º pico: Neste caso a frequência de travessia, decorrente de uma sucessão de cargas, igualmente espaçadas e deslocando-se sobre a obra de arte com velocidade constante, aproxima-se da 1ª frequência natural do sistema veículo-viga,  $\beta = 1$ . Destaca-se, também, que o trecho do 1º pico é preponderante com relação aos demais trechos dos espectros de deslocamentos e esforços.

Trecho em torno do 2º pico: Finalmente, para velocidades mais elevadas, constata-se a existência de um segundo pico que surge quando a frequência de travessia, aproxima-se da 2ª frequência natural do sistema veículo-viga. Outros picos ocorrem para frequências mais elevadas do sistema veículo-viga, correspondentes a valores pouco usuais de velocidades.

Ressalta-se que as amplificações máximas, provenientes do trecho do 1º pico de todos os espectros, devidas exclusivamente ao efeito das irregularidades da pista de tabuleiros com pavimentos de qualidade excelente, são bem mais importantes do que as da mobilidade da carga<sup>2,7</sup>, com um nível de amplificação mais elevado, e da mesma ordem de grandeza dos efeitos produzidos pela presença estática dos veículos, como mostram às Figuras 17 a 20. Conclui-se, portanto, sem sombra de dúvida, que as ações dinâmicas provenientes das irregularidades superficiais representam às ações dinâmicas mais severas presentes na resposta do sistema veículo-ponte.

As amplificações máximas associadas aos sistemas estruturais em questão ocorrem quando a velocidade dos veículos do comboio é igual a 50 km/h. Assim sendo, a partir da definição do parâmetro de frequência,  $\beta$ , expresso pela relação  $f_t/f_{01}$ , pode-se obter facilmente as velocidades de travessia críticas para qualquer sistema estrutural.

Deste modo, basta que se atribua o valor unitário para o parâmetro de frequência  $\beta$ , e com base na 1ª frequência natural do veículo sobre base rígida e no espaçamento entre os carros obter a velocidade crítica associada aos efeitos máximos da resposta provenientes das irregularidades da pista.

Finalmente, ao se observar à magnitude dos efeitos produzidos exclusivamente pelas irregularidades da pista de tabuleiros com pavimentos de qualidade excelente, Figuras 17 a 20, pode-se concluir que o quadro apresentado é, então, muito sério.

Os efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades do pavimento provocam ações nos tabuleiros rodoviários muito amplificadas com relação àquelas consideradas correntemente em projeto<sup>13</sup>. E, no Brasil, por deficiência de conservação das estradas, as irregularidades superficiais existem em profusão.

### Efeito da variação do vão

Inúmeras investigações têm indicado que o comprimento do vão é uma variável importante no que diz respeito à vibração de pontes rodoviárias<sup>3,4,5,6,7,8,9</sup>. Em diversos regulamentos, inclusive no brasileiro, recomenda-se majorar as solicitações estáticas por um coeficiente de impacto que é função exclusivamente do vão da estrutura<sup>13</sup>. Deste modo, dando prosseguimento à análise paramétrica, varia-se o vão das obras de arte em estudo, o que, naturalmente, evidencia uma variação nas frequências desses modelos.

Assim sendo, são obtidos os deslocamentos e momentos fletores máximos médios para a seção central, S7, e as reações de apoio máximas médias para a seção do apoio esquerdo, S1, dos modelos associados às pontes simplesmente apoiadas, Figura 8, com vão central de 24,0 m, 30,0 m e 36,0 m.

Obtêm-se, ainda, os deslocamentos máximos médios para as seções da ponta do balanço e central, respectivamente, S1 e S10, os momentos fletores máximos médios para as seções do apoio esquerdo e central, respectivamente, S4 e S10, e as reações de apoio máximas

médias para a seção do apoio esquerdo, S4, das pontes modeladas como vigas bi-apoiadas com balanços, Figura 15, com vão central e balanços, respectivamente iguais a 24,04 m e 6,0 m, 30,0 m e 7,5 m e 36,0 m e 9,0 m.

Esses efeitos máximos médios, referentes à resposta do sistema veículo-ponte, são obtidos considerando-se as ações dinâmicas produzidas exclusivamente pela interação entre os pneus dos veículos e a superfície irregular do tabuleiro das pontes em estudo, considerando-se para tal pavimentos de qualidade excelente e as velocidades de travessia críticas das viaturas.

As Tabelas I a VIII apresentam os efeitos máximos médios para as pontes simplesmente apoiadas e simplesmente apoiadas com balanços. Os resultados da análise são apresentados com base nos valores do fator de amplificação máximo médio,  $\bar{F}A$ , o qual representa a relação entre os efeitos dinâmicos máximos médios,  $\mu_R$ , e os correspondentes efeitos estáticos; onde  $R$  representa uma variável genérica da resposta do sistema veículo-viga. São apresentadas, também, a média quadrática,  $E[R^2]$ , a variância,  $\sigma_R^2$ , e o desvio padrão,  $(\sigma_R^2)^{0,5}$ .

Destaca-se que todas as tabelas apresentam os resultados referentes à resposta do sistema veículo-viga com base na geração de 50 amostras de irregularidades definidas segundo o modelo probabilístico apresentado anteriormente, expressões (2) e (3). Observa-se, também, que essas Tabelas diferenciam os modelos em estudo a partir do vão central destes, de acordo com a 1ª coluna das mesmas.

Com relação às vigas bi-apoiadas, pode-se notar que os deslocamentos e esforços máximos médios, momentos fletores e reações de apoio, produzidos exclusivamente pelos efeitos das irregularidades da pista de pavimentos de qualidade excelente, para a seção central e do apoio esquerdo, respectivamente, S7 e S1, representam cerca de 50 % a 60 % dos efeitos provenientes da presença estática dos veículos (Tabelas I, II e III).

Vão central	Espaçamento entre veículos	Velocidade crítica	Fator de amplificação médio	Média	Média quadrática	Variância	Desvio padrão
$L$ (m)	$L$ (m)	$\nu$ (km/h)	$\bar{F}A = \frac{\mu_v}{v_{est}}$	$\mu_v$ (cm)	$E[v^2]$ (cm <sup>2</sup> )	$\sigma_v^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\sqrt{\sigma_v^2}$ (cm)
24,0	4,0	40,0	<b>0,55</b>	0,22	0,055	0,0066	0,080
30,0	5,0	50,0	<b>0,57</b>	0,45	0,230	0,0275	0,160
36,0	6,0	60,0	<b>0,49</b>	0,68	0,510	0,0476	0,220

**Tabela I.** Deslocamentos máximos médios. Vigas bi-apoiadas. Seção central: S7. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente

Vão central	Espaçamento entre veículos	Velocidade crítica	Fator de amplificação médio	Média	Média quadrática	Variância	Desvio padrão
$L$ (m)	$L$ (m)	$\nu$ (km/h)	$\bar{F}A = \frac{\mu_M}{M_{est}}$	$\mu_M$ (kN cm)	$E[M^2]$ (kN <sup>2</sup> cm <sup>2</sup> )	$\sigma_M^2$ (kN <sup>2</sup> cm <sup>2</sup> )	$\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN cm)
24,0	4,0	40,0	<b>0,60</b>	$0,49 \times 10^6$	$0,27 \times 10^{12}$	$0,26 \times 10^{11}$	$0,16 \times 10^6$
30,0	5,0	50,0	<b>0,63</b>	$0,63 \times 10^6$	$0,43 \times 10^{12}$	$0,31 \times 10^{11}$	$0,18 \times 10^6$
36,0	6,0	60,0	<b>0,57</b>	$0,68 \times 10^6$	$0,50 \times 10^{12}$	$0,34 \times 10^{11}$	$0,19 \times 10^6$

**Tabela II.** Momentos fletores máximos médios. Vigas bi-apoiadas. Seção central: S7. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente

Vão central	Espaçamento entre veículos	Velocidade crítica	Fator de amplificação médio	Média	Média quadrática	Variância	Desvio padrão
$L$ (m)	$L$ (m)	$\nu$ (km/h)	$\bar{F}A = \frac{\mu_R R}{R_{est}}$	$\mu_R$ (kN)	$E[R^2]$ (kN <sup>2</sup> )	$\sigma_R^2$ (kN <sup>2</sup> )	$\sqrt{\sigma_R^2}$ (kN)
24,0	4,0	40,0	<b>0,52</b>	$0,83 \times 10^3$	$0,72 \times 10^6$	$0,41 \times 10^5$	$0,20 \times 10^3$
30,0	5,0	50,0	<b>0,57</b>	$0,91 \times 10^3$	$0,86 \times 10^6$	$0,36 \times 10^5$	$0,19 \times 10^3$
36,0	6,0	60,0	<b>0,62</b>	$0,98 \times 10^3$	$1,04 \times 10^6$	$0,77 \times 10^5$	$0,28 \times 10^3$

**Tabela III.** Reações de apoio máximas médias. Vigas bi-apoiadas

Vão central	Espaçamento entre veículos	Velocidade crítica	Fator de amplificação médio	Média	Média quadrática	Variância	Desvio padrão
$L$ (m)	$L$ (m)	$\nu$ (km/h)	$\bar{F}A = \frac{\mu_v}{v_{est}}$	$\mu_v$ (cm)	$E[v^2]$ (cm <sup>2</sup> )	$\sigma_v^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\sqrt{\sigma_v^2}$ (cm)
24,0	4,0	40,0	<b>0,91</b>	0,27	0,079	0,0061	0,08
30,0	5,0	50,0	<b>0,78</b>	0,44	0,211	0,0174	0,13
36,0	6,0	45,0	<b>0,82</b>	0,80	0,729	0,0890	0,29

**Tabela IV.** Deslocamentos máximos médios. Vigas bi-apoiadas com balanços. Seção do extremo do balanço: S1. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente

As maiores amplificações para deslocamentos e momentos fletores ocorrem na seção central, S7, da viga bi-apoiada com vão de 30,0 m, com valores iguais a 0,57 e 0,63, Tabela I e Tabela II, respectivamente. Para as reações de apoio, os efeitos máximos ocorrem na seção do apoio esquerdo, S1, da viga bi-apoiada com vão de 36,0 m, com valor igual a 0,62 (Tabela III).

Os desvios padrões associados aos deslocamentos e momentos fletores máximos médios estão situados na faixa de 25 % a 35 % dos valores máximos médios correspondentes a esses efeitos, Tabelas I e II. Para as reações de apoio máximas médias, os desvios padrões representam algo em torno de 20 % a 30 % de seus valores máximos médios (Tabela III).

Vão central	Espaçamento entre veículos	Velocidade crítica	Fator de amplificação médio	Média	Média quadrática	Variância	Desvio padrão
$L$ (m)	$L$ (m)	$\nu$ (km/h)	$\bar{F}A = \frac{\mu_v}{v_{est}}$	$\mu_v$ (cm)	$E[v^2]$ (cm <sup>2</sup> )	$\sigma_v^2$ (cm <sup>2</sup> )	$\sqrt{\sigma_v^2}$ (cm)
24,0	4,0	40,0	<b>0,68</b>	0,26	0,076	0,0084	0,09
30,0	5,0	50,0	<b>0,59</b>	0,44	0,210	0,0164	0,12
36,0	6,0	45,0	<b>0,64</b>	0,83	0,810	0,1200	0,34

**Tabela V.** Deslocamentos máximos médios. Vigas bi-apoiadas com balanços. Seção central: S10. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente

No que diz respeito às vigas bi-apoiadas com balanços pode-se observar que existem duas situações distintas: com relação ao vão central, seção S10, verifica-se que os deslocamentos e



momentos fletores máximos médios, provenientes dos efeitos das irregularidades superficiais de pavimentos de qualidade superior, atingem 60 % a 70 % dos efeitos produzidos pela resposta estática (Tabelas V e VII).

Vão central	Espaçamento entre veículos	Velocidade crítica	Fator de amplificação médio	Média	Média quadrática	Variância	Desvio padrão
$L$ (m)	$L$ (m)	$\nu$ (km/h)	$\bar{F}A = \frac{\mu_M}{M_{est}}$	$\mu_M$ (kN cm)	$E[M^2]$ (kN <sup>2</sup> cm <sup>2</sup> )	$\sigma_M^2$ (kN <sup>2</sup> cm <sup>2</sup> )	$\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN cm)
24,0	4,0	40,0	<b>0,88</b>	$0,32 \times 10^6$	$0,10 \times 10^{12}$	$0,61 \times 10^{10}$	$0,78 \times 10^5$
30,0	5,0	50,0	<b>1,00</b>	$0,45 \times 10^6$	$0,22 \times 10^{12}$	$0,13 \times 10^{11}$	$0,11 \times 10^6$
36,0	6,0	45,0	<b>0,90</b>	$0,48 \times 10^6$	$0,24 \times 10^{12}$	$0,10 \times 10^{11}$	$0,10 \times 10^6$

**Tabela VI.** Momentos fletores máximos médios. Vigas bi-apoiadas com balanços. Seção do apoio esquerdo: S4. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente

Vão central	Espaçamento entre veículos	Velocidade crítica	Fator de amplificação médio	Média	Média quadrática	Variância	Desvio padrão
$L$ (m)	$L$ (m)	$\nu$ (km/h)	$\bar{F}A = \frac{\mu_M}{M_{est}}$	$\mu_M$ (kN cm)	$E[M^2]$ (kN <sup>2</sup> cm <sup>2</sup> )	$\sigma_M^2$ (kN <sup>2</sup> cm <sup>2</sup> )	$\sqrt{\sigma_M^2}$ (kN cm)
24,0	4,0	40,0	<b>0,68</b>	$0,52 \times 10^6$	$0,30 \times 10^{12}$	$0,32 \times 10^{11}$	$0,18 \times 10^6$
30,0	5,0	50,0	<b>0,63</b>	$0,60 \times 10^6$	$0,38 \times 10^{12}$	$0,26 \times 10^{11}$	$0,16 \times 10^6$
36,0	6,0	45,0	<b>0,65</b>	$0,74 \times 10^6$	$0,64 \times 10^{12}$	$0,88 \times 10^{11}$	$0,29 \times 10^6$

**Tabela VII.** Momentos fletores máximos médios. Vigas bi-apoiadas com balanços. Seção central: S10. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente

Com referência às seções do balanço a situação é ainda mais crítica, ou seja, no caso dos deslocamentos máximos médios da extremidade do balanço, seção S1, e também dos momentos fletores máximos médios do apoio esquerdo, seção S4, esses efeitos já representam 80 % a 90 % daqueles obtidos na análise estática, chegando mesmo a igualar a resposta estática, Tabelas IV e VI. Para as reações de apoio máximas médias do apoio esquerdo, seção S4, observa-se que estas representam 40 % a 50 % das reações de apoio obtidas no processo estático (Tabela VIII).

As amplificações mais elevadas com relação a deslocamentos e momentos fletores no vão, ocorrem para a seção central, S10, da viga bi-apoiada com balanços, com vão central de 24,0 m e balanços de 6,0 m, com valores de 0,68 para os dois efeitos (Tabelas V e VII).

No caso dos balanços, a maior amplificação para deslocamentos ocorre para a seção da extremidade do balanço, S1, também, para a viga bi-apoiada com balanços, com vão central de 24,0 m e balanços de 6,0 m, com valor igual a 0,91 (Tabela IV). Para os momentos fletores, a amplificação máxima ocorre para a seção do apoio esquerdo, S4, da viga bi-apoiada com balanços, com vão central de 30,0 m e balanços de 7,50 m, com valor igual a 1,0, Tabela VI. Para as reações de apoio, os efeitos máximos ocorrem na seção do apoio esquerdo, S4, da viga bi-apoiada com balanços, com vão central de 30,0 m e balanços de 7,50 m, com valor igual a 0,47 (Tabela VIII).

Os desvios padrões associados aos deslocamentos e momentos fletores máximos médios apresentam-se com valores na faixa de 25 % a 35 % dos valores máximos médios correspondentes a esses efeitos, Tabelas IV a VII. Para as reações de apoio, os desvios padrões representam algo em torno de 20 % a 30 % de seu valor máximo médio (Tabela VIII).

Vão central	Espaçamento entre veículos	Velocidade crítica	Fator de amplificação médio	Média	Média quadrática	Variância	Desvio padrão
$L$ (m)	$L$ (m)	$\nu$ (km/h)	$\bar{F}A = \frac{\mu_R R}{R_{\text{est}}}$	$\mu_R$ (kN)	$E[R^2]$ (kN <sup>2</sup> )	$\sigma_R^2$ (kN <sup>2</sup> )	$\sqrt{\sigma_R^2}$ (kN)
24,0	4,0	40,0	<b>0,43</b>	$1,04 \times 10^3$	$1,12 \times 10^6$	$0,37 \times 10^5$	$0,19 \times 10^3$
30,0	5,0	50,0	<b>0,47</b>	$1,18 \times 10^3$	$1,47 \times 10^6$	$0,70 \times 10^5$	$0,26 \times 10^3$
36,0	6,0	45,0	<b>0,39</b>	$1,06 \times 10^3$	$1,18 \times 10^6$	$0,53 \times 10^5$	$0,23 \times 10^3$

**Tabla VIII.** Reações de apoio máximas médias. Vigas bi-apoiadas com balanços. Seção do apoio esquerdo: S4. Irregularidades da pista. Qualidade da pista: excelente

Finalmente, observando-se os resultados apresentados nas Tabelas I a VIII, associadas às pontes rodoviárias modeladas como vigas simplesmente apoiadas com e sem balanços, pode-se concluir o seguinte:

- Para a seção central de todas as pontes estudadas, os resultados indicam majorações importantes nos fatores de amplificação médios,  $\bar{F}A$ , nas coincidências da frequência de travessia,  $f_t$ , com a 1ª e 2ª frequências naturais do sistema veículo-ponte. Deve-se ressaltar que os efeitos máximos ocorrem, em todos os casos, quando a frequência de travessia,  $f_t$ , aproxima-se da 1ª frequência natural do sistema veículo-viga;
- Nas seções dos balanços ocorrem os efeitos dinâmicos mais elevados no que diz respeito aos deslocamentos e momentos fletores. Deve-se destacar, ainda, que essas amplificações, provenientes das seções dos balanços, são as mais severas encontradas na análise, observando-se, ainda, que todas são decorrentes da coincidência da frequência de excitação,  $f_t$ , com a 1ª frequência natural do sistema veículo-viga;
- Novamente, conclui-se que os efeitos causados às pontes rodoviárias devidos exclusivamente aos efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades superficiais são muito mais elevados do que os provocados pela mobilidade da carga<sup>2,7</sup>. Sem sombra de dúvida, essas ações dinâmicas são as mais severas encontradas ao longo de toda a análise.

## CONCLUSÕES

Em todos os exemplos analisados, em quantidade muito além do que foi apresentado neste trabalho, o modelo matemático adotado para o sistema veículo-viga, ou sistema veículo-ponte, traduz de forma adequada o comportamento de pontes rodoviárias, submetidas ao tráfego de veículos sobre a superfície irregular do tabuleiro.

A metodologia de análise desenvolvida neste trabalho para o cálculo da resposta dinâmica do sistema veículo-viga segundo análise no domínio do tempo, com base em modelo estatístico, apresenta-se consistente no que tange a aspectos quantitativos e qualitativos da resposta, o que assegura confiabilidade aos resultados e conclusões obtidos neste estudo.

Os efeitos sobre os tabuleiros, deslocamentos e esforços, devidos exclusivamente à mobilidade da carga são relativamente pequenos<sup>2,7</sup>. Porém, claramente constata-se que as ações dinâmicas provenientes das irregularidades da pista são muito mais severas que as da

mobilidade da carga, chegando mesmo a ultrapassar com boa margem as produzidas pela presença estática dos veículos.

Os efeitos dinâmicos produzidos pela interação entre os pneus dos veículos e a superfície irregular do tabuleiro das obras de arte podem atingir a níveis bastante importantes, de acordo com o exposto a seguir:

- Com relação à recomendação dos códigos vigentes em vários países<sup>13</sup>, está implícito que o coeficiente de impacto cubra todas as ações dinâmicas verticais sobre o tabuleiro provenientes da carga móvel, isto é, as devidas à mobilidade dos veículos em si e as decorrentes da interação desses carros com irregularidades existentes na superfície de rolamento das obras de arte. Como foi verificado neste estudo, estas são várias vezes superiores às primeiras.
- Para pavimentos de qualidade excelente esses efeitos dinâmicos podem alcançar até cerca de 80 % dos efeitos produzidos pela presença estática dos veículos do comboio, chegando mesmo, em alguns casos, a igualar os efeitos estáticos.
- Para pavimentos de qualidade média essas ações dinâmicas podem ser ainda mais severas, chegando mesmo a ultrapassar com boa margem, cerca de duas a três vezes, os efeitos estáticos produzidos pelas viaturas.
- Para pavimentos de qualidade inferior, sem qualquer sombra de dúvida, o problema torna-se bastante grave. Os efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades superficiais, em situações extremas, alcançam a mais de quinze vezes os valores admitidos em projeto.

Deve-se ressaltar que para pistas de qualidade inferior é absolutamente fora de propósito recomendar um coeficiente de majoração de esforços estáticos para o caso de irregularidades superficiais devido ao valor extremamente elevado desses efeitos. Seria inteiramente irracional e antieconômico propor recomendações de projeto de modo que os tabuleiros rodoviários sejam dimensionados para atender a essas solicitações extremas.

Ao contrário, a solução deve ser na linha de uma conservação permanente, preventiva e corretiva, para manter as superfícies de rolamento das obras de arte livres de irregularidades. Assim sendo, com respaldo nos resultados e conclusões enunciadas ao longo de todo o trabalho, recomenda-se a seguinte política para preservar os tabuleiros e aparelhos de apoio rodoviários da usura precoce que vem ocorrendo:

- Considerando-se uma análise linear elástica, deve-se ter um cuidado especial ao assimilar as cargas móveis às cargas estáticas, com base apenas na multiplicação de seus valores pelos coeficientes de impacto propostos pelos códigos vigentes em cada país.
- A manutenção dos pavimentos sobre os tabuleiros das obras de arte deve assegurar superfícies de rolamento suaves, isto é, sem conter irregularidades com amplitudes maiores que 1,40 cm.
- Evitar sempre que possível pontes rodoviárias com balanços, visto que as amplificações provenientes das seções dos balanços são intoleráveis para as estruturas de concreto e aparelhos de apoio das obras de arte em serviço.

## AGRADECIMENTOS

O autor agradece à Fundação de Auxílio à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro, FAPERJ, e ao Conselho Nacional de Pesquisa, CNPq, o auxílio financeiro para o desenvolvimento do presente trabalho de pesquisa.

**REFERÊNCIAS**

- 1 F.N.M. Ramalho e J.L.P. Roehl, “Ações dinâmicas em pontes rodoviárias com defeitos na pista”, *X CILAMCE, Iberian Latin-American Conference on Computational Methods in Engineering*, (1989).
- 2 R. Carneiro e J.L.P. Roehl, “A model for the analysis of moving load effects on highway bridge girders”, RBCM, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, Vol. **12**, N° 4, pp. 29–44, (1990).
- 3 G. Sedlacek e St. Drosner, “Dynamik bei Brücken”, Institut für Stahlbau, RWTH Aachen, Mies van der Rohe Str. 1, 5100, Aachen, U. Braunschweig, U. Hannover, (1990).
- 4 T.L. Wang e D. Huang, “Cable-stayed bridge vibrations due to road surface roughness”, *ASCE, Journal of Structural Engineering*, Vol. **118**, N° 5, pp. 1354–1374, (1992).
- 5 D. Chang e H. Lee, “Impact factors for simple-span highway girder bridges”, *ASCE, Journal of Structural Engineering*, Vol. **120**, N° 3, pp. 704–715, (1994).
- 6 J.G.S. da Silva e J.L.P. Roehl, “Dynamical analysis of bridge decks with irregular pavement surface defined by a profile spectral density”, *Joint Conference of Italian Group of Computational Mechanics and Ibero-Latin American Association of Computational Methods in Engineering*, (1996).
- 7 J.G.S. da Silva e J.L. Roehl, “Dynamical actions on bridge decks due to a train of vehicles”, *IV WCCM, Fourth World Congress on Computational Mechanics*, Buenos Aires, Argentina, (1998).
- 8 J.G.S. da Silva e J.L. Roehl, “Analysis of highway bridge decks with irregular pavement surface using a full probabilistic formulation”, *ECCM-99, European Conference on Computational Mechanics*, Munich, Germany, (1999).
- 9 J.G.S. da Silva, V.J. Karam e I.E. Rodrigues, “Dynamical analysis of highway bridge decks with transition slabs”, *ECCOMAS 2000, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Barcelona, Spain, (2000).
- 10 H. Braun, “Untersuchungen über Fahrbahnnunehheiten”, Deutsche Kraftfahrtforschung und Strassenverkehrstechnik, (1966).
- 11 H. Braun, “Untersuchungen von Fahrbahnnunehheiten und Anwendungen der Ergebnisse”, Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Dissertation, (1969).
- 12 N.M. Newmark, “A method of computation of structural dynamics”, *Journal of Mechanical Division*, Vol. **85**, (1959).
- 13 Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT, NBR 7187, “Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido”, (1987).