

Efecto de la modificación del perfil en el rendimiento de altavoces dinámicos de radiación directa

Jesús Alba y Jaime Ramis

Departamento de Física Aplicada
Escuela Politécnica Superior de Gandía
Universidad Politécnica de Valencia
46730 Grao de Gandia, Valencia, España
Tel.: 34-96-284 93 14/284 93 00, Fax: 34-96-284 93 09
e-mail: jesalba@fis.upv.es
e-mail: jramis@fis.upv.es

Resumen

Uno de los parámetros más significativos de los altavoces es, probablemente, su rendimiento. Este puede definirse como la relación entre la potencia radiada y la potencia eléctrica consumida. Normalmente se expresa en % y puede ser determinado aplicando expresiones en las que figuran los valores de los componentes del circuito equivalente del altavoz. Un primer elemento necesario es la impedancia de radiación, esto es, la expresión cuantitativa de la forma en la que el medio reacciona frente a la superficie vibrante. En la mayoría de las aplicaciones prácticas, es suficiente utilizar el modelo de pistón plano y circular montado en pantalla infinita o pared rígida. Sin embargo, los diafragmas de los altavoces no suelen ser planos y el cálculo de las partes real e imaginaria de la impedancia de radiación sólo es posible aplicando técnicas numéricas. En este trabajo se analiza la variación del rendimiento de un altavoz dinámico de radiación directa corrigiendo el valor de la impedancia de radiación en función del perfil del diafragma utilizando técnicas numéricas de integración. Además, se comparan los resultados obtenidos mediante cálculo con los obtenidos experimentalmente.

VARIATION OF THE EFFICIENCY OF ELECTROMAGNETIC DIRECT-RADIATOR LOUDSPEAKERS BY CORRECT RADIATION IMPEDANCE IN FUNCTION OF PROFILE

Summary

One of the most relevant parameters of a loudspeaker probably is efficiency. It can be defined by the ratio of the radiated acoustic power to the power that the electrical generator supplies, and can be obtained by evaluating the formulae that contain the values of acoustics components of the loudspeaker's equivalent circuit. The first element we will deal with is the impedance of radiation, i.e., a quantitative description of the manner in which the medium reacts against the motion of a vibrating surface. Usually, the model of a plane circular piston mounted on an infinite surface (baffle) is used. Therefore, the profile of diaphragms of loudspeakers is not flat and the determination of the real and imaginary parts of radiation impedance is only possible by using numerical techniques. In this paper, we analyse the variation of the efficiency of electromagnetic direct-radiator loudspeakers by correct radiation impedance in function of the profile of the diaphragm using numerical techniques of integration. To demonstrate the accuracy of the prediction, a comparison between predicted and experimental results is presented.

INTRODUCCIÓN

Uno de los parámetros más característicos de un transductor es su rendimiento.¹ Este parámetro representa el cociente entre la potencia útil radiada por el altavoz y la potencia total consumida por éste, por lo que, cuanto mayor sea, mejor aprovechamiento de la energía consumida por el altavoz. Existen expresiones matemáticas con las que predecir el valor del rendimiento. Estas dependen de distintas características constructivas: resistencia R_E y autoinducción L_E de la bobina móvil, longitud l de la bobina dentro del entrehierro, campo magnético permanente B creado por un imán, masa móvil del diafragma, M_{MD} , deformación mecánica del diafragma, C_{MD} , pérdidas mecánicas R_{MD} y además, la impedancia mecánica de radiación de la membrana Z_{MR} , relacionado con la superficie de la membrana S y a su forma.

En la Figura 1 se muestra un corte transversal del altavoz dinámico.

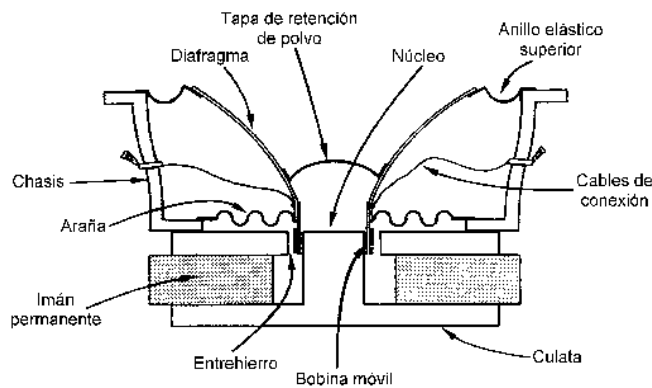


Figura 1. Corte transversal del altavoz dinámico²

Para calcular el rendimiento es necesario conocer el valor de la impedancia de radiación y en muchas aplicaciones éste se obtiene utilizando la simplificación de pistón plano y circular montado en pantalla infinita o pared rígida.

Sin embargo, la mayoría de altavoces tienen membranas no planas, por lo que es necesario realizar una corrección de dicha impedancia. En este trabajo se realiza una corrección del rendimiento para distintos perfiles utilizando métodos como el de Romberg³ para efectuar la integración numérica.

EXPRESIÓN TEÓRICA DEL RENDIMIENTO

El rendimiento del altavoz montado en pantalla infinita se define como el cociente de la potencia radiada por la cara anterior del diafragma y la potencia total activa que entrega la etapa de salida del amplificador. Se puede demostrar que¹

$$\eta (\%) = 100 \frac{(Bl)^2 R_{MR}}{(R_g + R_E) |Z_{MT}|^2 + (Bl)^2 (2R_{MR} + R_{MD})}$$

siendo Z_{MT} (kg/s) la impedancia mecánica total, B (T) el campo magnético permanente creado por el imán en el entrehierro, l (m) la longitud de bobina dentro del entrehierro, R_g (Ω) la resistencia del generador conectado al altavoz, R_E (Ω) la resistencia eléctrica de la

bobina y R_{MD} (kg/s) la resistencia mecánica del diafragma que da cuenta de las pérdidas en el movimiento de los elementos mecánicos.

La impedancia mecánica total se puede obtener como

$$Z_{MT} = Z_{MD} + Z_{MR}$$

donde Z_{MD} (kg/s) representa la impedancia mecánica pura de valor

$$Z_{MD} = R_{MD} + j \left[\omega M_{MD} - \frac{1}{\omega C_{MD}} \right]$$

donde ω (rad/s) es la pulsación, M_{MD} (kg) representa la masa móvil del diafragma y C_{MD} (m/N) la deformación mecánica del diafragma.

Z_{MR} (kg/s) es la impedancia mecánica de radiación

$$Z_{MR} = 2R_{MR} + j2X_{MR} = 2R_{MR} + 2j\omega M_{MR}$$

siendo R_{MR} (kg/s) la resistencia mecánica de radiación y M_{MR} (kg) la masa mecánica de radiación. Normalmente el rendimiento se suministra a la frecuencia estandarizada de 1 kHz.

La respuesta en frecuencia del altavoz dinámico tiene una zona de mucho interés, que se ha marcado en la Figura 2 de un altavoz comercial (Beyma).¹

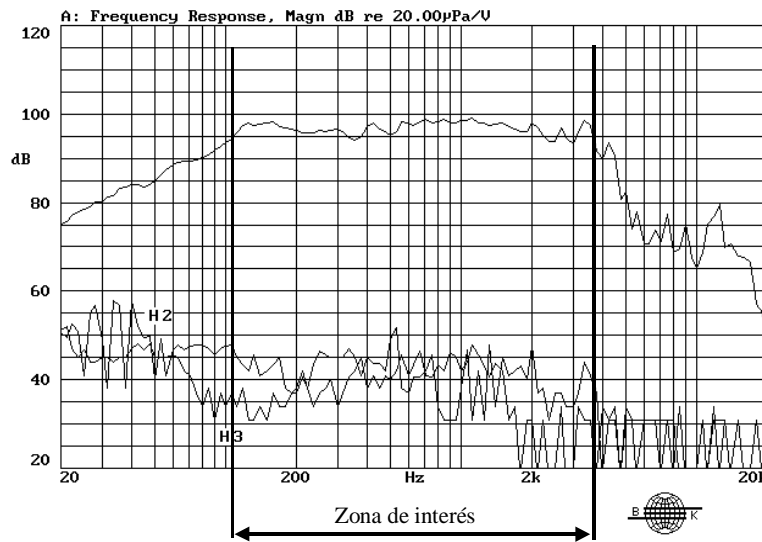


Figura 2. Respuesta en frecuencia del altavoz dinámico

Esta zona señalada en la Figura 2 se suele considerar teóricamente plana, aunque aparecen oscilaciones que se podrían asociar a problemas de distorsión del altavoz y modos propios de vibración de la membrana. La expresión anterior del rendimiento se puede simplificar en esta zona de trabajo del altavoz, suponiendo que el sistema está controlado por masa¹

$$\eta (\%) = 100 \frac{(Bl)^2 R_{MR}}{\omega^2 (R_g + R_E) (M_{MD} + 2M_{MR})^2}$$

Por tanto, para aumentar el rendimiento se puede aumentar la resistencia mecánica de radiación R_{MR} y disminuir la masa mecánica de radiación M_{MR} .

IMPEDANCIA MECÁNICA DE RADIACIÓN EN PARED RÍGIDA

El concepto de impedancia mecánica de radiación está asociado a la fuerza de reacción F_R que ejerce el aire sobre la membrana del altavoz oponiéndose a que la membrana se mueva, respecto a la velocidad con la que se mueve la membrana u . Matemáticamente, suponiendo una dependencia armónica⁴

$$Z_{MR} = \frac{F_R}{u_0 e^{-j\omega t}}$$

La fuerza de reacción depende de la presión que se ejerce sobre la superficie de la membrana⁴

$$F_R = - \int_S \int p dS'$$

Para el caso de que se tome la membrana como un pistón circular plano situado sobre pared rígida que vibra con movimiento armónico, la expresión compleja que permite obtener la presión en cualquier punto del semiespacio donde radia el altavoz es⁴

$$p = -j\rho_0 f u_0 e^{-j\omega t} \int_{\sigma=0}^{\sigma=a} \int_{\Psi=0}^{\Psi=2\pi} \frac{e^{jk\sqrt{r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \sin \theta \cos \Psi}} \sigma d\sigma d\Psi}{\sqrt{r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \sin \theta \cos \Psi}}$$

siendo r la distancia del centro del pistón al punto donde se quiere calcular la presión, σ la distancia desde el centro del pistón al elemento de superficie, θ el ángulo que forma el vector formado por el centro del pistón con el punto de cálculo y el eje Z , Ψ el ángulo que el vector formado por el centro y el punto donde se sitúa el elemento de superficie forma con el eje X , $j = \sqrt{-1}$ el número imaginario, ρ_0 (kg/m³) la densidad del aire, f (Hz) la frecuencia de la onda emitida por la fuente simple, u_0 (m/s) la amplitud de velocidad de la superficie vibrante, c (m/s) la velocidad de propagación de la onda en el aire, a (m) el radio del altavoz, t el tiempo y k (m⁻¹) la constante de onda de valor

$$k = \frac{2\pi f}{c}$$

La expresión anterior sólo tiene solución numérica. En la Figura 3 se han representado todas las variables involucradas en el cálculo.

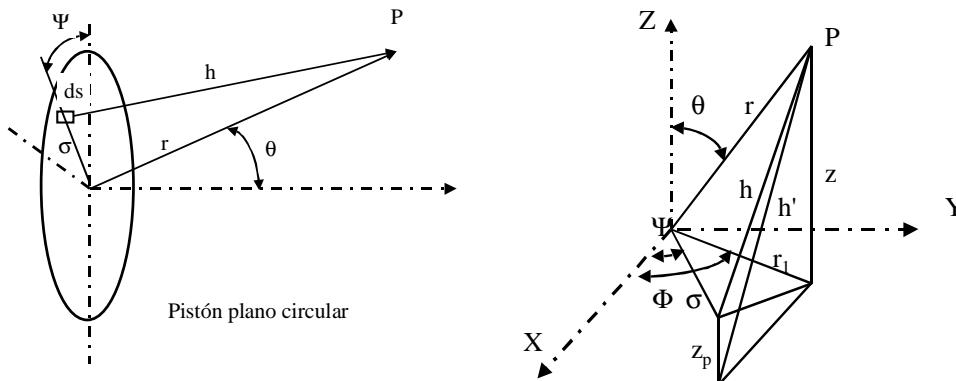


Figura 3. Variables involucradas en el cálculo

Sustituyendo la expresión anterior de la presión en la fuerza de reacción e integrando sobre todos los elementos de superficie se obtiene⁴

$$F_R = j\sigma_0 f u_0 e^{-jkct} \int_{\sigma=0}^{\sigma=a} \sigma d\sigma \int_{\Psi=0}^{\Psi=2\pi} d\Psi \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} d\theta \int_{r=0}^{r=2\sigma \cos \theta} \frac{e^{jk\sqrt{r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \sin \theta \cos \Psi}}}{\sqrt{r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \sin \theta \cos \Psi}} dr$$

De la expresión anterior se puede obtener fácilmente el valor de la impedancia mecánica de radiación⁴

$$Z_{MR} = j\rho_0 f \int_{\sigma=0}^{\sigma=a} \sigma d\sigma \int_{\Psi=0}^{\Psi=2\pi} d\Psi \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} d\theta \int_{r=0}^{r=2\sigma \cos \theta} \frac{e^{jk\sqrt{r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \sin \theta \cos \Psi}}}{\sqrt{r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \sin \theta \cos \Psi}} dr$$

Existe una solución a la relación anterior, que se puede parametrizar en función de ka ¹

$$Z_{MR} = \pi a^2 \rho_0 c \left[1 - \frac{J_1(2ka)}{ka} \right] + j \frac{\pi a^2 \rho_0 c}{2k^2 a^2} K_1(2ka)$$

siendo $J_1(x)$ la función de Bessel de primera especie y orden 1 y $K_1(x)$ la función de Kelvin de orden 1, donde la variable x en nuestro caso es $2ka$. Ambas funciones se pueden obtener mediante los desarrollos en serie siguientes¹

$$K_1(x) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{3^2 5} + \frac{x^7}{3^2 5^2 7} - \dots \right)$$

$$J_1(x) = \frac{x}{2} \left[1 - \frac{1}{2!} \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \frac{1}{2!3!} \left(\frac{x}{2} \right)^4 + \dots \right]$$

En el caso de un pistón circular con un cierto perfil, el valor de la presión es⁵

$$p = -j\rho_0 f u_0 e^{-jkct} \int_{\sigma=0}^{\sigma=a} \int_{\Psi=0}^{\Psi=2\pi} \frac{e^{jkh' \sigma} \sigma d\sigma d\Psi}{h'}$$

donde h' (Figura 3) se puede obtener de la siguiente expresión⁵

$$h'^2 = r^2 + \sigma^2 + z_p^2 - 2r(\sigma \sin \theta \cos \Psi \cos \Phi + \sigma \sin \theta \sin \Psi \sin \Phi + z_p \cos \theta)$$

siendo z_p el valor de la variación en z producido por un perfil determinado. Integrando de nuevo la expresión de la fuerza de reacción y dividiendo por la velocidad, se puede obtener una expresión para la impedancia mecánica de radiación con un cierto perfil

$$Z_{MR} = j\rho_0 f \int_{\sigma=0}^{\sigma=a} \sigma d\sigma \int_{\Psi=0}^{\Psi=2\pi} d\Psi \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} d\theta \int_{r=0}^{r=2\sigma \cos \theta} \frac{e^{jkh' r}}{h'}$$

Claramente, la expresión sólo tiene solución numérica.

PERFILES SIMULADOS

Los perfiles simulados en este trabajo son los que se representan en la Figura 4. Las ecuaciones que dan forma a estos perfiles son:⁵

- Perfil lineal: $z_p = p \frac{x}{a} - p$
- Perfil cuadrático: $z_p = p \left(\frac{x}{a}\right)^2 - p$
- Perfil cúbico: $z_p = p \left(\frac{x}{a}\right)^3 - p$
- Perfil exponencial: $z_p = \frac{p(e^x - e^a)}{e^a - 1}$
- Perfil raíz: $z_p = p \sqrt{\frac{x}{a}} - p$
- Perfil lineal + circular: $z_p = \begin{cases} \sqrt{r^2 - x^2} - p & x < r \\ \frac{p(x-a)}{a-r} & x \geq r \end{cases}$

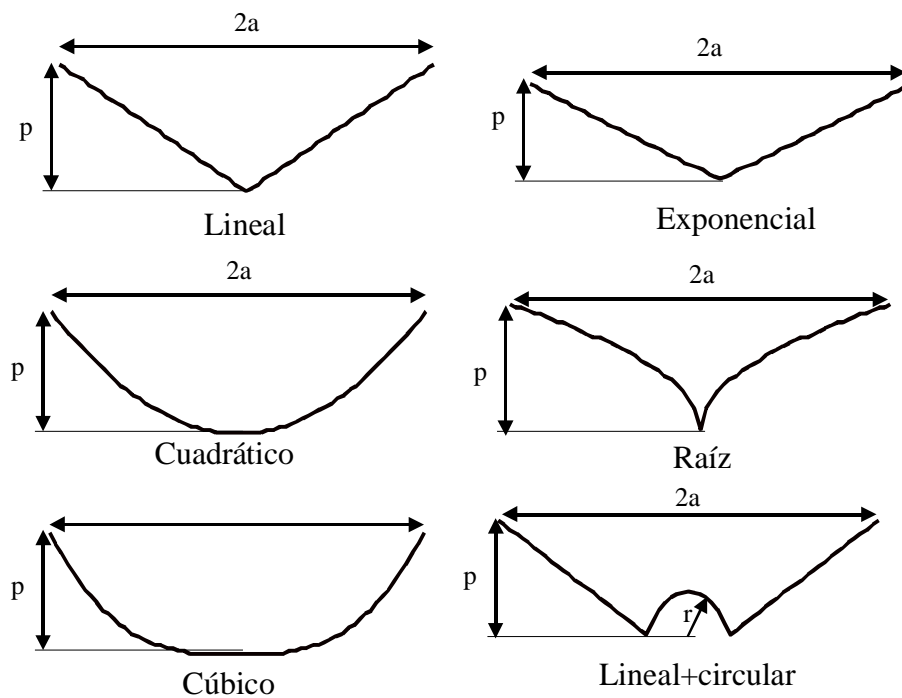


Figura 4. Perfiles simulados

RESULTADOS

Para realizar las simulaciones se han utilizado algoritmos de integración,⁶ programados en Matlab. Para evaluar el valor de Z_{MR} a una frecuencia determinada, se realizan los siguientes pasos:

1. Se definen las constantes de Z_{MR} (ρ_0 , f , k) y los vectores σ , ψ y θ de forma que el número de elementos sea potencia de 2.

2. Se realiza un bucle desde el primer elemento al último de σ . Dentro de este se hace lo mismo con ψ y a su vez dentro de ψ se hace lo mismo con θ .
3. Se integra el término asociado a la exponencial dentro de esos bucles anidados.
4. Una vez se ha realizado la integración de todos los elementos y se ha asegurado que son potencia de 2, se realiza un bucle como en el método de Romberg³ para mejorar el resultado y se multiplican por las constantes, obteniendo Z_{MR} .

La superficie de las distintas membranas se han discretizado radialmente y angularmente en aproximadamente 10 000 puntos. El tiempo de cálculo de la impedancia mecánica de radiación en un Pentium II-333 MHz es de aproximadamente hora y media por valor calculado. Para una malla de 10 000 puntos se calculan aproximadamente 5000 millones de integrales. Todas las impedancias mecánicas de radiación se presentan normalizadas, dividiendo el valor obtenido por el coeficiente $S\rho_0c$, siendo S la superficie del pistón, ρ_0 la densidad del aire y c la velocidad del aire. Se ha de cumplir en todos los casos que si ka tiende a infinito, la parte real de la impedancia mecánica de radiación tiende a la unidad y que la parte imaginaria tiende a cero.¹

En la Figura 5 se representa la impedancia mecánica de radiación normalizada obtenida por integración y se compara con los valores dados por los desarrollos en serie.

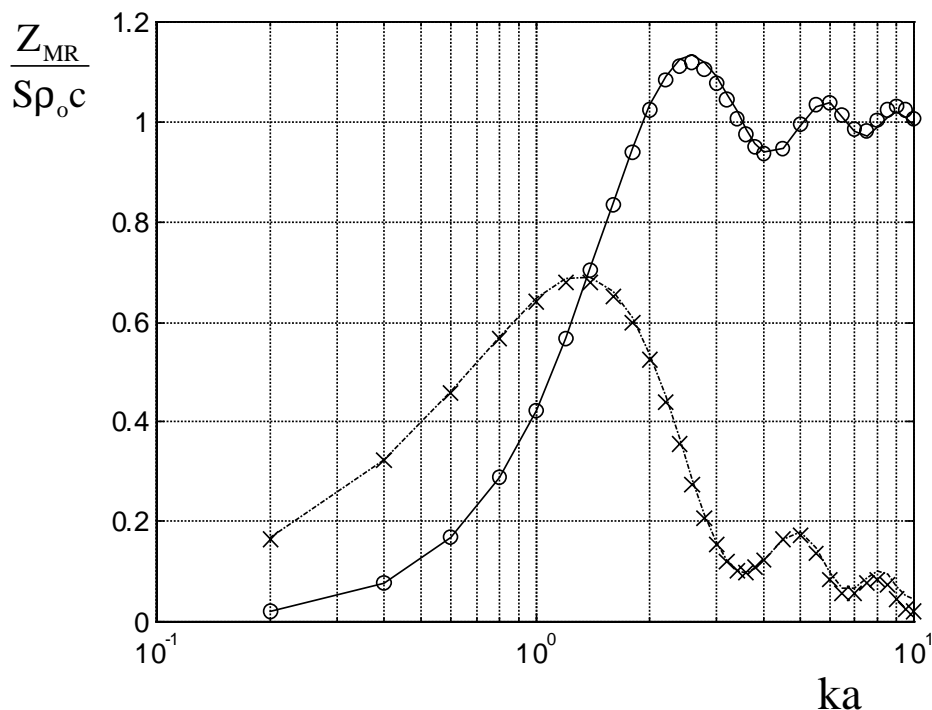


Figura 5. Comparación integración con desarrollo en serie

De la Figura 6 a la 11 se representan las impedancias normalizadas para distintos perfiles, comparada con la impedancia del pistón plano, tomando una profundidad del perfil igual a la mitad del radio. Las gráficas se representan hasta $ka = 10$, ya que no son necesarios valores más altos. Por ejemplo, un altavoz de 21" da un valor de $ka = 4,89$ a 1000 Hz.

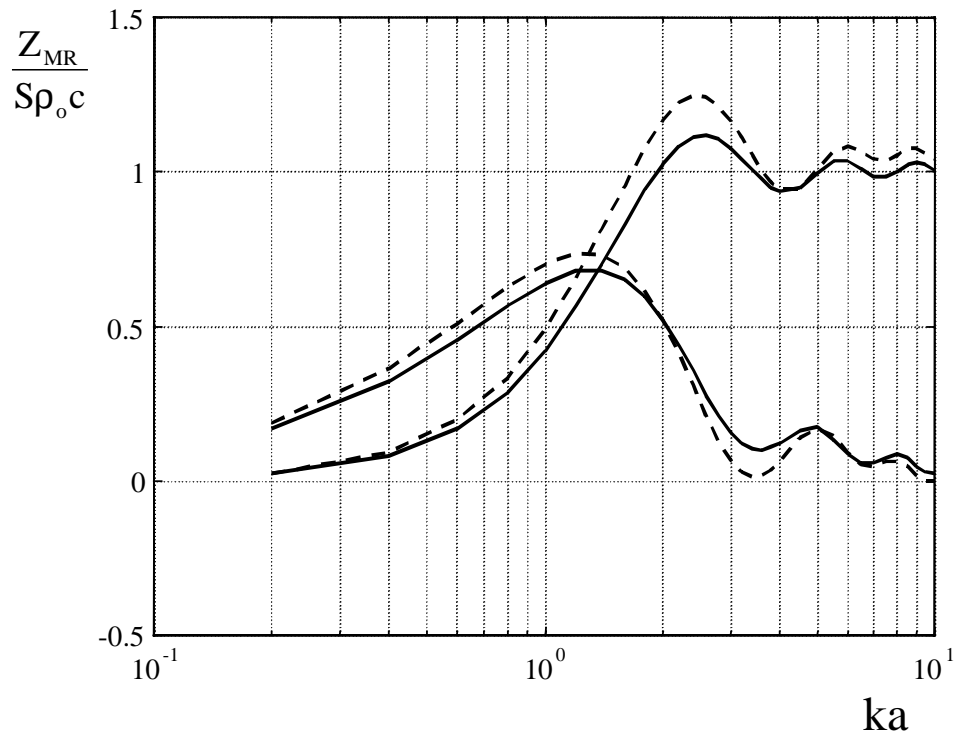


Figura 6. Comparación: pistón (línea continua), perfil lineal (línea discontinua)

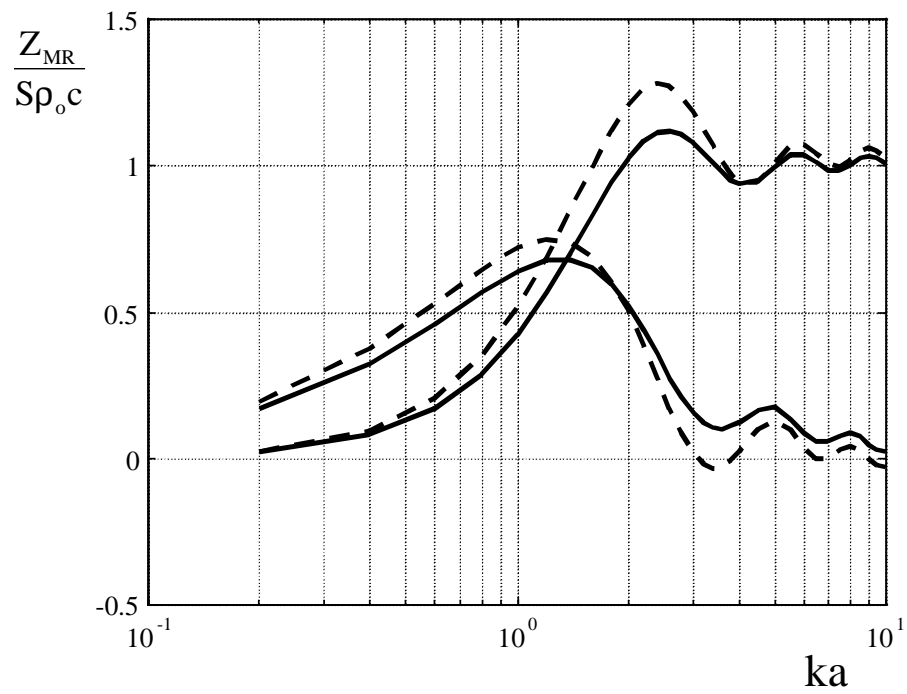


Figura 7. Comparación: pistón (línea continua), perfil cuadrático (línea discontinua)

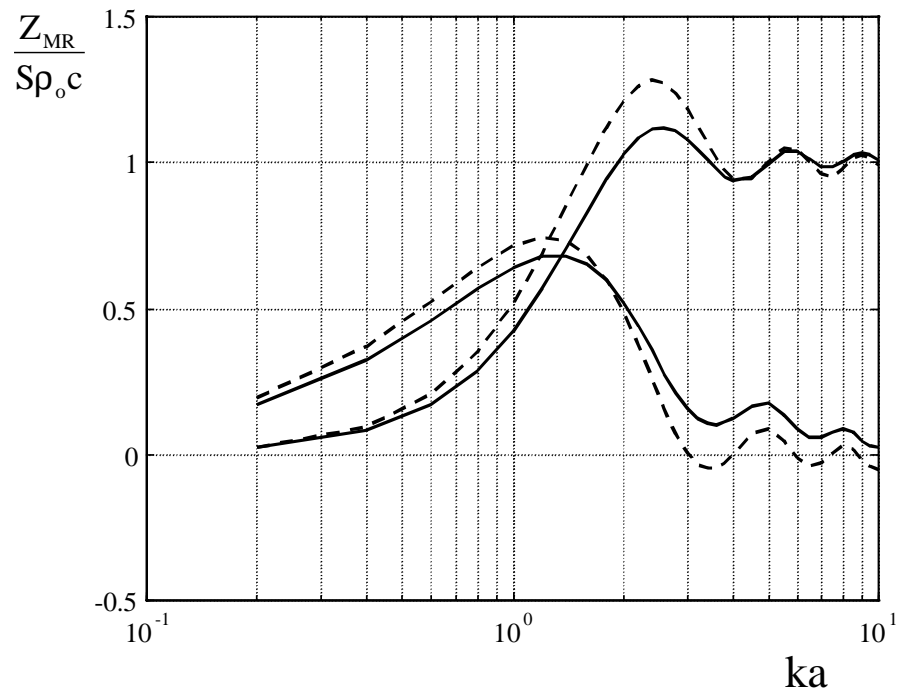


Figura 8. Comparación: pistón (línea continua), perfil cúbico (línea discontinua)

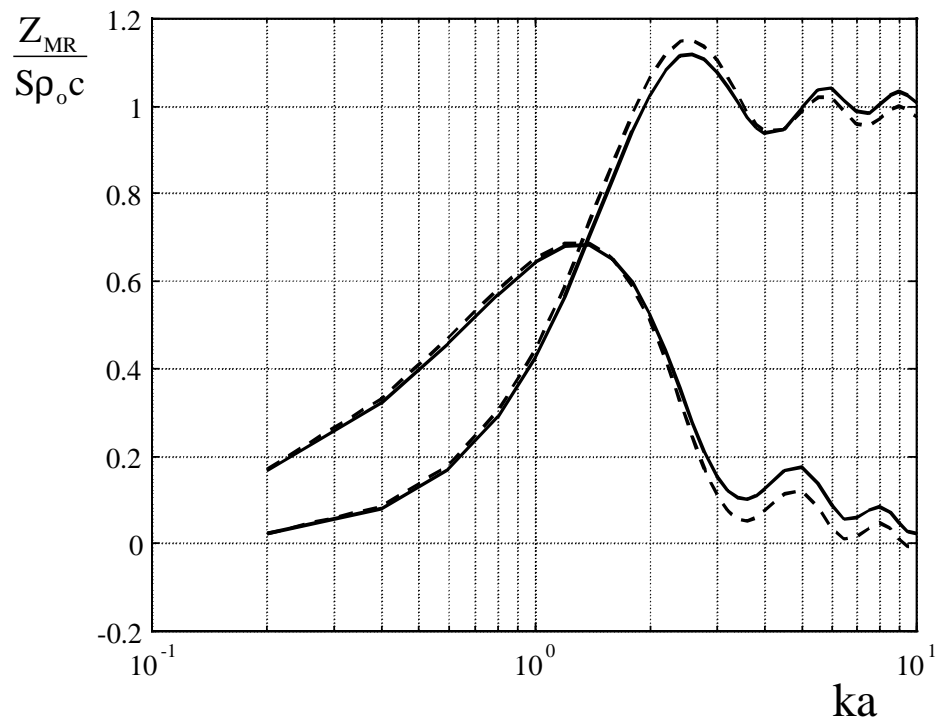


Figura 9. Comparación: pistón (línea continua), perfil exponencial (línea discontinua)

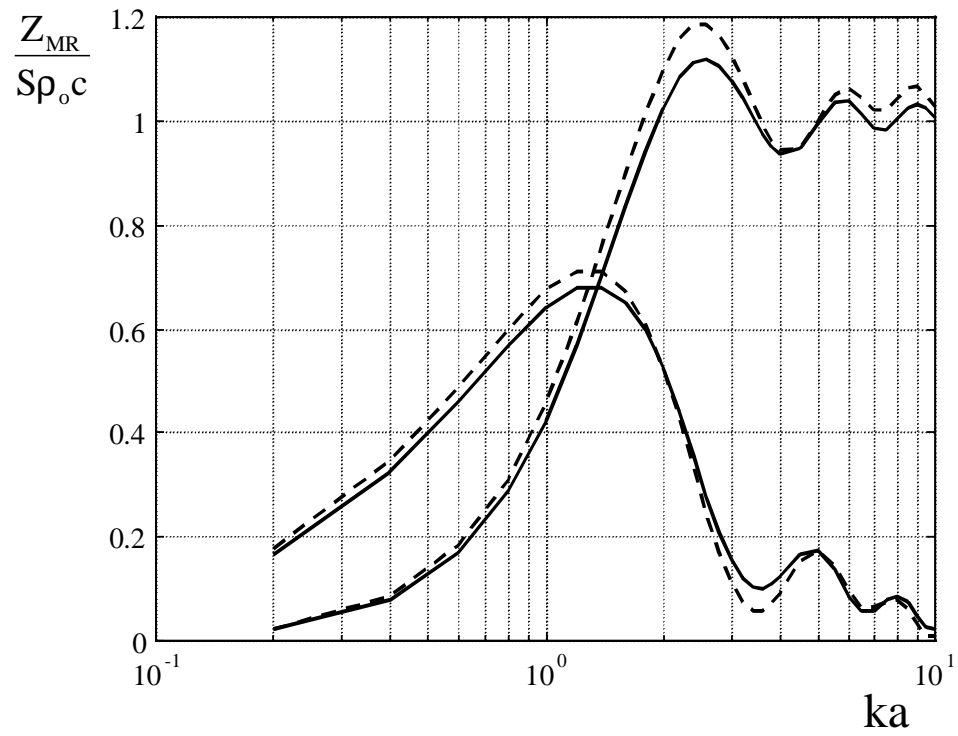


Figura 10. Comparación: pistón (línea continua), perfil raíz (línea discontinua)

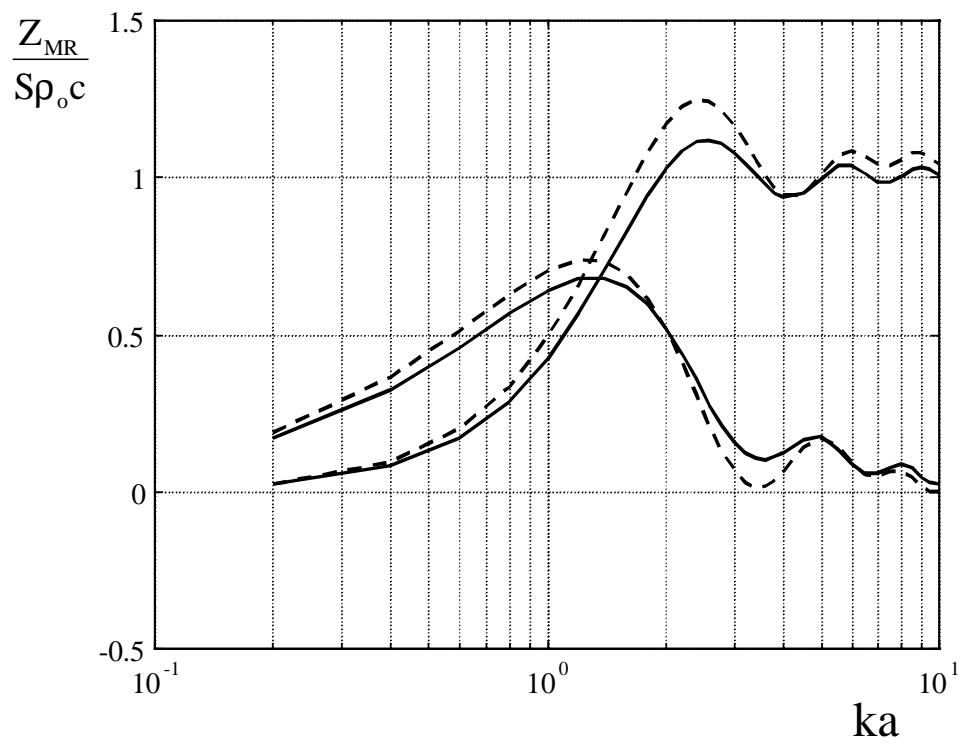


Figura 11. Comparación: pistón (línea continua), perfil circular+lineal (línea discontinua)

En la Tabla I se comparan algunos valores de rendimiento obtenidos a partir de las impedancias calculadas anteriormente con los datos tomados de un catálogo de altavoces de la empresa Acústica Beyma, S.A. En concreto se han obtenido los valores de R_{MR} y M_{MR} y se han sustituido los restantes datos de catálogo (Bl , a , R_E , R_G y M_{MD}) en la expresión simplificada del rendimiento. Los resultados se expresan en el Sistema Internacional de Unidades.

	Bl	a	R_{MR}	M_{MR}	R_E	R_G	M_{MD}	Rendimiento (aprox.)	Rendimiento (fabricante)
8M100	10,50	0,10	14,86	0,0013	7,20	0,1	0,014	2,47	2,50
10B60	10,90	0,13	27,84	0,0013	6,00	0,1	0,044	0,68	0,75
12B70	11,60	0,15	37,01	0,0004	6,00	0,1	0,048	0,90	1,00

Tabla I. Comparativa del rendimiento obtenido numéricamente con el del fabricante

CONCLUSIONES

Se puede observar que mediante integración numérica se pueden obtener valores aproximados de la impedancia mecánica de distintos perfiles. Hay que tener en cuenta que en los perfiles probados siempre se obtienen valores resistivos mayores que los del pistón plano y valores reactivos menores, lo que permitiría establecer un procedimiento para optimizar el rendimiento.

Hay que recordar que el margen de validez está limitado para el caso de membranas, debido a que los puntos de su superficie no vibran con la misma amplitud y fase, pero se consideran válidos mientras se cumpla⁷

$$f < \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}}$$

siendo a el radio de la membrana, E el módulo de Young del material del que está compuesto la membrana, ρ la densidad de la misma y μ su coeficiente de Poisson.⁷

Observando la Tabla I, se puede ver la semejanza existente entre los valores obtenidos por simulación del perfil y los dados por el fabricante. Para valores de $ka > 3$ no es suficiente el muestreo de 10 000 puntos.

REFERENCIAS

- 1 Leo L. Beranek, "Acoustics", Acoustical Society of America, (1996).
- 2 M. Colloms, "High performance loudspeaker", John Wiley & Sons, N.Y., (1997).
- 3 W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling y B.P. Flannery, "Numerical recipes in C", 2ª edición, Cambridge University Press, (1992).
- 4 P.M. Morse, "Vibration and Sound", Acoustical Society of America, 4ª edición, (1991).

- 5 J. Alba y J. Ramis, “Influencia del perfil de los conos para altavoces en la radiación sonora”, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol **16**, N°3, pp. 359–367, (2000).
- 6 G. Lindfield y J. Penny, “*Numerical methods using Matlab*”, Ellis Horwood Limited, (1995).
- 7 M. Recuero, “*Ingeniería Acústica*”, Edición Paraninfo, (1994).