

Análisis tridimensional de elementos de concreto armado mediante la teoría del daño concentrado

María Eugenia Marante

Decanato de Ingeniería
Universidad Centro-Occidental Lisandro Alvarado
Prolongación Avenida “La Salle”, Barquisimeto, Venezuela
e-mail: marante@ing.ula.ve

Julio Flórez-López

Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes
Av. Tulio Fábres Cordero, Mérida 5101, Venezuela
Fax: 58-274-240 28 67
e-mail: iflorez@ing.ula.ve

Resumen

En este artículo se describe el modelaje de elementos de concreto armado sometidos a flexo-compresión biaxial dentro de una nueva teoría de pórticos llamada teoría del daño concentrado. Esta teoría puede ser considerada como una mecánica de la fractura para estructuras porticadas. La teoría del daño concentrado integra conceptos como: rótula plástica, variable de daño (que no es lo mismo que índice de daño), tasa de energía de disipación, hipótesis de equivalencia de deformaciones y teoría convencional de concreto armado. Con el fin de validar el modelo, se presentan algunas simulaciones numéricas de ensayos experimentales descritos en la literatura. En los ensayos, varias columnas construidas en voladizo fueron sometidas a carga axial y a dos acciones laterales. Se pudo observar una buena aproximación entre los resultados experimentales y las simulaciones numéricas correspondientes.

THREE-DIMENSIONAL ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS BY LUMPED DAMAGE MECHANICS

Summary

This paper describes the modeling of the biaxial bending of RC frames within a new framework called lumped damage mechanics (LDM). LDM can be considered as a branch of fracture mechanics for frames structures. LDM integrates concepts such as: plastic hinge, damage variable (that is no the same thing as a damage index), energy release rate, deformation equivalence hypothesis and RC standard theory. In order to validate the model, some numerical simulations of tests reported in the literature are presented. In the tests, columns built as cantilever were subjected to axial load and two lateral actions. A good agreement between test and model can be observed.

INTRODUCCIÓN

En este artículo se presenta un modelo tridimensional que permite representar el proceso de daño estructural en pórticos de concreto armado sometidos a solicitaciones extraordinarias. El modelo está basado en la teoría del daño concentrado que combina métodos de la mecánica de la fractura con el concepto de rótula plástica. Esta teoría ha sido descrita en algunos artículos publicados anteriormente en esta revista.^{1,2,3} Adicionalmente, investigadores de dos universidades europeas^{4,5} han presentado trabajos en el mismo marco conceptual.

La teoría del daño concentrado permite modelar fenómenos como la pérdida de rigidez y de resistencia, efecto Baushinger en pórticos de concreto armado,⁶ y de acero,⁷ estrangulamiento,⁸ fatiga de bajo ciclaje,⁹ daño bajo fuerzas axiales variables¹⁰ y otros.

Sin embargo, todos los trabajos anteriormente mencionados consideraron exclusivamente el caso particular de pórticos planos. Es evidente que el problema real es tridimensional. Las solicitaciones sobre la estructura, sea cual sea su naturaleza generan flexo-compresión biaxial y torsión sobre los elementos resistentes de la estructura. Es por lo tanto evidente la necesidad de realizar un modelado tridimensional para la representación realista del proceso de daño estructural debido a solicitaciones extraordinarias. Este es el propósito de este artículo y de una versión en idioma inglés del mismo.¹¹

En este artículo se demuestra que los conceptos básicos utilizados para el análisis de pórticos planos pueden ser adaptados al caso biaxial. El modelo resultante es conceptualmente sencillo y suficientemente preciso.

Es posible que la manera más directa de analizar una estructura tridimensional sea a través del método de elementos finitos, sin embargo, algunos investigadores han presentado otras propuestas, como por ejemplo Lai y Will¹² que formularon el llamado “modelo de resorte triaxial”, en el cual los miembros se consideran como el ensamblaje de un elemento elástico entre dos conexiones inelásticas. Las conexiones inelásticas consisten en un grupo de resortes efectivos de acero y concreto. Esta es una simplificación del método de elementos finitos en donde el comportamiento de los resortes es representado por una serie de leyes constitutivas uniaxiales. Este modelo permite representar flexión biaxial con degradación de rigidez y carga axial variable.

Takisawa y Aoyama¹³ propusieron un modelo biaxial trilineal. El modelo consiste en dos superficies que representan los criterios de cedencia y de agrietamiento. El uso de dos superficies permiten representar los efectos del endurecimiento isótropo como en la teoría de plasticidad convencional.

El modelo propuesto en este trabajo es radicalmente diferente, ya que incluye conceptos de la mecánica de la fractura. El uso de estos conceptos se justifica, ya que la degradación de rigidez en pórticos se produce principalmente por el agrietamiento del concreto.

TEORÍA DEL DAÑO CONCENTRADO

Esfuerzos y deformaciones generalizadas en teoría del daño concentrado

Considérese un pórtico espacial de concreto armado. Sea m el miembro de la estructura ubicado entre los nodos i y j . Se escogen ejes de referencia de modo que los ejes Y y Z sean los ejes principales de la sección transversal y el eje X coincida con el eje neutro del elemento.

Las deformaciones generalizadas del miembro se pueden definir por la matriz $\Phi^t = (\phi_{iy}, \phi_{jy}, \delta, \phi_{iz}, \phi_{jz}, \phi_x)$. El significado de los elementos de Φ se muestra en la Figura 1.

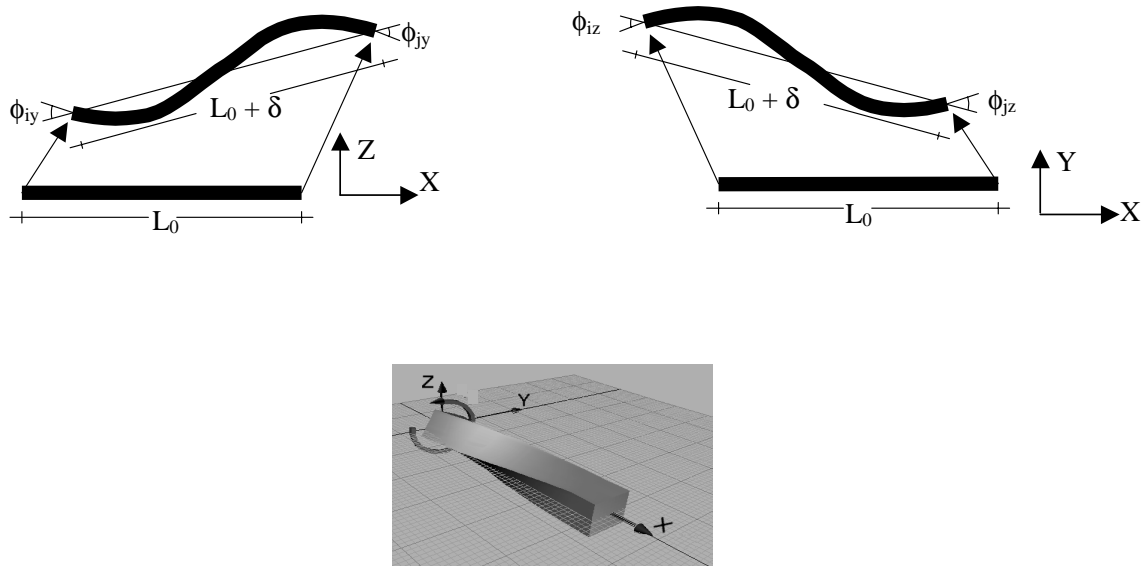


Figura 1. Deformaciones generalizadas de un elemento de pórtico espacial

Como se puede ver en la Figura 1, ϕ_{iy} y ϕ_{jy} representan las rotaciones por flexión de la tangente del miembro con respecto a la cuerda $i - j$ en el plano XZ ; ϕ_{iz} y ϕ_{jz} representan las rotaciones por flexión de la tangente del miembro con respecto a la cuerda $i - j$ en el plano XY ; δ el alargamiento de la cuerda y ϕ_x la rotación torsional.

Si $\Phi = 0$, no hay cambio de forma en el miembro del pórtico y viceversa. En general, en una rotación o desplazamiento de cuerpo rígido, la matriz de deformaciones es nula. La matriz de deformaciones generalizadas es el equivalente del tensor de deformaciones de la mecánica de los medios continuos.

Los esfuerzos generalizados del miembro se indican mediante la matriz $\mathbf{M}^t = (m_{iy}, m_{jy}, n, m_{iz}, m_{jz}, m_x)$. La interpretación de los elementos de \mathbf{M} se muestra en la Figura 2.

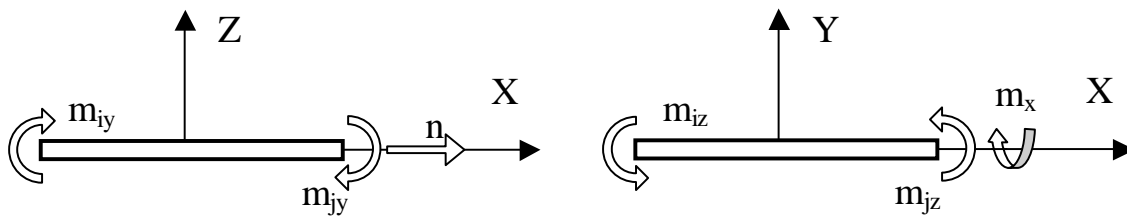


Figura 2. Esfuerzos generalizados en un elemento de pórtico espacial

Como se puede observar en la Figura 2, m_{iy} y m_{jy} representan los momentos a flexión en el plano XZ en los extremos i y j respectivamente, m_{iz} y m_{jz} representan los momentos a flexión en el plano XY en los extremos i y j respectivamente, n es la fuerza axial y m_x es el momento torsional.

Las matrices \mathbf{M} y Φ son conjugadas con respecto al trabajo mecánico en el miembro del pórtico. Puede observarse que \mathbf{M} es el equivalente del tensor de esfuerzos de Cauchy en la mecánica de los medios continuos.

Rotaciones plásticas

El comportamiento inelástico del miembro se describe con ayuda de la representación convencional de inelasticidad concentrada que consiste en suponer que todos los fenómenos inelásticos se concentran en rótulas ubicadas en los extremos i y j del miembro (Figura 3). En este trabajo se desprecian el alargamiento permanente de la cuerda y la rotación torsional plástica. En consecuencia, las deformaciones permanentes se representan mediante la matriz $\Phi_p^t = (\phi_{iy}^p, \phi_{jy}^p, 0, \phi_{iz}^p, \phi_{jz}^p, 0)$ que contiene las rotaciones plásticas de flexión en los extremos i y j y en los planos XZ y XY respectivamente.

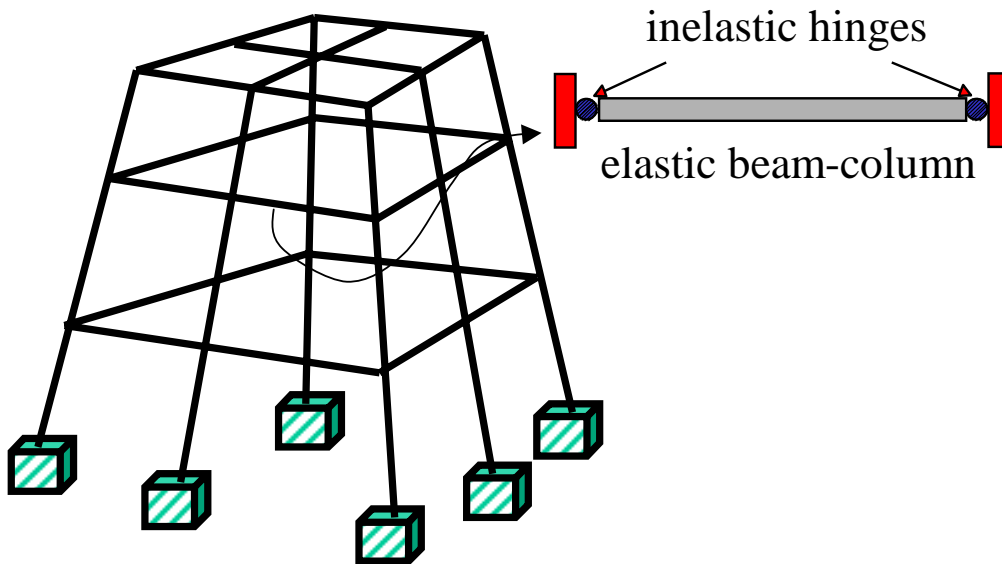


Figura 3. Rótulas inelástica en un miembro de pórtico

Las rotaciones plásticas en los miembros de concreto armado son consecuencia principalmente de la cedencia del acero, mientras que el fenómeno inelástico asociado al agrietamiento del concreto está representado por las variables de daño que serán introducidas en la próxima sección.

VARIABLES DE DAÑO EN LA TEORÍA DEL DAÑO CONCENTRADO

Para caracterizar el daño en estos miembros, se introducen dos grupos de variables internas $D^+ = (d_{iy}^+, d_{jy}^+, d_{iz}^+, d_{jz}^+)$ y $D^- = (d_{iy}^-, d_{jy}^-, d_{iz}^-, d_{jz}^-)$. Estas representan la generalización al caso biaxial del concepto similar propuesto para pórticos planos.^{14,6}

Todos los parámetros pueden tomar valores entre 0 y 1, donde 0 representa una rótula sin daño y 1 una totalmente dañada sin ninguna rigidez como por ejemplo, una rótula interna de pórticos elásticos.

Los parámetros con superíndices + o - representan el daño, es decir, agrietamiento del concreto, producido por momentos positivos o negativos respectivamente (Figura 4). Los parámetros con subíndice iy caracterizan el daño debido a momentos m_{iy} y así sucesivamente.

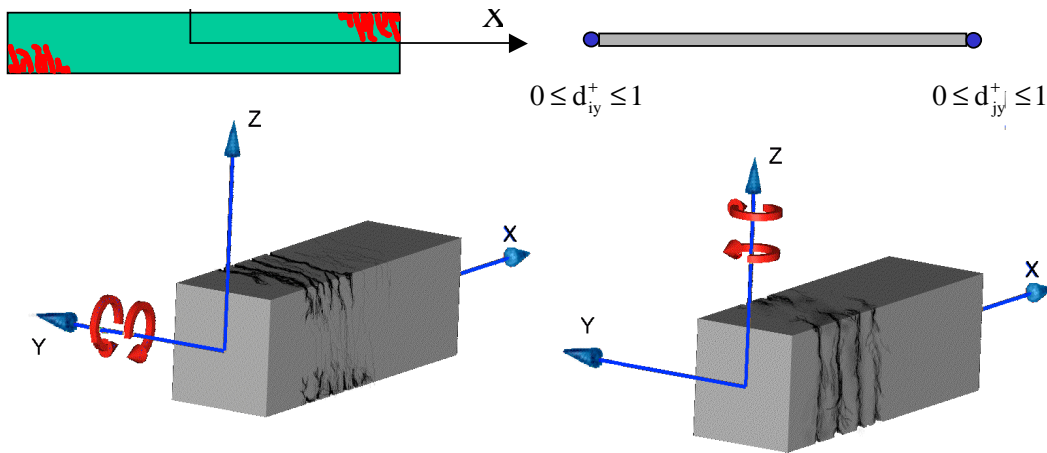


Figura 4. Variables de daño

Matrices de flexibilidad en teoría del daño concentrado

La ley de estado que relaciona los esfuerzos y las deformaciones generalizadas se expresa de la misma manera que en el caso de pórticos planos^{6,15} como

$$\Phi - \Phi_p = \mathbf{F}(\mathbf{D}^+) \langle \mathbf{M} \rangle_+ + \mathbf{F}(\mathbf{D}^-) \langle \mathbf{M} \rangle_- \quad (1)$$

donde \mathbf{F} es la matriz de flexibilidad del miembro y los símbolos $\langle m \rangle_+$ y $\langle m \rangle_-$ son las partes positivas y negativas de la variable m , es decir,

$$\langle m \rangle_+ = \begin{cases} m & \text{si } m \geq 0 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad \langle m \rangle_- = \begin{cases} m & \text{si } m \leq 0 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (2)$$

Como en el caso de pórticos planos¹⁵ la matriz de flexibilidad depende de las variables de daño de la siguiente manera

$$\mathbf{F}(\mathbf{D}) = \mathbf{F}^0 + \mathbf{C}(\mathbf{D}) \quad (3)$$

donde \mathbf{F}^0 es la matriz de flexibilidad para un miembro elástico, como la que se encuentra en los libros de texto de análisis estructural, y $\mathbf{C}(\mathbf{D})$ representa la flexibilidad adicional que resulta del agrietamiento del concreto.

La matriz de flexibilidad de la rótula es diagonal y se obtiene de la generalización del caso de pórticos planos.^{6,15} Sus términos son

$$\begin{aligned} C_{11}^+ &= \frac{d_{iy}^+ F_{11}^0}{1 - d_{iy}^+}; & C_{11}^- &= \frac{d_{iy}^- F_{11}^0}{1 - d_{iy}^-}; & C_{22}^+ &= \frac{d_{jy}^+ F_{22}^0}{1 - d_{jy}^+}; & C_{22}^- &= \frac{d_{jy}^- F_{22}^0}{1 - d_{jy}^-} \\ C_{33}^+ &= C_{33}^- = C_{66}^+ = C_{66}^- = 0 \\ C_{44}^+ &= \frac{d_{iz}^+ F_{44}^0}{1 - d_{iz}^+}; & C_{44}^- &= \frac{d_{iz}^- F_{44}^0}{1 - d_{iz}^-}; & C_{55}^+ &= \frac{d_{jz}^+ F_{55}^0}{1 - d_{jz}^+}; & C_{55}^- &= \frac{d_{jz}^- F_{55}^0}{1 - d_{jz}^-} \end{aligned} \quad (4)$$

Como se puede observar, la flexibilidad de las rótulas aumenta con la evolución del daño. De esta manera se representa la degradación de rigidez debido al agrietamiento del concreto.

La ley de estado (1) y las matrices de flexibilidad no son suficientes para analizar un pórtico, debido a que han sido introducidas variables adicionales (deformaciones plásticas y daño que hasta el momento son desconocidas). Para su determinación deben ser formuladas ecuaciones que describan la evolución de estas variables internas, las cuales serán introducidas en las próximas secciones.

Criterio de Griffith generalizado

Para describir la evolución del daño en las rótulas plásticas en el caso de pórticos planos Cipollina y Flórez-López¹ propusieron una forma generalizada del criterio de Griffith. Esta misma consideración se utilizará para el caso biaxial.

En el caso de un miembro de pórtico, la energía de deformación complementaria puede ser determinada de la ley de estado como:

$$U^* = \frac{1}{2} \langle \mathbf{M} \rangle_+^t \mathbf{F}(\mathbf{D}^+) \langle \mathbf{M} \rangle_+ + \frac{1}{2} \langle \mathbf{M} \rangle_-^t \mathbf{F}(\mathbf{D}^-) \langle \mathbf{M} \rangle_- \quad (5)$$

En el caso de pórticos con inelasticidad concentrada, los parámetros de daño representan, en forma general, el crecimiento de las grietas en el miembro. En consecuencia, se pueden obtener cuatro diferentes tasas de energía de disipación para cada rótula del miembro de pórtico. Por ejemplo, para la rótula “*i*”, las expresiones de la tasas de energía de disipación son

$$\begin{aligned} G_{iy}^+ &= -\frac{\partial U^*}{\partial d_{iy}^+} = \frac{F_{11}^0}{2} \left(\frac{\langle m_{iy} \rangle_+}{1 - d_{iy}^+} \right)^2 & G_{iy}^- &= -\frac{\partial U^*}{\partial d_{iy}^-} = \frac{F_{11}^0}{2} \left(\frac{\langle m_{iy} \rangle_-}{1 - d_{iy}^-} \right)^2 \\ G_{iz}^+ &= -\frac{\partial U^*}{\partial d_{iz}^+} = \frac{F_{44}^0}{2} \left(\frac{\langle m_{iz} \rangle_+}{1 - d_{iz}^+} \right)^2 & G_{iz}^- &= -\frac{\partial U^*}{\partial d_{iz}^-} = \frac{F_{44}^0}{2} \left(\frac{\langle m_{iz} \rangle_-}{1 - d_{iz}^-} \right)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Se ha determinado^{14,10}, que la resistencia al agrietamiento de una rótula inelástica depende de las propiedades de la sección transversal del miembro, del valor de la variable de daño y de la carga axial. En consecuencia, el criterio de Griffith generalizado para la rótula “*i*” puede escribirse como

$$G_{iy}^+ = R(d_{iy}^+, n); \quad G_{iy}^- = R(d_{iy}^-, n); \quad G_{iz}^+ = R(d_{iz}^+, n); \quad G_{iz}^- = R(d_{iz}^-, n) \quad (7)$$

donde la función R representa la resistencia al agrietamiento de una rótula plástica. Como en el caso de la Mecánica de los Medios Continuos, el criterio de Griffith establece que la propagación de una grieta en un plano es posible sólo si la tasa de energía de disipación correspondiente alcanza el valor de la resistencia al agrietamiento

$$\begin{cases} \dot{d}_{iy}^+ = 0 & \text{si } G_{iy}^+ < R(d_{iy}^+, n) \quad \text{o} \quad \dot{G}_{iy}^+ < \dot{R}(d_{iy}^+, n) \\ \dot{d}_{iy}^+ < 0 & \text{si } G_{iy}^+ = R(d_{iy}^+, n) \quad \text{y} \quad \dot{G}_{iy}^+ = \dot{R}(d_{iy}^+, n) \end{cases} \quad (8)$$

donde el punto sobre los términos de daño, de tasas de energía de disipación y resistencia al agrietamiento representan derivadas con respecto al tiempo. Como se puede observar, el valor de las variables de daño sólo puede incrementarse o mantenerse constante.

La forma explícita del término de resistencia al agrietamiento ha sido obtenida en base a resultados experimentales.¹ La dependencia de la función R con la carga axial puede obtenerse siguiendo el procedimiento propuesto en Perdomo *et al.*¹⁰

Como se puede observar en la ec. (7), se ha supuesto que el proceso de daño está desacoplado en las dos direcciones ortogonales. En otras palabras, se ha supuesto que la extensión de las grietas producidas por momentos en el plano XY no tiene influencia en la evolución del daño producido por momentos en el plano XZ y viceversa. Probablemente, esta suposición sólo es aceptable para estados de agrietamiento limitados. Sin embargo, esta es la propuesta más simple para el modelado del daño biaxial y los ejemplos numéricos realizados hasta ahora muestran que la hipótesis del desacoplamiento conduce a resultados razonablemente buenos, aún en casos con niveles de daño relativamente altos. Por lo tanto, no se ha hecho necesaria la formulación de una propuesta más sofisticada que incluya el acoplamiento del daño.

FUNCIÓN DE FLUENCIA

En el caso de pórticos planos,^{6,10} la función de fluencia de una rótula dañada fue obtenida de una perfectamente plástica mediante la consideración de dos conceptos: la idea de endurecimiento cinemático lineal y la hipótesis de equivalencia de deformaciones. El mismo procedimiento puede seguirse en el caso biaxial. La función propuesta por Bresler¹⁶ puede ser utilizada como punto de partida

$$f_i(M) = \left[\max \left(\frac{\langle m_{iy} \rangle_+}{M_{0y}^+(n)}; \frac{\langle -m_{iy} \rangle_+}{M_{0y}^-(n)} \right) \right]^v + \left[\max \left(\frac{\langle m_{iz} \rangle_+}{M_{0z}^+(n)}; \frac{\langle -m_{iz} \rangle_+}{M_{0z}^-(n)} \right) \right]^v - 1 \quad (9)$$

donde $M_{0y}^+(n)$, $M_{0y}^-(n)$, $M_{0z}^+(n)$ y $M_{0z}^-(n)$ son los momentos de cedencia bajo cargas en los planos XZ y XY , positivos y negativos. El parámetro v depende de las propiedades de la sección transversal.

La superficie definida como $f_i = 0$ representa, para el momento y carga axial espacial, la superficie de interacción de la teoría clásica de concreto armado (Figura 5).

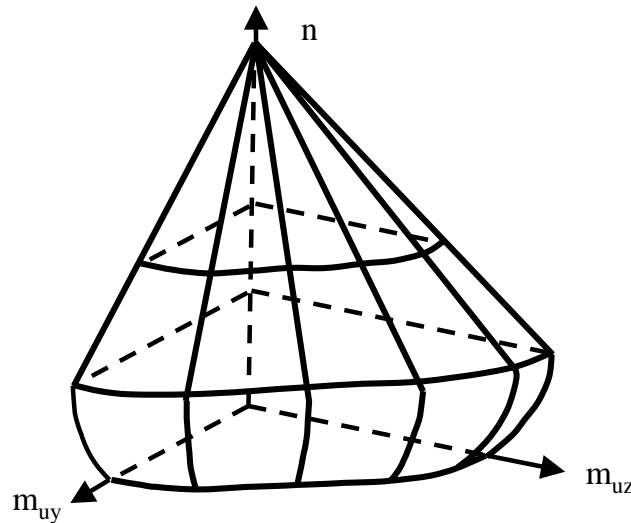


Figura 5. Superficie de interacción

Para describir el desplazamiento de la superficie de interacción se introduce la variable de endurecimiento cinemático \mathbf{X} de la manera siguiente

$$\mathbf{X} = (c_{iy}\phi_{iy}^p, c_{jy}\phi_{jy}^p, 0, c_{iz}\phi_{iz}^p, c_{jz}\phi_{jz}^p, c_x\phi_x^p) \quad (10)$$

donde los términos c_{iy} , c_{jy} , etc. son los parámetros de proporcionalidad que dependen de las propiedades de la sección transversal, del signo del momento y de la fuerza axial. En consecuencia la función de fluencia de una rótula con endurecimiento cinemático, pero sin daño aún, es

$$f_i = \left[\max \left(\frac{1}{M_{0y}^+(n)} \langle m_{iy} - c_y^+(n)\phi_{iy}^p \rangle_+; \frac{1}{M_{0y}^-(n)} \langle -m_{iy} + c_y^-(n)\phi_{iy}^p \rangle_+ \right) \right]^v + \left[\max \left(\frac{1}{M_{0z}^+(n)} \langle m_{iz} - c_z^+(n)\phi_{iz}^p \rangle_+; \frac{1}{M_{0z}^-(n)} \langle -m_{iz} + c_z^-(n)\phi_{iz}^p \rangle_+ \right) \right]^v - 1 \quad (11)$$

La hipótesis de equivalencia de deformaciones establece que el comportamiento de una rótula dañada puede describirse a través de la misma función de fluencia de una intacta, si el momento en la rótula es sustituido por otra variable llamada momento efectivo. Los momentos efectivos en una rótula biaxial pueden ser obtenidos mediante la generalización del caso de pórtico plano^{6,10}

$$\bar{m}_{iy}^+ = \frac{m_{iy}}{1 - d_{iy}^+}; \quad \bar{m}_{iy}^- = \frac{m_{iy}}{1 - d_{iy}^-}; \quad \bar{m}_{iz}^+ = \frac{m_{iz}}{1 - d_{iz}^+}; \quad \bar{m}_{iz}^- = \frac{m_{iz}}{1 - d_{iz}^-} \quad (12)$$

Después de la sustitución de (12) en (11) la función de fluencia de una rótula dañada se obtiene finalmente como

$$f_i = \left[\max \left(\frac{1}{M_{0y}^+(n)} \left\langle \frac{m_{iy}}{1 - d_{iy}^+} - c_y^+(n) \phi_{iy}^p \right\rangle_+; \frac{1}{M_{0y}^-(n)} \left\langle \frac{-m_{iy}}{1 - d_{iy}^-} + c_y^-(n) \phi_{iy}^p \right\rangle_+ \right) \right]^v + \\ + \left[\max \left(\frac{1}{M_{0z}^+(n)} \left\langle \frac{m_{iz}}{1 - d_{iz}^+} - c_z^+(n) \phi_{iz}^p \right\rangle_+; \frac{1}{M_{0z}^-(n)} \left\langle \frac{-m_{iz}}{1 - d_{iz}^-} + c_z^-(n) \phi_{iz}^p \right\rangle_+ \right) \right]^v - 1 \quad (13)$$

Se puede observar que el uso de la hipótesis de equivalencia de deformaciones permite considerar el efecto de la degradación de resistencia, por ejemplo, para valores de daño elevados, momentos flectores pequeños son suficientes para iniciar la fluencia de la rótula.

En el caso particular de una sollicitación monotónica con momentos en un solo plano, por ejemplo, momentos positivos en el plano XZ , la función de fluencia (13) puede ser escrita como

$$f_i = \left\langle \frac{m_{iy}}{1 - d_{iy}^+} - c_y^+(n) \phi_{iy}^p \right\rangle_+ - M_{0y}^+(n) \quad (14)$$

Como se puede observar en este caso, la función de fluencia toma la forma descrita en Perdomo *et al.*¹⁰ La interpretación de los términos $c_y^+(n)$ y $M_{0y}^+(n)$ es, en consecuencia, la misma que la indicada en esa referencia y, más importante, el procedimiento para el cálculo de esos parámetros también es similar. La única diferencia es que ahora, el procedimiento debe ser realizado cuatro veces para la determinación de las constantes $c_y^+(n)$, $M_{0y}^+(n)$, $c_y^-(n)$, $M_{0y}^-(n)$, $c_z^+(n)$, $M_{0z}^+(n)$ y $c_z^-(n)$ y $M_{0z}^-(n)$.

Ley de evolución de las rótulas plásticas

Las leyes de evolución de las rotaciones plásticas pueden ser obtenidas a través de la ley de normalidad. En consecuencia, la ley de evolución de las rotaciones plásticas para la rótula “ i ” es

$$\dot{\phi}_{iy}^p = \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial m_{iy}}; \quad \dot{\phi}_{iz}^p = \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial m_{iz}}; \quad \begin{cases} \dot{\lambda}_i = 0 & \text{si } f_i < 0 \quad \text{o} \quad \dot{f}_i < 0 \\ \dot{\lambda}_i > 0 & \text{si } f_i = 0 \quad \text{o} \quad \dot{f}_i = 0 \end{cases} \quad (15)$$

donde λ_i es el multiplicador plástico de la rótula “ i ”.

La ley de estado (1), el criterio de Griffith generalizado (8) y la ley de evolución de las rotaciones plásticas (15) para las rótulas i y j , constituyen un modelo de daño para miembros de concreto armado sometidos a flexión biaxial.

EJEMPLOS NUMÉRICOS

Ensayos biaxiales realizados por Bousias *et al.*¹⁷

Bousias *et al.*¹⁷ realizaron un programa experimental sobre el comportamiento de miembros de pórticos de concreto armado sometidos a flexión biaxial. Los especímenes consistían en columnas de concreto armado en voladizo empotradas en una fundación fuertemente reforzada. Las columnas fueron sometidas a carga axial y dos acciones laterales. En algunos casos, estas acciones consistieron en fuerzas controladas y en otros en desplazamientos controlados. Los resultados de once de estos ensayos fueron reportados en Bousias *et al.*¹⁷ En la próxima sección se muestran los resultados de simulaciones numéricas¹⁸ de algunos de estos ensayos.

Simulación del ensayo S0

Esta es una prueba cíclica uniaxial convencional bajo carga axial constante. La historia de carga se muestra en la Figura 6a. Como se puede observar, la prueba consiste en tres secuencias de desplazamiento en una sola dirección lateral. Cada secuencia puede ser dividida en ciclos de amplitud creciente y ciclos de amplitud decreciente. Los resultados experimentales registrados durante cada secuencia pueden ser observados en las Figuras 6b, 6d y 6f. Las correspondientes simulaciones se presentan en las Figuras 6c, 6e y 6g. Se hace notoria la gran semejanza entre los ensayos experimentales y la simulación correspondiente. Las simulaciones pueden ser mejoradas mediante la consideración del efecto de fatiga de bajo ciclaje tal como se indica en Thomson *et al.*⁹

La calidad de la simulación depende, como en cualquier modelo, de los parámetros escogidos para la prueba particular en consideración. Como se indicó en las secciones previas, en este modelo estos parámetros son los momentos de agrietamiento, plásticos y últimos, la rigidez del miembro y la rotación plástica última. Todos estos parámetros pueden ser calculados usando la teoría convencional de concreto armado. Sin embargo, en este caso se pudieran esperar errores del 10 al 15 %. En las simulaciones presentadas en la Figura 8, los valores calculados para esos parámetros fueron ajustados tomando en cuenta los resultados experimentales. Esa es la razón por la cual la simulación es tan buena. Los resultados no serían tan aproximados a los experimentales, si los parámetros calculados se hubieran utilizado sin corrección.

Simulación del ensayo S1

En este ensayo se aplican ciclos de desplazamiento uniaxial con incrementos de amplitud lineales, alternados en las dos direcciones transversales como se muestra en la Figura 7a. En la Figura 7b se muestran los lazos histeréticos en ambas direcciones correspondientes al ensayo experimental. Como se puede observar, las curvas histeréticas obtenidas del ensayo experimental en las dos direcciones ortogonales son casi idénticas, lo que confirma la validez de la hipótesis del desacoplamiento del daño. En las Figuras 7c y 7d se ven las curvas obtenidas a través de la simulación numérica.

Simulación del ensayo S3

Esta segunda simulación corresponde a un ensayo combinado: desplazamientos controlados en la dirección *Y* y fuerza controlada en la dirección *Z*. La historia de carga se muestra en la Figura 8a, los resultados experimentales en las Figuras 8b y 8d y las simulaciones en las Figuras 8c y 8e.

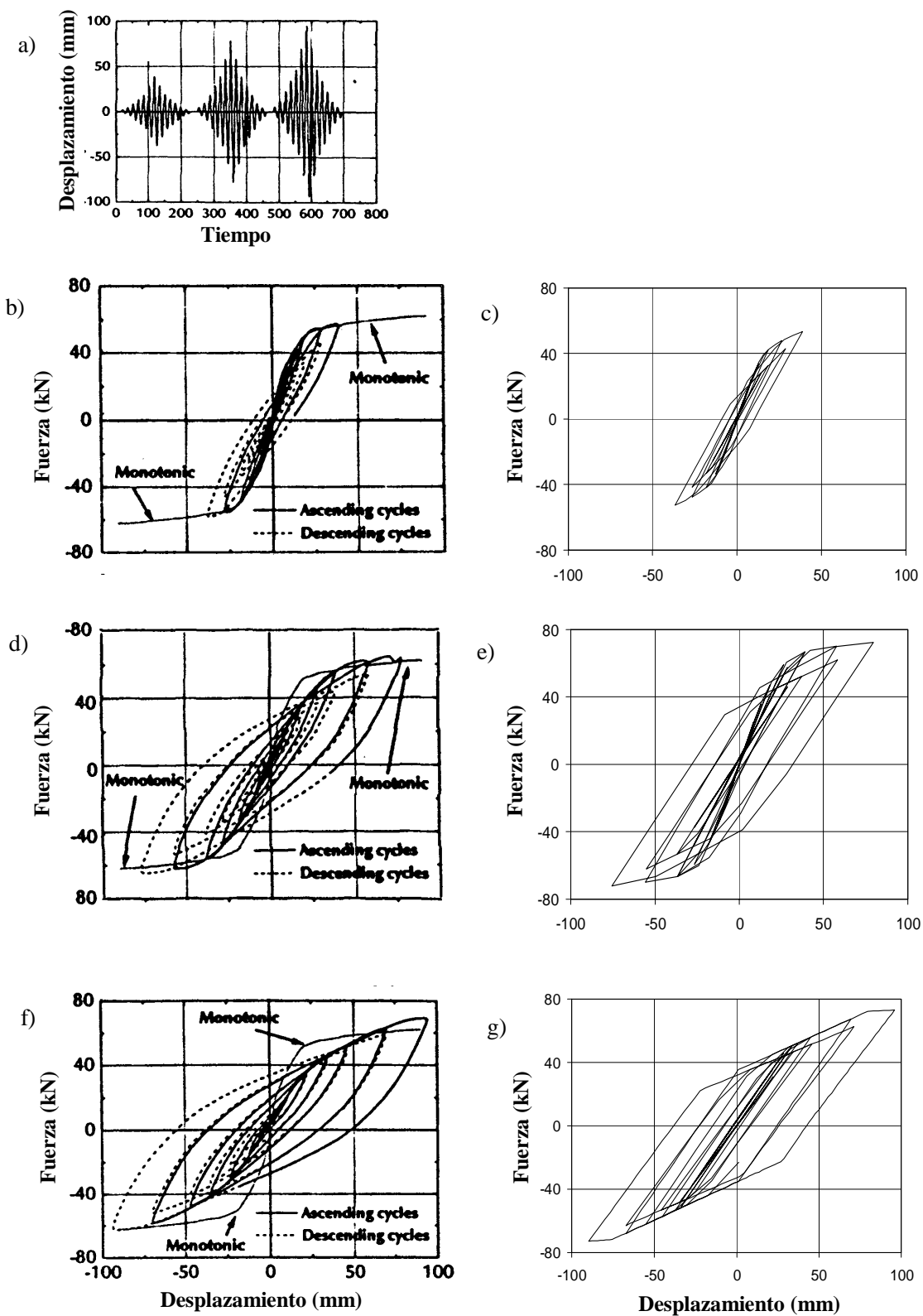


Figura 6. Resultados experimentales del ensayo S0 obtenidos por Bousias *et al.*¹⁷ y correspondiente simulación numérica

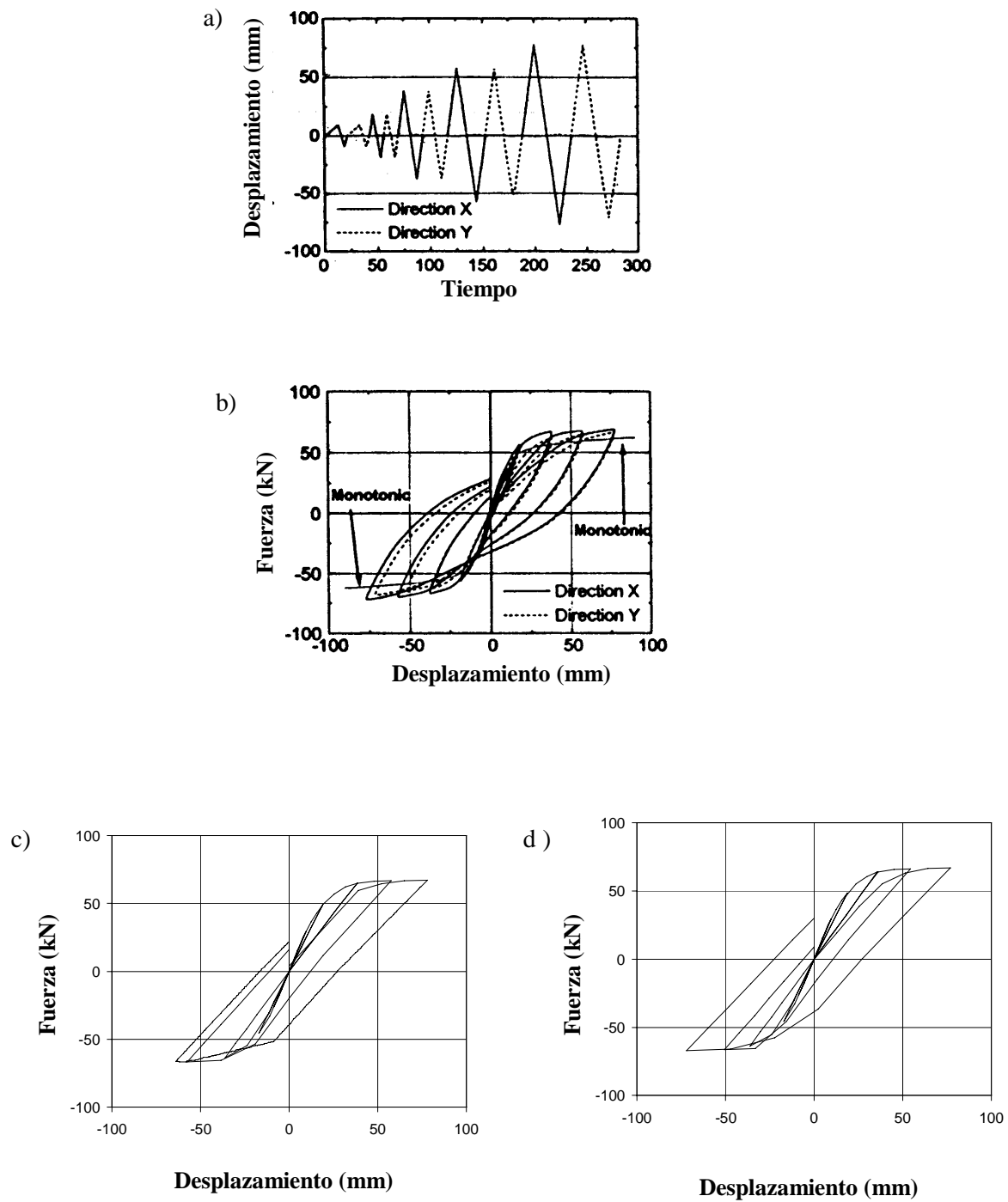


Figura 7. Resultados experimentales del ensayo S1 obtenidos por Bousias *et al.*¹⁷ y correspondiente simulación numérica

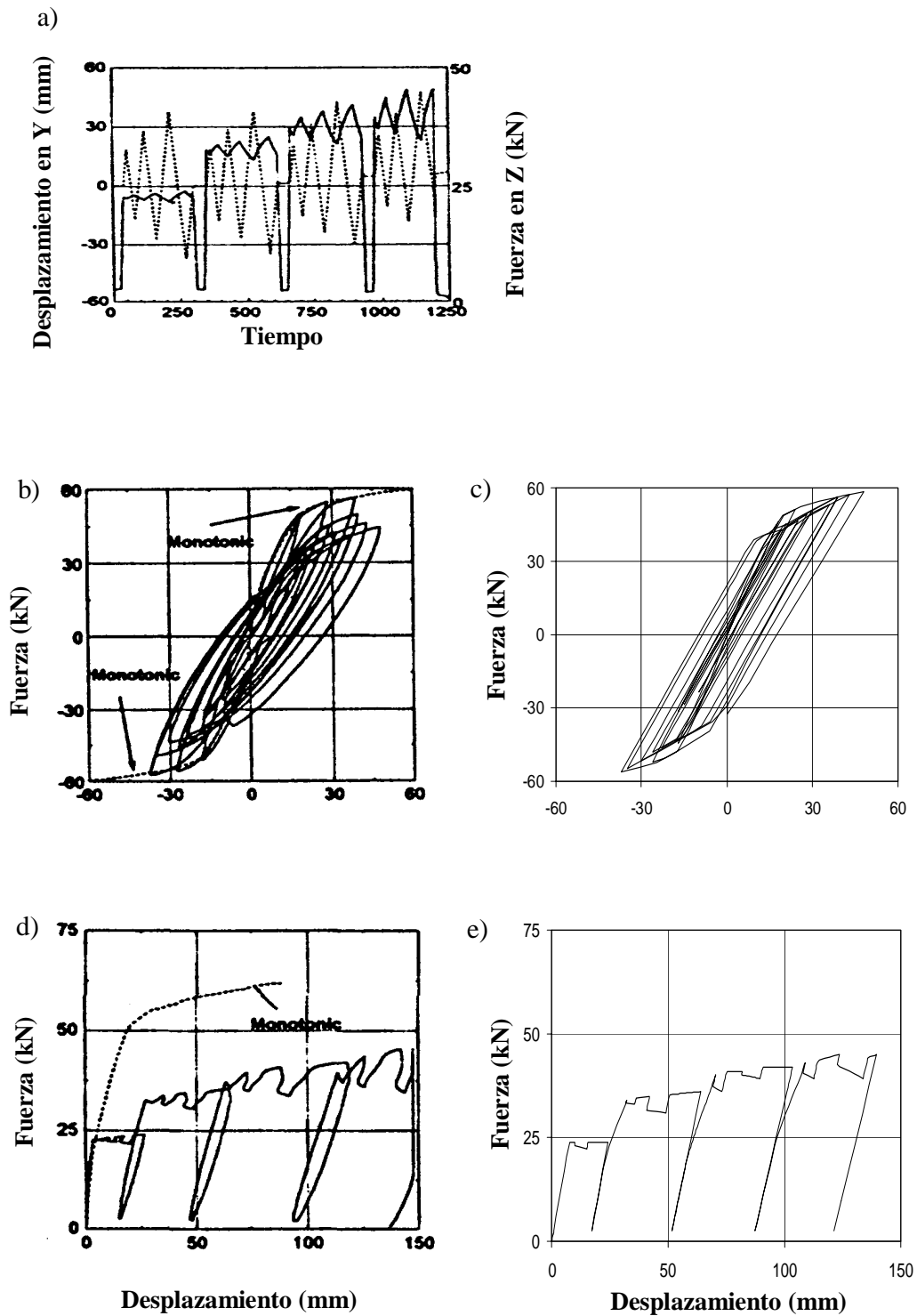


Figura 8. Resultados experimentales del ensayo S3 obtenidos por Bousias *et al.*¹⁷ y correspondiente simulación numérica

Simulación del ensayo S4

Este ensayo es similar al S3 con la diferencia de que la fuerza impuesta en la dirección Z cambia de signo en cada secuencia. La historia de carga se muestra en la Figura 9a, los resultados experimentales en las Figuras 9b y 9d y las simulaciones numéricas en las Figuras 9c y 9e.

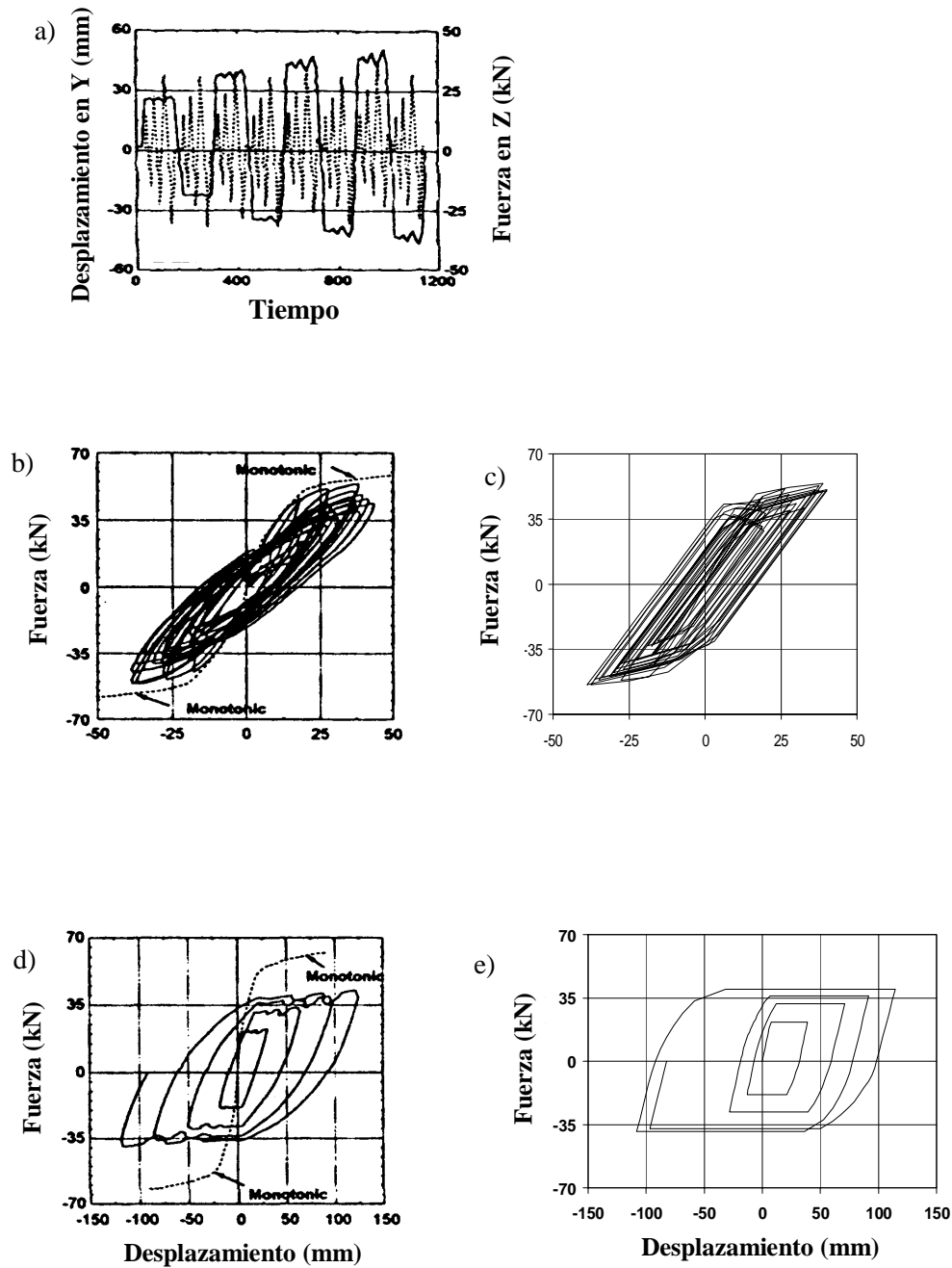


Figura 9. Resultados experimentales del Ensayo S4 obtenidos por Bousias *et al.*¹⁷ y correspondiente simulación numérica

Simulación del ensayo S5

En este ensayo se impusieron desplazamientos biaxiales en forma de mariposa, como se muestra en la Figura 10a. La mitad derecha de la historia de desplazamientos es la imagen en espejo de la mitad izquierda respecto al origen pero es trazada en sentido opuesto (antihorario en el lado derecho y en sentido horario en el lado izquierdo). En las Figuras 10b y 10d se muestran los resultados experimentales y en las Figuras 10c y 10e las correspondientes simulaciones numéricas.

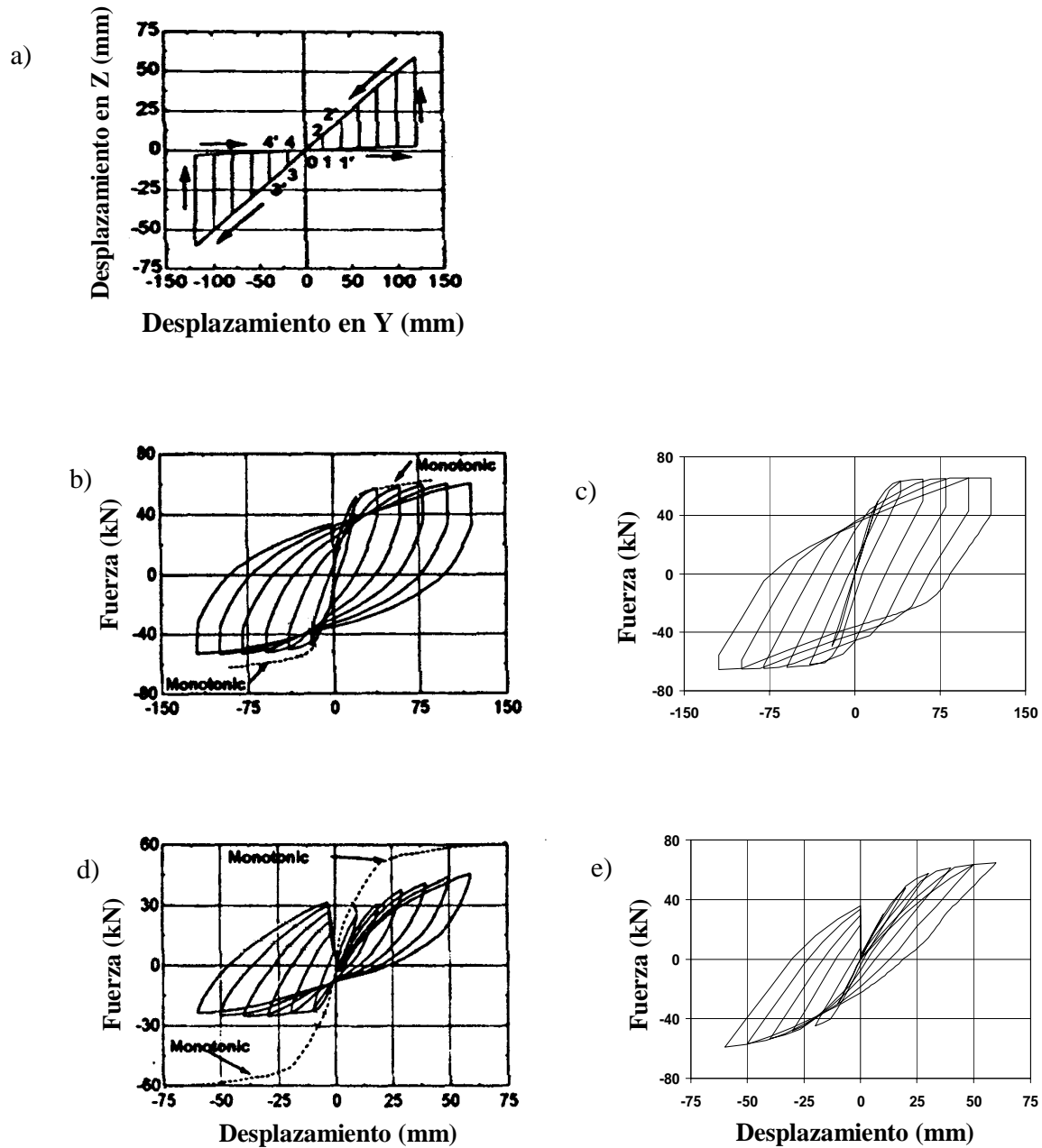


Figura 10. Resultados experimentales del Ensayo S5 obtenidos por Bousias *et al.*¹⁷ y correspondiente simulación numérica

OBSERVACIONES FINALES

Se ha demostrado que la Teoría del Daño Concentrado puede ser usada para describir el comportamiento de miembros de pórticos sometidos a flexo-compresión biaxial.

En la formulación del modelo se supuso que el proceso de daño está desacoplado en las dos direcciones ortogonales. La validez de esta hipótesis puede ser confirmada a través de los resultados experimentales del ensayo S1 realizados por Bousias *et al.*,¹⁷ donde se puede observar que las curvas histeréticas correspondientes a las dos direcciones ortogonales son casi idénticas. La hipótesis de daño desacoplado permite el cálculo de los parámetros del modelo en el caso tridimensional simplemente considerando cuatro solicitaciones monotónicas en la rótula plástica en consideración.

En algunas simulaciones se puede observar, que la pérdida de resistencia en cada ciclo es menor que la que se produce en el ensayo experimental. Esto se debe a que en el ensayo la fuerza axial experimentó cierta variación, que no pudo ser incluida en la simulación debido a falta de información sobre la misma.

El modelo resultante es conceptualmente tan simple como el bidimensional, sin embargo, proporciona resultados adecuados para propósitos ingenieriles.

El objetivo principal del modelo es describir de una forma simple y efectiva el comportamiento de los elementos de concreto armado. Debido a que el agrietamiento del concreto es uno de los fenómenos principales que se produce en los elementos durante la flexión, se han adoptado tanto conceptos de la mecánica de la fractura como de la teoría clásica de concreto armado. Como resultado se requiere y se introduce una variable de daño. Sin embargo, la variable de daño también puede ser usada como un índice de daño y es posible establecer una relación con otro índice de daño actualmente utilizado. Este aspecto de la variable de daño no ha sido discutido en el presente trabajo, pero algunas ideas se pueden encontrar en Alarcón *et al.*¹⁹

AGRADECIMIENTOS

Los resultados presentados en este artículo fueron obtenidos en el curso de una investigación financiada por CONICIT, CDCHT-ULA y CDCHT-UCLA. Los autores agradecen a la ASCE la autorización para reproducir las Figuras 6a, b, d y f; 7a y b; 8a, b y d; 9a, b y d; 10a, b y d.

REFERENCIAS

- 1 A. Cipollina y J. Flórez-López, "Modelos simplificados de daño en pórticos de concreto armado", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. **11**, pp. 3–22, (1995).
- 2 J. Flórez-López, "Modelos de daño concentrado para la simulación del colapso de pórticos planos", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. **9**, N° 9, pp. 143–159, (1993).
- 3 J. Flórez-López, "Un modelo del comportamiento histerético de elementos de hormigón armado basado en la teoría del daño concentrado", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. **112**, N° 4, pp. 411–426, (1996).
- 4 F. Mazza, "Modelli di danneggiamento nell'analisi sismica non lineare di strutture intelaiate in C.A.", Tesis de Doctorado en Mecánica Computacional, Università degli Studi della Calabria Cosenza, Italia.

- 5 R. Perera, A. Carnicero, E. Alarcón y S. Gómez, “A damage model for seismic retrofitting of structures”, *Advances in Civil and Structural Engineering Computing for Practice*, Civil-Comp Press Edinburg, pp. 309–315, (1998).
- 6 J. Flórez-López, “Simplified model of unilateral damage for RC frames”, *J. of Struc. Engng. ASCE*, Vol. **121**, N° 12, pp. 1765–1772, (1995).
- 7 P. Inglessis, G. Gómez, G. Quintero y J. Flórez-López, “Model of damage for steel frame members”, *Engineering Structures*, Vol. **21**, N° 10, pp. 954–964, (1999).
- 8 C. Quintero Febres y J. Flórez López, “Modelado de la degradación de adherencia en elementos de concreto armado sometidos a cargas cíclicas”, Memorias de *Numerical Methods in Engineering and Applied Sciences (CIMENICS 98)*, Puerto Ordaz, Venezuela (1998).
- 9 E. Thomson, A. Bendito y J. Flórez-López, “Simplified model of low cycle fatigue for RC frames”, *Journal of Structural Engineering ASCE*, Vol. **124**, N° 9, pp. 1082–1086, (1998).
- 10 M.-E. Perdomo, A. Ramirez y J. Flórez-Lopez, “Simulation of damage in RC frames with variable axial forces”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. **28**, N° 3, pp. 311–328, (1999).
- 11 M.E. Marante y J. Flórez-López, “Model of damage for RC elements subjected to biaxial bending”, *Engineering Structures*, Vol. **24**, N° 9, pp. 1141–1152, (2002).
- 12 S.-S. Lai y T.G. Will, “R/C space frames with column axial force and biaxial bending moment interaction”, *J. of Struc. Engng. ASCE*, Vol. **112**, N° 7, pp. 1553–1572, (1986).
- 13 H. Takizawa y H. Aoyama, “Biaxial effects in modeling earthquake response of R/C structures”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. **4**, pp. 523–552, (1976).
- 14 A. Cipollina, A. López-Inojosa y J. Flórez-López, “A simplified damage mechanics approach to nonlinear analysis of frames”, *Computers & Structures*, Vol. **54**, N° 6, pp. 1113–1126, (1995).
- 15 J. Flórez-López, “Frame analysis and continuum damage mechanics”, *J. Eur. Mech.*, Vol. **17**, N° 2, pp. 269–284, (1998).
- 16 B. Bresler, “Design criteria for reinforced concrete columns under axial load and biaxial bending”, *J. ACI*, Vol. **57**, (1960).
- 17 S. Bousias, G. Verzeletti, M. Fardis y E. Gutiérrez, “Load-path effects in columns under biaxial bending with axial forces”, *J. Eng. Mech. ASCE*, Vol. **121**, N° 5, pp. 596–605, (1995).
- 18 M.-E. Marante, “Modelo de daños en elementos estructurales de concreto armado sometidos a flexo-compresión biaxial”, Tesis de Maestría en Ingeniería Estructural, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, (1999).
- 19 E. Alarcón, A. Recuero, R. Perera, C. López, J.P. Gutiérrez, A. De Diego, R. Picón y J. Flórez-López, “A reparability index for reinforced concrete members based on fracture mechanics”, *Engineering Structures*, Vol. **23**, N° 6, pp. 687–697, (2001).