

# Desarrollo de parámetros para diseño de componentes y elementos de máquinas ante sollicitaciones dinámicas cíclicas. Comprobación mediante métodos numéricos

Mariano Rodríguez-Avial

ETS Ingenieros Industriales de la UNED  
Apdo. 60 141, 28080 Madrid  
Tel.: 34-91-398 64 52, Fax: 34-91-398 60 46  
e-mail: mrodriguezavial@ind.uned.es

Fernando López y María Jesús García

Escuela de Ingenierías Industriales de Badajoz UEX  
Ctra. de Elvas s/n, Campus Universitario  
06071 Badajoz  
Tel.: 34-924-289 600, Fax: 34-924-289 601  
e-mail: flopez.industrial@dip-badajoz.es

## Resumen

En la investigación realizada se desarrolla un parámetro para diseño y estudio de la fatiga en componentes, introduciendo las deformaciones para recoger el comportamiento cíclico del material durante una parte del inicio y formación de la grieta, además de las componentes de tensión necesarias para evaluar el progreso de la misma.

Todo lo anterior conforma la expresión analítica del parámetro en función de aquellas características, de forma que las constantes del mismo toman diversos valores tabulados que se ponen de manifiesto. La información proporcionada por el mismo puede darse a un calculador de fatiga basado en el método de los elementos finitos, como propiedades del material y características asociadas al componente, con lo que el diseño queda perfectamente identificado con una precisión muy alta.

Los resultados que arroja el parámetro fueron comprobados tras la realización de completas series de ensayos con componentes de unas características ya conocidas.

## PARAMETERS DEVELOPMENT FOR DESIGN OF COMPONENTS AND ELEMENTS OF MACHINES IN VIEW OF CYCLIC DYNAMIC SOLICITATIONS

## Summary

In the present work a parameter for design and study of the fatigue in components is developed, taking in to account both aspects, introducing the deformations to get the cyclic performance of the material during the time of starting and the formation of the cracks, besides the tension components necessities to evaluate the progress of the crack.

All of the previous conform the analytical expression of the parameter as a function of these characteristics, in a form that it's constants take various values as will be shown in tables. The proportional information can give a calculator of fatigue based on the method of finite elements, as properties of the material and characteristics associated to the component, with these, the design is perfectly identified with a very high precision.

The results fling the parameter have been verified after the realization of complete series of experiments with components of known characteristics.

## INTRODUCCIÓN

Según muchos autores, la mayor parte de los fallos de componentes o productos en servicio, en torno al 90 %, son debidos a los efectos provocados por sollicitaciones dinámicas cíclicas, es decir a la fatiga, de aquí la importancia de este fenómeno en el diseño de componentes.

Durante el presente análisis se desarrolla y adapta un parámetro para el diseño y estudio de la fatiga en componentes, haciendo las consideraciones necesarias en base al tipo de esfuerzo, ya sea de flexión y torsión, o de tracción y compresión, en función de los diversos acabados superficiales, tipos y características de entallas, tratamientos y condiciones superficiales, etc.

## PLANTEAMIENTO

Los métodos de predicción de vida, como se ha indicado anteriormente, se apoyan en procedimientos basados, o bien en las tensiones o en las deformaciones. Por lo que respecta a los primeros, no tienen en cuenta la plastificación en entallas y acuerdos, principal factor causante de la fatiga. Los segundos tienen el inconveniente de su aplicación más compleja y sobre todo la dificultad de encontrar las constantes cíclicas de los diferentes materiales.

Por tanto, parece evidente que para conseguir una mayor precisión debe llegarse a una combinación de los mismos y de aquí la necesidad de parámetros que manejen simultáneamente ambos.

Como antecedente relevante, y que nos servirá posteriormente para sacar conclusiones, pondremos de manifiesto el parámetro enunciado por Smith, Watson y Topper en 1970,<sup>1</sup> que sirve para relacionar diversos resultados de ensayos a fatiga para esfuerzos uniaxiales alternantes, considerando distintos niveles de tensión media.

$$P_{swt} = \sqrt{\left(\sigma_{\max} \frac{\Delta\varepsilon}{2} E\right)} \quad (1)$$

Siendo  $\sigma_{\max}$  la tensión máxima, y  $\Delta\varepsilon$  un término que registra la variación de la deformación.

El parámetro  $P_{swt}$  puede considerarse independiente de la tensión media por lo que puede determinarse su valor a partir de las curvas de fatiga bajo carga alterna.

Por tanto para tensión media nula,  $\sigma_{\max} = \frac{\Delta\sigma}{2}$ , se verifica

$$P_{swt} = \sqrt{\frac{\Delta\sigma\Delta\varepsilon}{4} E} = \sigma_f (2N)^{2b} + \varepsilon_f \sigma_f E (2N)^{cc+b} \quad (2)$$

Siendo  $N$  la duración en ciclos,  $\sigma_f$  coeficiente de resistencia a la fatiga,  $\varepsilon_f$  coeficiente de ductilidad a la fatiga y  $c$  y  $b$  constantes propias del material utilizado.

Para factores de entalla altos o para la evaluación de la vida remanente de un componente en presencia de grietas de magnitud conocida, se abandona el campo elástico entrando en el elastoplástico. Para el estudio y análisis del comportamiento del material en esta fase se hace imprescindible el empleo de la integral  $J$  desarrollada por Rice.<sup>2</sup>

La progresión de la grieta puede quedar definida por una expresión como la (3)

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta J)^f \quad (3)$$

on  $B$  y  $f$  constantes características del material.

Planteando la ecuación, despejando  $N$  e integrando se llega a la expresión

$$\Delta W_I + K \Delta W_{III} = C(2N)^m = W_{po} \quad (4)$$

Siendo  $W_{po}$  la energía total ponderada,  $C$ ,  $m$  y  $K$  tres parámetros que se definen y dependen de la geometría de la grieta, de velocidades de propagación y de crecimiento y  $\Delta W_I$  y  $\Delta W_{III}$  las energías totales asociadas a cada modo de fractura ya sea de abertura o ralladura.

Al introducir en la expresión  $\sigma$ ,  $\varepsilon$ , y  $\gamma$ , tensiones y deformaciones actuantes en el plano de la grieta y agrupando términos, se tiene

$$W_{po} = (\Delta\sigma\Delta\varepsilon + K\Delta\tau\Delta\gamma) - \left( \frac{1}{2}(\Delta\sigma\Delta\varepsilon_e + K\Delta\tau\Delta\gamma_e) \right) \quad (5)$$

Si de forma convencional se prescinde de la orientación de la grieta, tomando como componentes de tensión y deformación las correspondientes a unos ejes de referencia fijos al material, prescindiendo de términos, la expresión anterior podría aproximarse en función de las características cíclicas como

$$P_l = \Delta\sigma_x\Delta\varepsilon_x + K\Delta\tau_{xy}\Delta\gamma_{xy} = 4\frac{\sigma_f^2}{E}(2N)^{2b} + 4\varepsilon_f\sigma_f(2N)^{c+b} \quad (6)$$

En donde se ha designado como  $P_l$  la parte de  $W_{po}$  en donde intervienen componentes de tensiones y deformaciones axiales, siendo  $K$  una función del número de ciclos a inicio de la grieta y queda definido por los ensayos a fatiga a tracción-compresión  $t-c$  y torsión  $tor$  como cociente

$$K = \frac{(\Delta\sigma_x\Delta\varepsilon_x)_{t-c}}{\Delta\tau_{xy}\Delta\gamma_{xy}tor} \quad (7)$$

$\gamma$

En el caso de tensión plana y a fin de utilizar los datos disponibles y no depender tanto de ensayos se puede suponer que  $K$  es constante e igual a la unidad o lo que es lo mismo que el material es isótropo al inicio de la grieta y si además se trabaja en el caso uniaxial, desapareciendo tensiones y deformaciones normales en el otro eje y cortantes, el parámetro queda definitivamente configurado como

$$P_l = \Delta\sigma_x\Delta\varepsilon_x = 4\frac{\sigma_f^2}{E}(2N)^{2b} + 4\varepsilon_f\sigma_f(2N)^{c+b} \quad (8)$$

Que como podemos comprobar no se trata más que otra forma de expresión del parámetro de Smith, Watson y Topper.

La deducción de  $Pswt$  se realizó para flexión y torsión combinadas.<sup>1</sup> No olvidemos que al llevarlo al caso uniaxial, se abandona la torsión pero es válido para flexión. Por tanto, para su utilización en tracción-compresión, que es la línea que se aborda en el estudio, se debe emplear un factor que lo haga utilizable y que en adelante denominaremos factor de forma. Por otro lado, para que los resultados sean comparables, es necesario aplicarlo a elementos y probetas con un acabado superficial de pulido que era el que se consideró para la deducción del mismo. Hay que introducir un factor de superficie que lo haga válido para otros tipos de acabado.

El paso siguiente era determinar donde se debían hacer intervenir los factores que cambiaran los planteamientos iniciales del parámetro, de forma que reflejasen las alternativas y las modificaciones que podían efectuarse en la etapa de diseño. Analizando los términos constitutivos del mismo, se decidió que afectasen a las constantes monotónicas o cíclicas del

material, que son las que van a responder ante las sollicitaciones dinámicas y por supuesto con las que se define el estado elástico. Todo ello se comprobó posteriormente con los adecuados ensayos.

Así las constantes se definieron de la forma siguiente:

$\sigma_f^*$  es el coeficiente de ductilidad a la fatiga considerando la forma de trabajo del componente y las características del acabado superficial. Es la deformación real en una inversión de esfuerzos. Se puede expresar

$$\sigma_f^* = c_1 c_2 c_3 S_R + 35 \quad (\text{unidades en kg/mm}^2) \quad (9)$$

En donde  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$  son los factores de acabado superficial, tamaño y riesgos diversos, sirviendo este último para poner de manifiesto otro tipo de estados que también pueden influir en la resistencia a la fatiga y  $S_R$  la tensión de rotura del material.

$b^*$  es el exponente de resistencia a la fatiga dependiendo del tipo de sollicitaciones y del acabado superficial y es la pendiente de la gráfica de deformación elástica. Se puede expresar de la siguiente forma

$$b^* = -\frac{1}{6} \log \left( \frac{2\sigma_f}{= c_1 c_2 c_3 S_R} \right) \quad (10)$$

Esto supone que la definición real del parámetro debe hacerse teniendo en cuenta las características de los esfuerzos cíclicos (factor de forma), el acabado superficial (factor de acabado superficial) y otros factores cuya sensibilidad se quiere estudiar (factor de riesgos diversos), por lo que el parámetro queda configurado

$$P_l = \Delta\sigma_x \Delta\varepsilon_x = 4 \frac{\sigma_f^{*2}}{E} (2N)^{2b^*} + 4\varepsilon_f \sigma_f^* (2N)^{c+b^*} \quad (11)$$

Con los valores indicados para  $\sigma_f^*$  y  $b^*$ , el resto de constantes pueden tomarse

$$c = -0,55$$

$$\varepsilon_f = \ln \left( \frac{100}{100 - \%R_a} \right) \quad (12)$$

siendo  $R_a$  el % de estricción del material empleado.

En el caso de entallas o acuerdos, el factor de entalla a fatiga  $K_f$  debe actuar como un reductor de la resistencia a la fatiga, por lo que afectará a las constantes en el sentido inverso a los anteriores. Así haciendo  $c_4 = K_f$

$$\sigma_f^* = \frac{c_1 c_2 c_3}{c_4} S_R + 35 \quad (13)$$

$$b_f^* = -\frac{1}{6} \log \left( \frac{2\sigma_f^* c_4}{= c_1 c_2 c_3 S_R} \right) \quad (14)$$

siendo  $c_4$  el factor de entalla a fatiga.

Estudiemos a continuación los valores que pueden tomar los coeficientes considerados. Se ha partido de componentes perfectamente pulidos en dirección axial sin ralladuras circunferenciales. Cualquier otro tratamiento menos cuidadoso, puede escogerse y caracterizarse a partir de las gráficas de las Figuras 1 y 2, obtenidas de determinadas investigaciones,<sup>3</sup> de forma que  $c_1$  se obtiene en función del tipo de acabado y de la carga de rotura del acero.

**Figura 1.** Intervalos de índices de rugosidad o aspereza superficial

Por lo que respecta al factor tamaño hay que considerar dos aspectos, cada uno de los cuales generará un coeficiente cuyo producto determinará el valor de  $c_2$ . El primero es el relativo al tamaño del componente. Todos los ensayos y consideraciones se han efectuado con probetas o componentes de diámetros inferiores a 8 mm. Cualquier modificación de estos valores se puede corregir utilizando las siguientes expresiones<sup>4</sup>

$$c_2 = 1 \quad \phi < 8 \text{ mm} \quad c_2 = 1,189d^{-0,097} \quad 8 \text{ mm} < \phi < 250 \text{ mm} \quad (15)$$

**Figura 2.** Gráfica del factor de superficie en función de la rugosidad  $R_a$

Al mismo tiempo ha quedado claro que el parámetro se dedujo para el caso de flexión rotatoria. Para otro tipo de esfuerzos tal como los que se van a utilizar (tracción-compresión alternante), Forrest<sup>5</sup> y otros autores proponen que  $c_2$  tome el valor de 0,78 para aceros de resistencia media o alta y 0,80 para los de más baja resistencia. El valor total de  $c_2$  se obtendrá, como producto de los dos anteriores.

**Figura 3.** Factores de concentración de tensiones

**Figura 4.** Factores de sensibilidad a las entallas

Por último existen otra serie de factores que conforman el valor de  $c_3$ . La alta temperatura, los recubrimientos y metalizados, tratamientos mecánicos como el batido con perdigones o el granallado, la corrosión por frotamiento y las tensiones residuales y de montaje aumentan o disminuyen la resistencia a la fatiga, debiendo utilizarse factores de 0,85 ó 0,9, con un estudio detallado en cada caso. Cuando no se tenga constancia de la existencia de estas acciones se deberá tomar  $c_3 = 1$ .

Por lo que respecta a  $c_4$ , factor de entalla a fatiga, puede obtenerse por aplicación de la siguiente expresión

$$c_4 = K_f = 1 + q(K_t - 1) \quad (16)$$

donde  $K_t$ , es el factor de entalla o factor de concentración de tensiones, obtenido de forma experimental y recopilados por muchos autores,<sup>6</sup> mostrándose en la Figura 3 los de las tablas de S. Timoshenko.<sup>7</sup>  $q$  es el factor de sensibilidad a la entalla y representa la forma en la que el material sometido a esfuerzos alternantes, es afectado por los esfuerzos que provoca la concentración de tensiones existente como consecuencia de la entalla. Este factor también se encuentra tabulado y en la Figura 4 se recogen valores en función de radio de la entalla y de la resistencia a tracción de los aceros.<sup>8</sup>

En la presente investigación y tomando como base la experimental, se hicieron un numero considerable de ensayos con probetas análogas a las que posteriormente se ensayarán, llegando a las conclusiones que se ofrecen en la Tabla I obtenida experimentalmente.

Características del material	Resistencia a la tracción	Factor de sensibilidad $q$
Recocido o normalizado	$> 5000 \text{ kg/cm}^2$	0,75–0,8
Recocido o normalizado	5000–6500 $\text{kg/cm}^2$	0,8–0,9
Recocido o normalizado	6500–8000 $\text{kg/cm}^2$	0,9–1
Deformación plástica en frío	5000–7000 $\text{kg/cm}^2$	0,8

**Tabla I.** Factores de sensibilidad a la entalla obtenidos experimentalmente

## RESULTADOS

Para comprobar la validez del parámetro, se hicieron series de ensayos, utilizándose dos tipos de acero, un F-111 (denominación UNE) en dos variedades, recocido con tratamiento térmico al aire a 900/940 °C y tras un proceso de estirado y deformación en frío y un F-154, siendo la forma geométrica de las probetas las siguientes:

**Figura 5.** Probetas para ensayos a fatiga

Por poner un ejemplo en cuanto a los valores que arroja el parámetro, para el F-111 sin acuerdo, los valores de las constantes del parámetro para una tensión cíclica alternante de 2000  $\text{kg/cm}^2$  serán

$$c = -0,55 \quad (\text{comprendido entre } -0,5 \text{ a } -0,7)$$

$$\varepsilon_f = \ln(100/50) = 0,693$$

El valor de  $c_1$  sería de 1 de acuerdo con las gráficas de la Figura 2 y 3, ya que la resistencia a la tracción del acero F-111 es de 4800  $\text{kg/cm}^2$ .

Por lo que respecta a  $c_2$ , no influye el tamaño efectivo, ya que de acuerdo con las expresiones (27),  $\varphi < 8 \text{ mm}$ , y por tanto  $c_2 = 1$ . En relación con el tipo de esfuerzo y dado que se trata de acero de baja resistencia sometido a esfuerzos de tracción/compresión alternante, de acuerdo con las precisiones anteriores se tomará un valor para  $c_2 = 0,8$ .

Al no existir otro tipo de esfuerzos o acciones definidas  $c_3 = 1$  y ensayando con probetas sin entalla  $c_4 = 1$ .

Para estos valores y tras resolver las ecuación (8) y (11), se obtiene  $N = 795000$  ciclos con valores del parámetro de 6,4.

Para una tensión alternante de 2000  $\text{kg/cm}^2$ , la duración del componente tras los ensayos fue de  $N = 790000$  ciclos para probetas sin entalla, valores que se consideran muy similares.

Para el mismo material y una tensión alternante de  $2500 \text{ kg/cm}^2$ , el parámetro tomará un valor de 10, lo que supone una duración de  $N = 220000$  ciclos frente a  $N = 200000$  ciclos que se obtienen en los ensayos, resultados que son muy similares.

El resumen de los ensayos para probetas con y sin acuerdos, comparado con los resultados que se obtienen utilizando el parámetro se reflejan en la Tabla II, en donde se comprueba que los resultados son parecidos. La representación gráfica del parámetro en escala doble logarítmica en función del número de ciclos para acero F-111 sin entallas se puede ver en la Figura 6. Al igual que para este acero se podría representar para el resto, con o sin entalla.

Probetas sin entalla				
	$\Delta\sigma_x$	$P_1$	$N$	Experimental
F-111	2300	8,5	1. 100 000	1. 000 000
Estirado en frío	3000	14,4	170 000	160 000
F-154	2700	11,6	830 000	900 000
	3500	19,6	130 000	125 000
Probetas con entalla				
F-111	2500	15,75	50 000	35 000
F-111	2300	9,13	200 000	250 000
Estirado en frío	3000	18,9	35 000	40 000
F-154	2700	17,01	210 000	200 000
	3500	19,5	34 500	35 000

**Tabla II.** Comparación de resultados con valores del parámetro

Sobre la base de métodos numéricos, utilizando la simulación matemática del componente, se puede hacer un análisis a fatiga del mismo que nos servirá de comprobación en cuanto a la validez del parámetro. Para ello y previamente hay que efectuar análisis estáticos tensionales que luego se emplearán para el calculador a fatiga.

Utilizando el programa ANSYS, y para cada análisis estático, se deberá seguir una secuencia que comprende la modelización del componente, definición de parámetros y mallado, suministro de las propiedades características del material que tienen influencia en el análisis y por último la aplicación de las condiciones de contorno con lo que quedará completamente definido el modelo.

Se utilizaron para la discretización elementos de 8 nodos y dos grados de libertad por nodo que tienen un buen comportamiento ante cualquier tipo de solicitaciones. Aprovechando las propiedades de estos elementos se pudo utilizar la aximetría, con lo que sólo se modeló una cuarta parte de una sección plana del componente, tal como se aprecia en la Figura 7, lo que unido a disponer de elementos de 8 nodos evita que la discretización tenga que ser excesivamente grande. No obstante se utilizaron varios tipos de elementos escogiéndose aquél que proporcionaba menor porcentaje de error a la modelización.

Una vez realizados los análisis tensionales, se utiliza el calculador a fatiga, dándole al mismo el número de nodos en donde debe hacerse el análisis que coincidirá con los posibles donde puede producirse el fallo, suministrándole a continuación el número de etapas de carga y el número máximo de intensidades por etapa.

En el análisis se utilizaron cuatro nodos y una etapa de carga con dos intensidades por nodo, lo que coincidía con los esfuerzos reales a que se sometió al componente durante la fase experimental.

El siguiente paso fue proporcionar al programa las propiedades y comportamiento a fatiga del material, como por ejemplo los resultados arrojados por el parámetro en cuanto a tensiones y número de ciclos al fallo, curvas similares a las representadas en la Figura 6, en forma de valores, utilizando el programa interpolación logarítmica entre los valores suministrados.

**Figura 6.** Representación gráfica del parámetro para aceros F-111 sin entalla

Tras la introducción, si se desea, de las curvas de tensión nominal y temperatura y otros datos cíclicos y coeficientes de comportamiento elastoplástico, para evaluar el comportamiento en zonas susceptibles de plastificar, se obtienen análisis similares al de la Figura 7, donde aparecen los nodos de la discretización que se han tomado como claves para probetas de materiales con entalla. La probeta del F-111 se somete a tensiones de  $2100 \text{ kg/cm}^2$ , primero a tracción y posteriormente a compresión (dos cargas) de forma cíclica, y a 1 000 000 de ciclos. Se tomaron las salidas que genera el programa para los nodos 42, 44, 20 y 84 tal como se aprecia en la Figura 7.

Se detectó que en el nodo 42 los ciclos usados, 1 000 000 y los permitidos prácticamente coincidían, por lo que el componente en ese punto deberá estar próximo a la rotura por fatiga. En efecto, de acuerdo con la fotografía ofrecida en la Figura 7, ese era el punto por donde se fracturaron las probetas en los análisis experimentales.

**Figura 7.** Análisis realizado con el programa ANSYS

## CONCLUSIONES

Como conclusión se puede extraer que el criterio propuesto en forma de parámetro es evidente que tras su validación reúne todas las prestaciones solicitadas y caracteriza perfectamente al componente para un diseño a fatiga. Entre las ventajas que presenta se ponen de manifiesto las siguientes:

- Aunque preparado para tracción-compresión, es fácilmente adaptable a otro tipo de esfuerzo con sólo variar los coeficientes de tamaño.
- Incluye efectos derivados del comportamiento cíclico del material, considerando tanto tensiones como deformaciones.
- Se tiene en cuenta la velocidad de propagación de la grieta de forma indirecta, ya que el material está asociado a unos ejes fijos y se considera su posible anisotropía.
- Los componentes con concentración de tensiones, pueden ser perfectamente estudiados mediante la aplicación del criterio, con sólo introducir los valores del coeficiente de concentración de tensiones en la formulación analítica del mismo.
- El nivel de precisión que se alcanza en la predicción de vida es igual o superior al de otros métodos existentes de mayor complejidad en su formulación, poniendo de manifiesto la sencillez de su utilización en aplicaciones reales complejas.

## REFERENCIAS

- 1 K.N. Smith y T.H. Topper, “Basic of structural fatigue”, SAE paper N° 700555, (1970).
- 2 J.A. Rice, “Path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks”, *Journal of Applied Mechanics*, Junio, (1968).
- 3 “*Machinery’s Handbook*”, 20ª edición, Industrial Press, (1975).
- 4 H.J. Groover, S.A. Gordon y L.R. Jackson, “Fatigue of metals and structures”, Bureau of Naval Weapons Document NAVWEPS 00-25-534, (1968).
- 5 P.G. Forres, “*Fatiga de los metales*”, Ediciones Urmo, (1972).
- 6 R.E. Peterson, “*Stress concentration factor*”, Jhon Wiley and Sons, New York, (1974).
- 7 S. Timoshenko, “*Resistencia de materiales II*”, Espasa-Calpe, S.A., (1978).
- 8 Sines y Waisman, “*Metal fatigue*”, McGraw-Hill, New York, (1975).
- 9 X. Ayneto, “Fatiga de materiales y componentes”, Imp. CPDA-ETSIIB, (1986).
- 10 Sigley, “*Fundamentos del diseño mecánico*”, pp. 288–376, Madrid, (1989).
- 11 R. Kuguel, “A relation between theoretical stress concentration factor and fatigue notch factor deduced the concept highly stressed volume”, *Proc. ASTM*, Vol. 61, (1961).