

**POLITECNICO DI TORINO**  
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile  
A.A. 2009-2010



***Il crollo delle Torri Gemelle: analisi dell'evento e insegnamenti strutturali.***

*The Twin Towers collapse: event analyses and structural lessons.*

Relatore :  
Prof. Bernardino Chiaia

Candidato :  
Alessandro Calvi

# PRESENTAZIONE

La tesi è suddivisa in due parti.

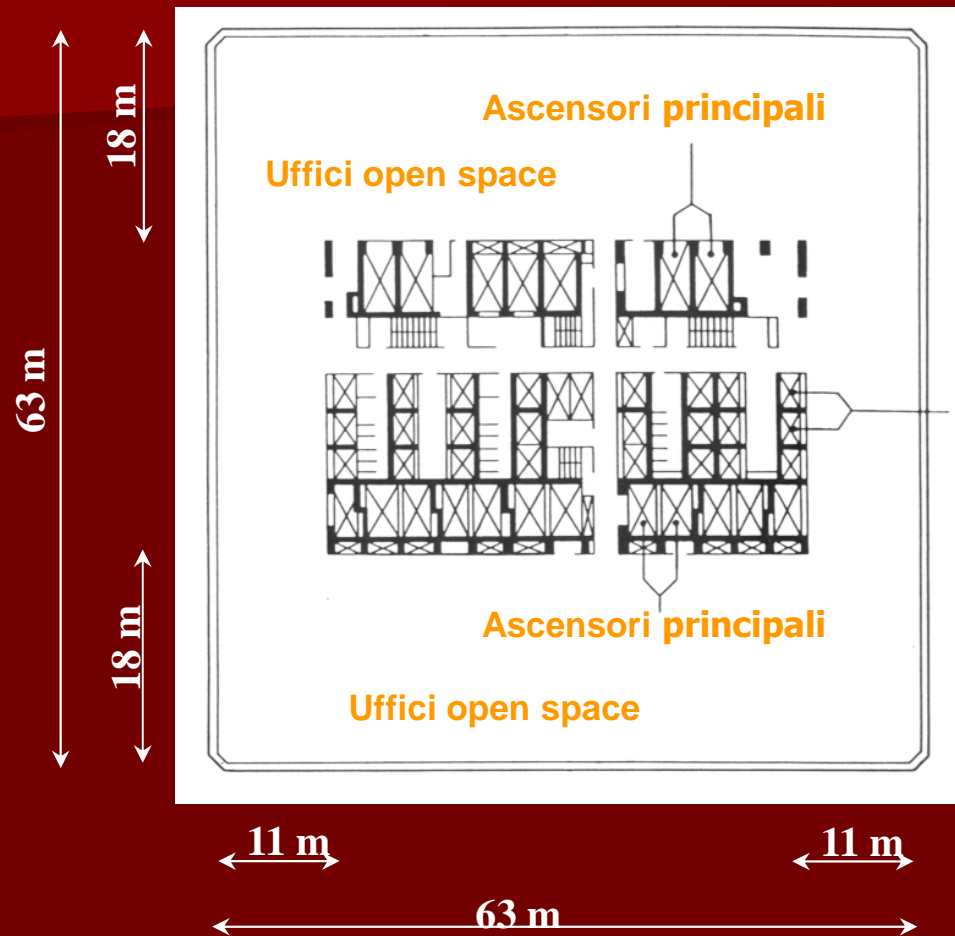
## Parte 1 :

- descrizione degli edifici WTC 1 e WTC 2 ;
- timeline degli attentati ;
- modelli analitici del collasso ;

## Parte 2 :

- definizione di robustezza strutturale ;
- misura della robustezza in edifici a telaio al variare del livello gerarchico ;

# 1.1 SISTEMA STRUTTURALE DELLE TORRI



Ascensori locali

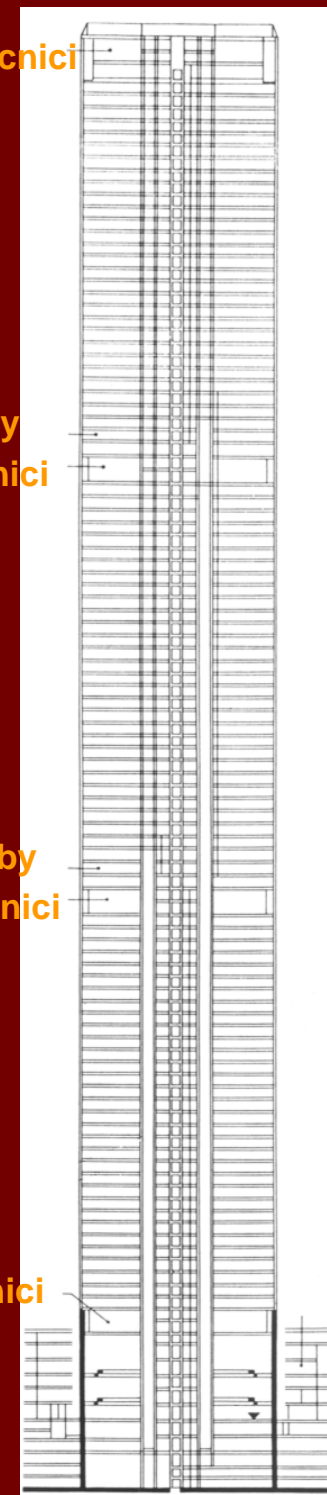
Locali tecnici

Sky lobby  
locali tecnici

Sky lobby  
Locali tecnici

Locali tecnici

Parcheggio interrato  
(2000 posti auto)

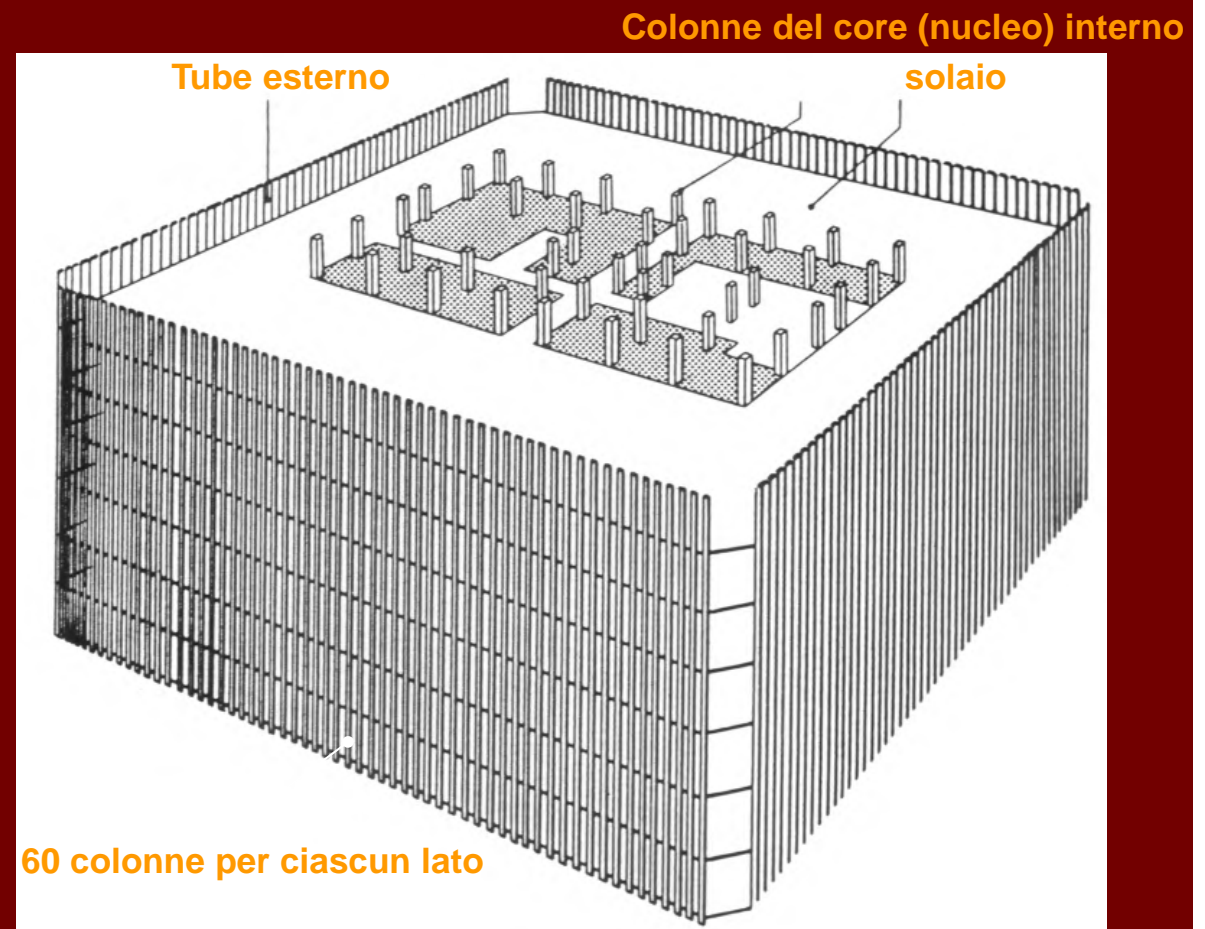


110 piani = 413 m (Nord), 414 m (Sud)

6 piani

# 1.1 SISTEMA STRUTTURALE DELLE TORRI

- I carichi orizzontali (vento sisma) venivano assorbiti principalmente dal tube esterno intelaiato.
- I carichi gravitazionali (carichi permanenti e variabili) erano sorretti dal *tube* esterno intelaiato e dal *tube* interno (nucleo).



# 1.1 SISTEMA STRUTTURALE DELLE TORRI

## **Tube esterno:**

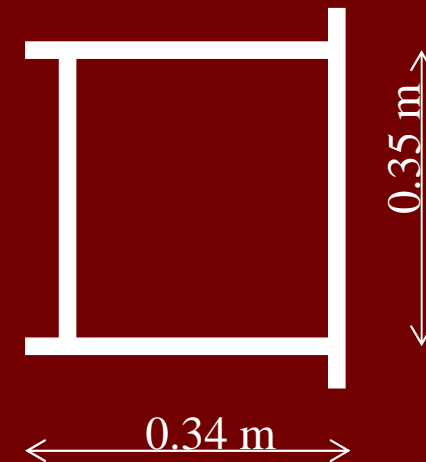
- Elementi prefabbricati assemblati fra loro a realizzare 240 colonne ciascuna distanziata di 1 m.
- Distanza tra le colonne sale a 3 m alla base delle Torri.
- Le colonne esterne avevano dimensioni costanti, ma spessore e resistenza allo snervamento variabili lungo l'altezza ( 690 MPa alla base, 250 MPa in sommità).

## **Core interno:**

- 44 colonne in acciaio aventi resistenza allo snervamento di 250 MPa.



Sezione trasversale di una delle colonne del tube esterno.

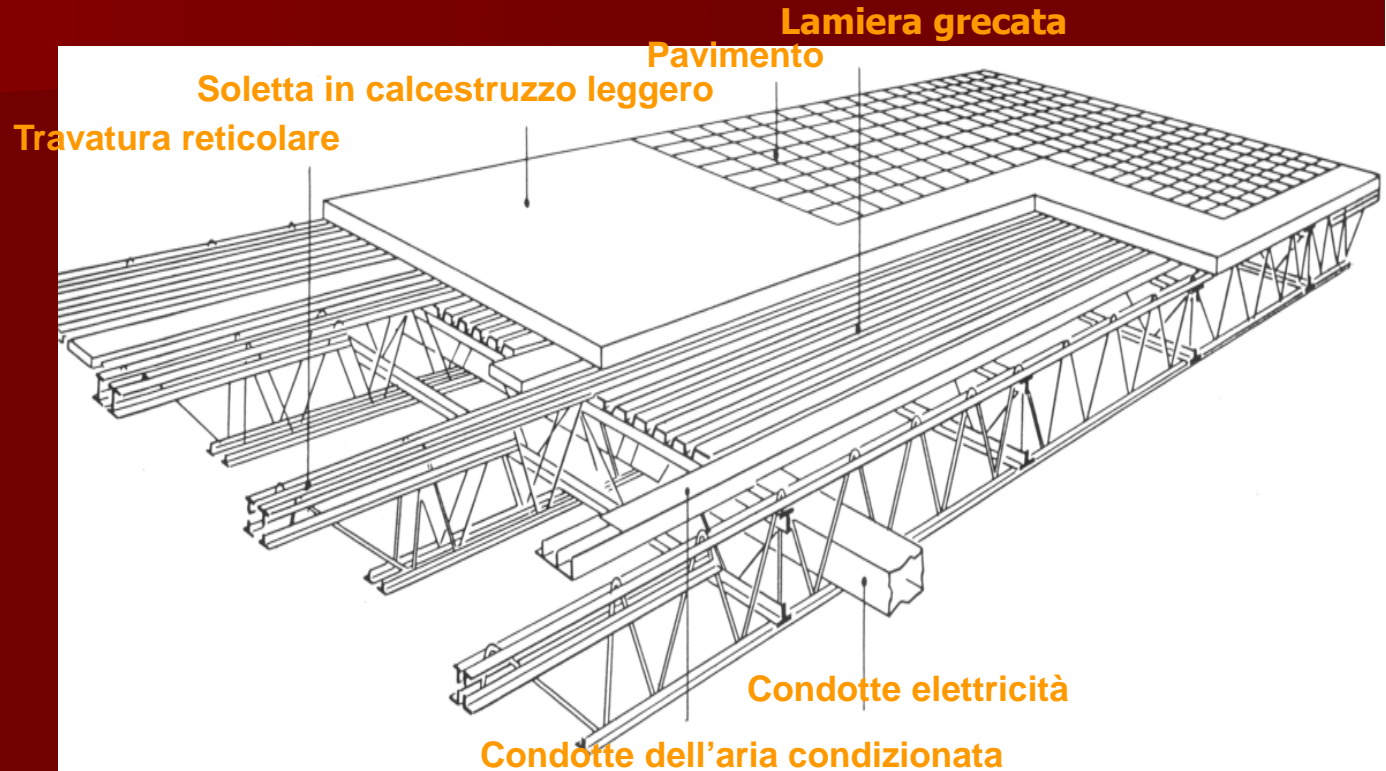


## 1.1 SISTEMA STRUTTURALE DELLE TORRI

100 mm di soletta collaborante in calcestruzzo leggero su lamiera grecata. Solai supportati da travature reticolari in acciaio prefabbricate.

- Lunghezza maggiore : 18 m
- Lunghezza minore : 10,6 m

Le travature erano distanziate reciprocamente di 2 m. Gli orizzontamenti agivano come diaframmi in grado di irrigidire le colonne del *tube* esterno, evitandone l'instabilità dell'equilibrio.

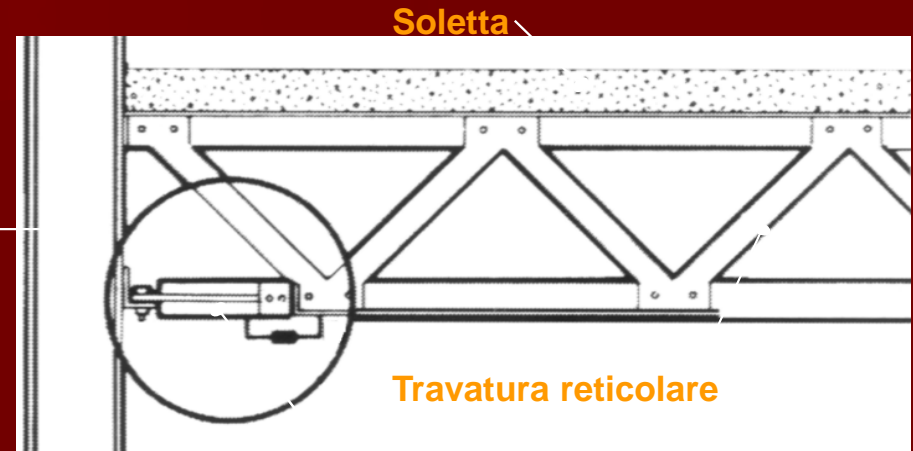
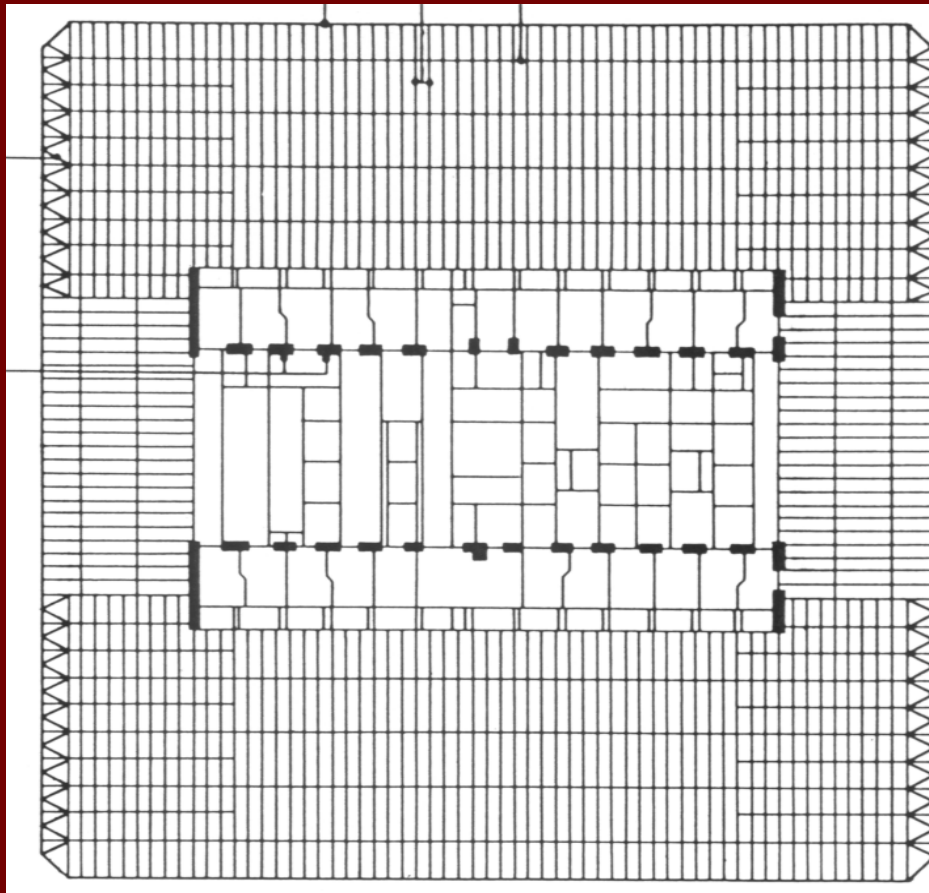


# 1.1 SISTEMA STRUTTURALE DELLE TORRI

Diagonali orizzontali

Colonne del core interno

Travature reticolari L= 18m    Travature reticolari L= 10,6m



## 1.2 11 SETTEMBRE 2001



**10:00 am - La Torre Sud collassa per prima. In questa fase la porzione superiore (al di sopra del punto d'impatto) ruota asimmetricamente, distruggendo le colonne del lato sud-est.**





## 1.2 11 SETTEMBRE 2001



**10:13 am – Collassa anche la Torre Nord**

**Tempi del collasso riportati:**

- Torre Sud ~ 10 seconds
- Torre Nord ~ 8 seconds

**Corpo in caduta libera (nessuna resistenza strutturale) :**

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 9s$$

## 1.3 ANALISI DEL CROLLO (Bazant)

### Impatto dell'aereo :

$$m_A \cdot v_A = m_T \cdot v_T \quad \text{Principio di conservazione della quantità di moto}$$

$m_A = 170000 \text{ kg}$  → massa del *Boeing 767-200*;

$v_A = 550 \text{ km/h}$  → velocità del *Boeing 767-200*;

$m_T = 141000000 \text{ kg}$  → massa equivalente della parte superiore di ciascuna delle Torri;

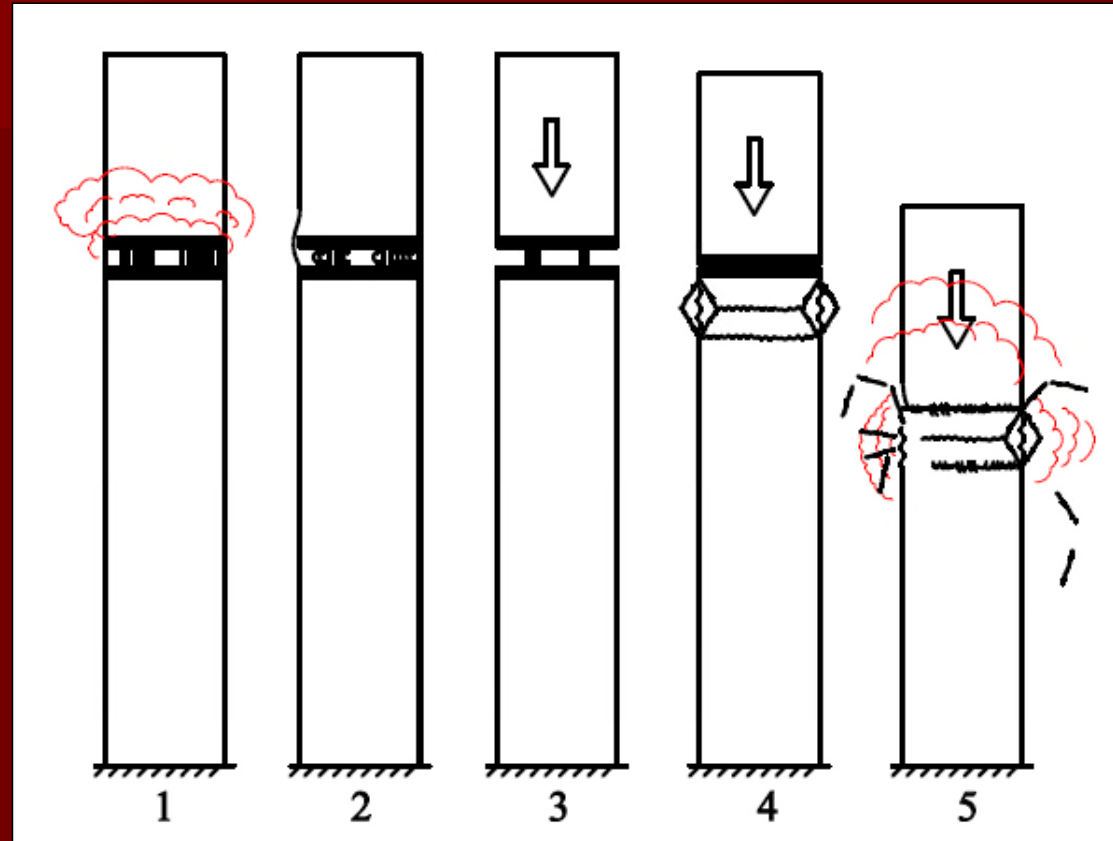
$$v_T = 0,70 \text{ km/h} = 0,19 \text{ m/s}$$

Risposta secondo il primo modo di vibrare → periodo  $T_1 = 14 \text{ s}$ .

$$w_T = v_T \cdot \frac{T_1}{2\pi} = 0,40 \text{ m}$$

## 1.3 ANALISI DEL CROLLO (Bazant)

### Fasi del crollo :



1. esposizione delle strutture in acciaio a temperature superiori a 800 °C;
2. notevole riduzione della capacità portante delle colonne che incominciano a instabilizzarsi;
3. instabilità dell'equilibrio che interessa un numero elevato delle colonne nei piani critici;
4. la parte superiore inizia la sua caduta verso il basso applicando un carico enorme sulla porzione inferiore di edificio;
5. si innesca il collasso globale.

## 1.3 ANALISI DEL CROLLO (Bazant)

### Analisi elastica :

Appena dopo l'impatto verticale della parte superiore delle Torri, il comportamento della parte inferiore delle strutture può essere approssimabile a quello di una molla di rigidezza  $C$ , pari a 71 GN/m circa.

*energia potenziale porzione superiore =*

$$mg \cdot \left( h + \frac{P}{C} \right)$$

$m = 58 \times 10^6 \text{ kg} \rightarrow$  massa della parte superiore (Torre Nord)

*energia elastica immagazzinata dalla porzione inferiore =*

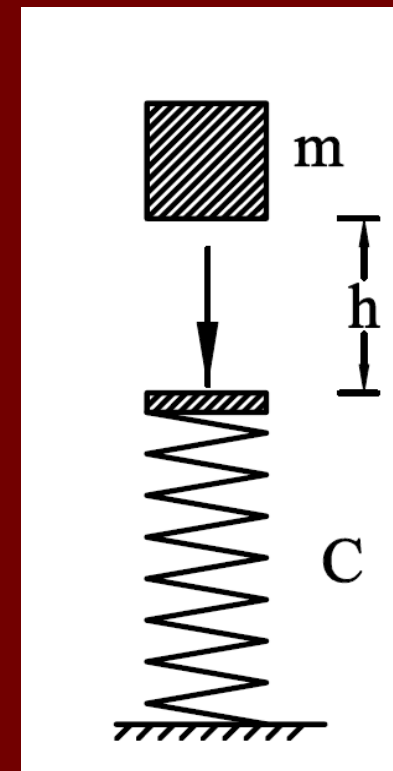
$$\frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \left( \frac{P}{C} \right)^2 = \frac{P^2}{2C}$$

si ottiene dunque l'equazione :

$$mg \cdot \left( h + \frac{P}{C} \right) = \frac{P^2}{2C}$$



$$\frac{P_{dyn}}{P_0} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2Ch}{mg}} \approx 31$$



## 1.3 ANALISI DEL CROLLO (Bazant)

### Analisi plastica :

la somma degli angoli di rotazione  $\vartheta_i$  ( $i=1,2,\dots$ ) delle cerniere in ciascuna colonna,  $\sum \vartheta_i$ , non può essere superiore a  $2\pi$ .

Tale valore massimo, che è indipendente dal numero di piani coinvolti nell'instabilità dell'equilibrio, fa tuttavia riferimento all'ipotesi più ottimistica possibile, cioè è il valore che massimizza la dissipazione energetica plastica.

Calcolando la dissipazione energetica per ciascuna colonna del "tube" esterno come il momento plastico  $M_p$ , tenendo conto il numero di cerniere plastiche formatesi, ovvero degli angoli  $\vartheta_i$  ( $i=1,2,\dots$ ), e moltiplicandolo per il numero di pilastri, si può concludere che l'energia dissipata plasticamente fu pari a:

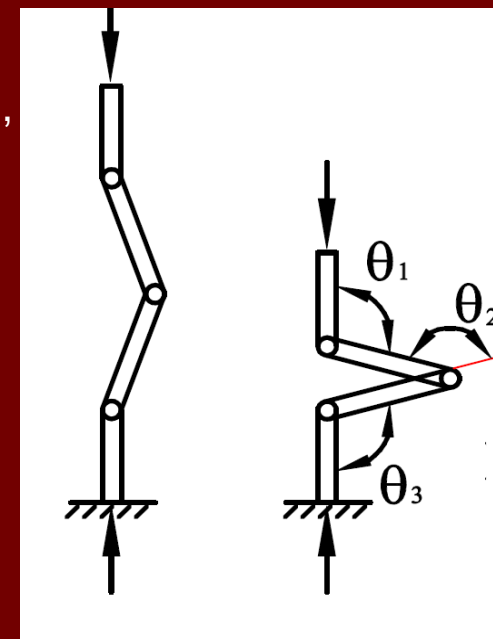
$$W_p \cong 0,5 \text{ GNm}$$

Affinché si avesse in ciascuna colonna il raggiungimento della rotazione complessiva  $\sum \vartheta_i = 2\pi$  come somma delle rotazioni in ciascuna cerniera, la parte superiore di edificio dovette spostarsi verticalmente per una distanza minima di un piano al di sotto di quello in cui iniziò il collasso, con un'energia potenziale gravitazionale pari a :

$$W_g = mg \cdot 2h \approx 2 \times 2,1 \text{ GN} \cdot m = 4,2 \text{ GN} \cdot m$$



$$W_g / W_p \approx 8,4$$

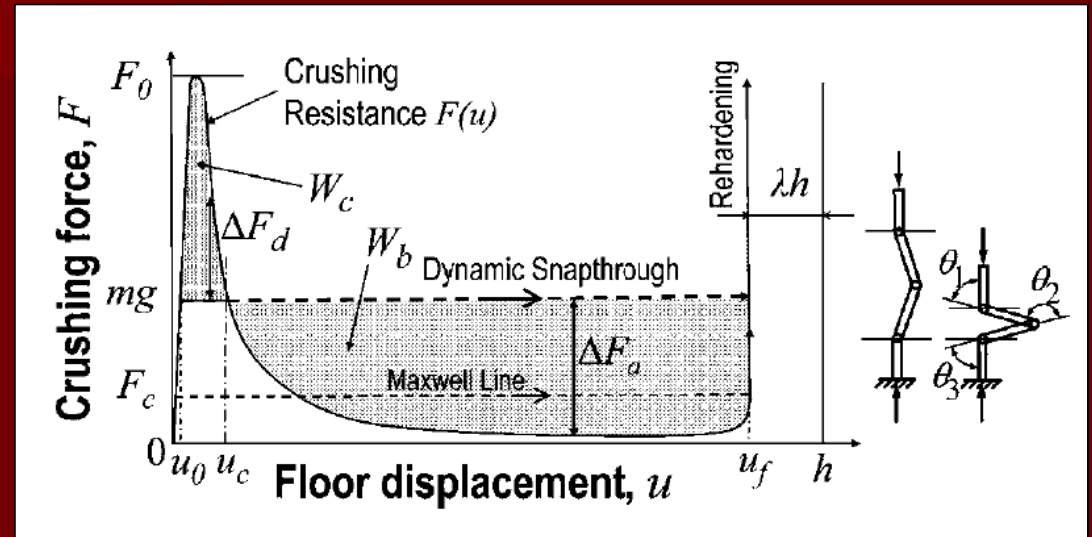


## 1.3 ANALISI DEL CROLLO (Bazant)

### Analisi cinematica :

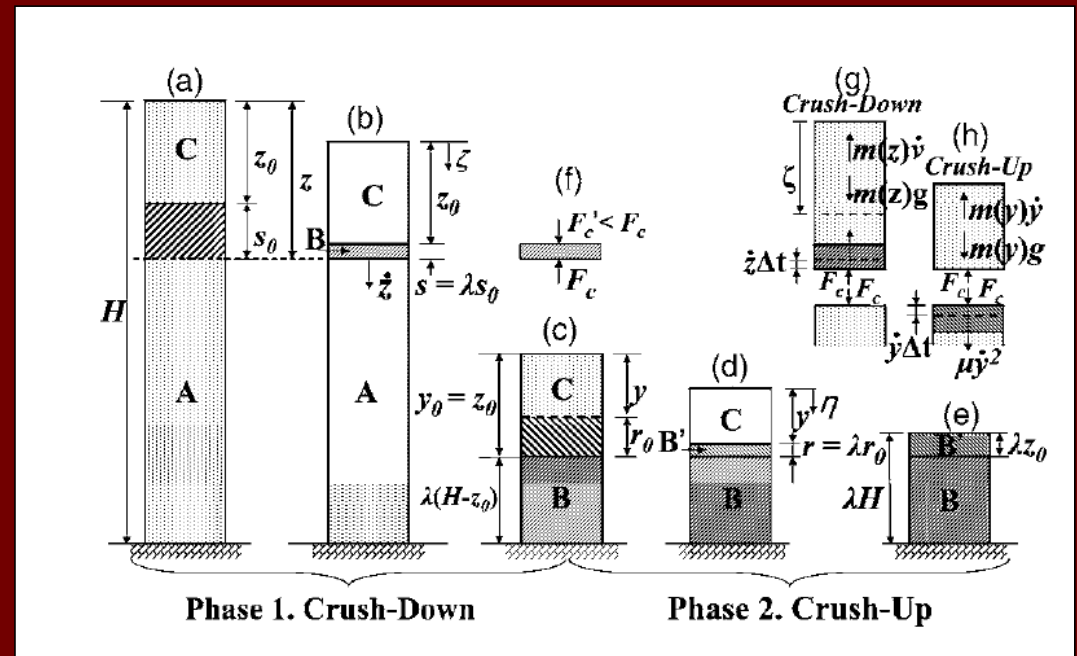
Al momento dell'impatto della porzione superiore su quella inferiore :

- $u_0 < u < u_c \rightarrow$  massa  $m$  decelera ;
- $u_c < u < u_f \rightarrow$  massa  $m$  accelera.



Fasi del crollo :

1. Crush – Down ;
2. Crush – Up .

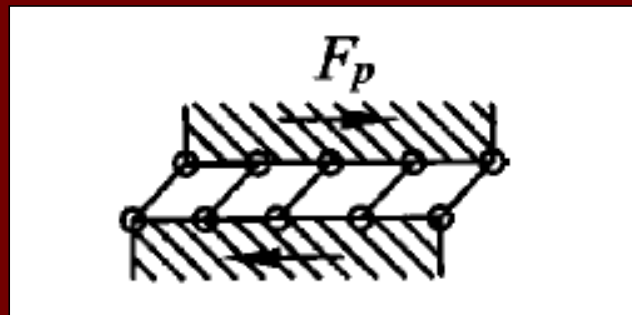
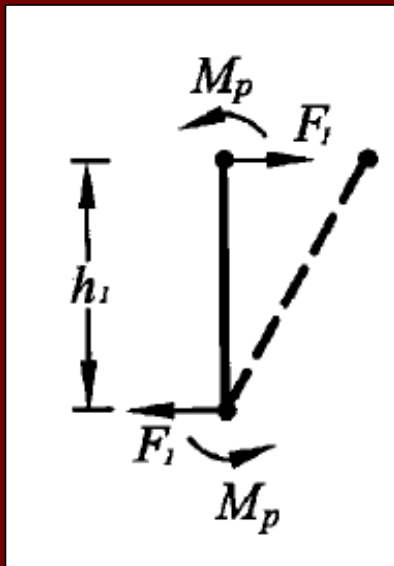
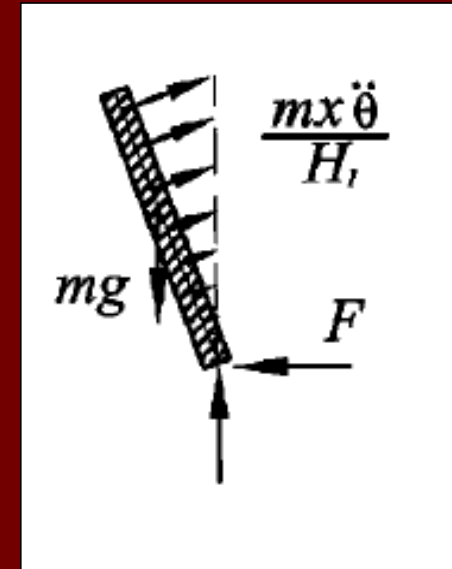
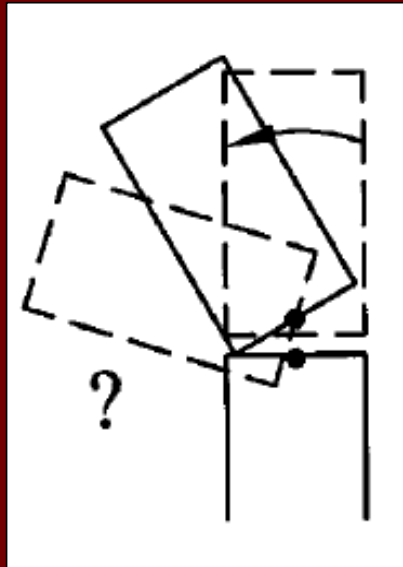


## 1.3 ANALISI DEL CROLLO (Bazant)

Perchè la porzione superiore non si ribaltò e invece cadde verticalmente ?

$$F = \int_0^{H_1} \frac{m}{H_1} \cdot \ddot{\vartheta} \cdot \cos \vartheta \cdot x \cdot dx$$

$$F_{\max} = \frac{3}{8} \cdot mg = \frac{3}{8} P_0 \approx 320 \text{ MN}$$



$$F_1 = \frac{2M_p}{h_1}$$

$$F_p \approx 130F_1 \approx 31 \text{ MN}$$

$$F_{\max} / F_p \approx 10,3$$



## 2.1 ROBUSTEZZA STRUTTURALE

### Azioni eccezionali sulle strutture:

#### 1. HPLC, *High Probability Low Consequences* (Eventi Frequenti con Basse Conseguenze) :

- si manifestano ripetutamente;
- modeste conseguenze;
- basso rilascio di energia.

#### 2. LPHC, *Low Probability High Consequences* (Eventi Rari con Alte Conseguenze) :

- rilascio di una grande quantità di energia;
- crisi di molti elementi strutturali;
- coinvolte molte persone.



**Torri Gemelle**

### Definizione di robustezza :

*la robustezza strutturale è la proprietà di una costruzione di mostrare una perdita di qualità proporzionata all'evento negativo originante tale perdita. In tal modo, se la struttura è robusta, esiste una relazione continua e regolare fra la causa innescante il decadimento ed il conseguente effetto.*



## 2.1 ROBUSTEZZA STRUTTURALE

### Caratteristiche :

- non è una proprietà intrinseca della struttura perché dipende, ad esempio, dalla posizione in cui si verifica il danno e dalla sua entità;
- direttamente misurabile :

$$RSR \text{ (Re serve Strenght Ratio)} = \frac{S_D}{S_I}$$

### Analogia con la Meccanica della Frattura : Tenacità Strutturale

*capacità di evitare la propagazione di difetti o danni di piccola estensione al resto della struttura.*

### Strategie di progetto per incrementare Robustezza e Tenacità :

#### Stutture

- Ridondanza
- Compartimentazione

#### Materiali

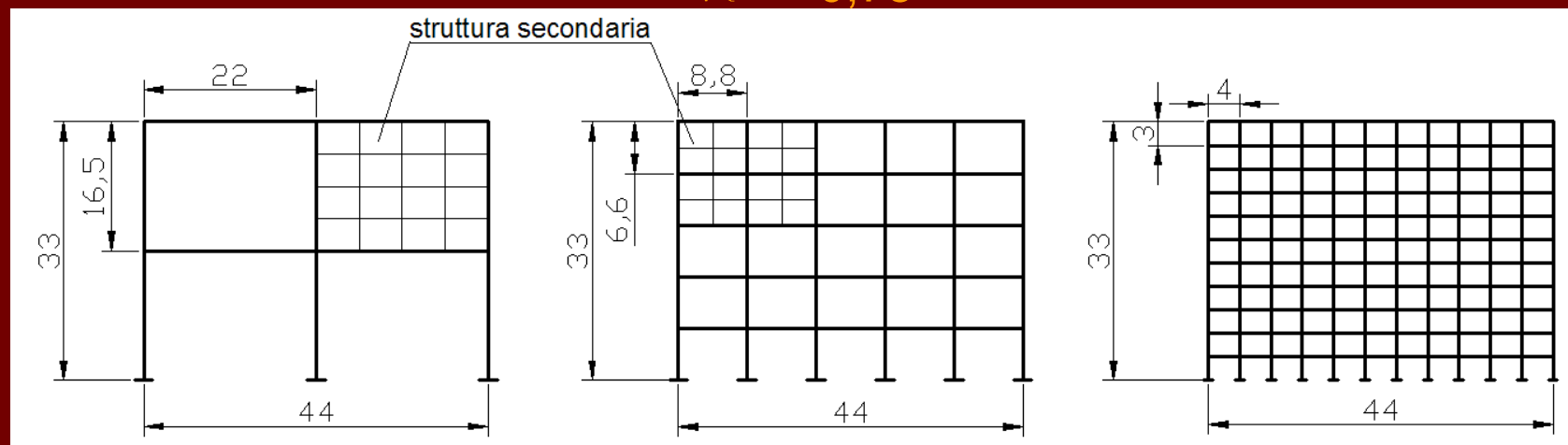
- Rinforzo con fibre o disordine microstrutturale;
- Inserimento di giunti o interruttori di propagazione frattura.



## 2.2 MISURA DELLA ROBUSTEZZA

**Obiettivo** : stabilire se, al fine di incrementare la robustezza strutturale, è preferibile realizzare strutture a telaio in c.a. *gerarchiche* (  $n$  piccolo) oppure strutture *omogenee* (  $n$  grande)

$$\lambda = 0,75$$



$n = 2$

$n = 5$

$n = 11$

**Strumento di misura** : simulazioni tramite software *DEM* (*Discrete Element Method*) del comportamento dei diversi tipi di telaio in presenza di danno in più posizioni (non contemporanee).

**Misura robustezza** : ottenuti i carichi ultimi della struttura intatta  $q_u^I$  , e della struttura danneggiata  $q_c$  , il rapporto di robustezza ottenuto  $R_1$  è pari a:

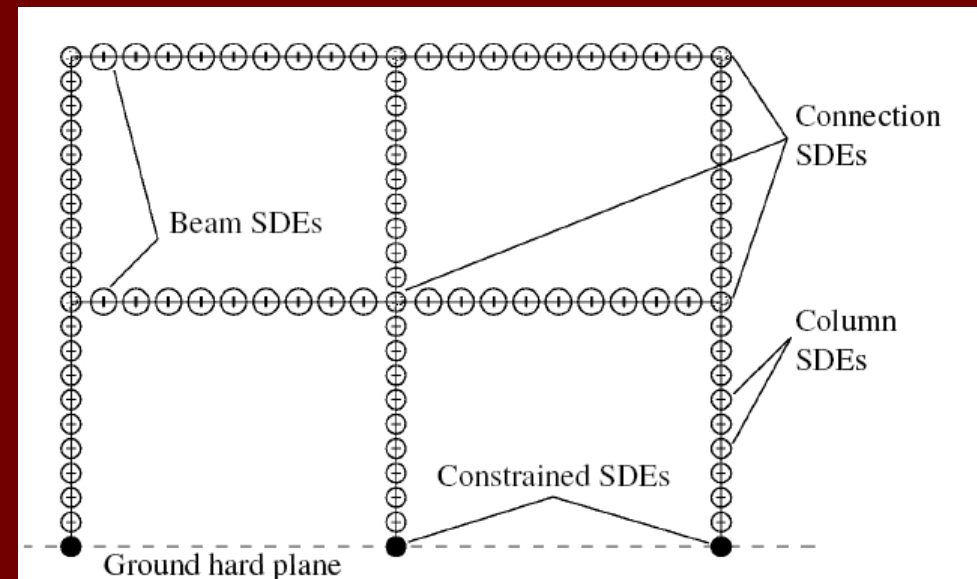
$$R_1 = \frac{q_c}{q_u^I}$$

## 2.2 MISURA DELLA ROBUSTEZZA

### METODO AD ELEMENTI DISCRETI (DEM)

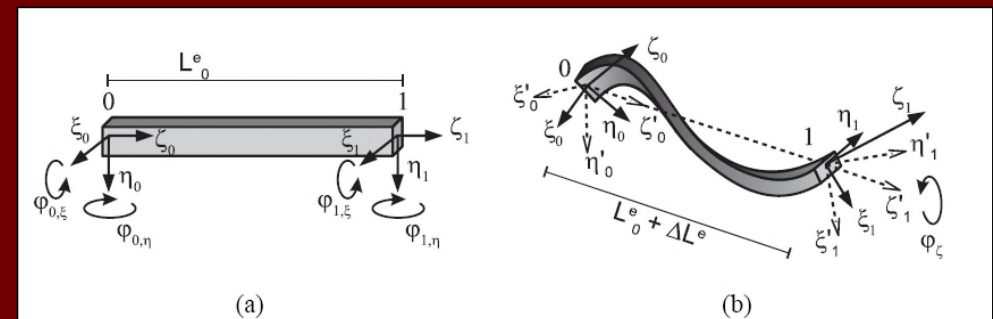
#### Caratteristiche:

- integrazione delle equazioni del moto di Newton;
- contatti Hertziani;
- elementi trave Eulero- Bernoulli;
- effetti dinamici (es. variazione di energia cinetica del sistema).



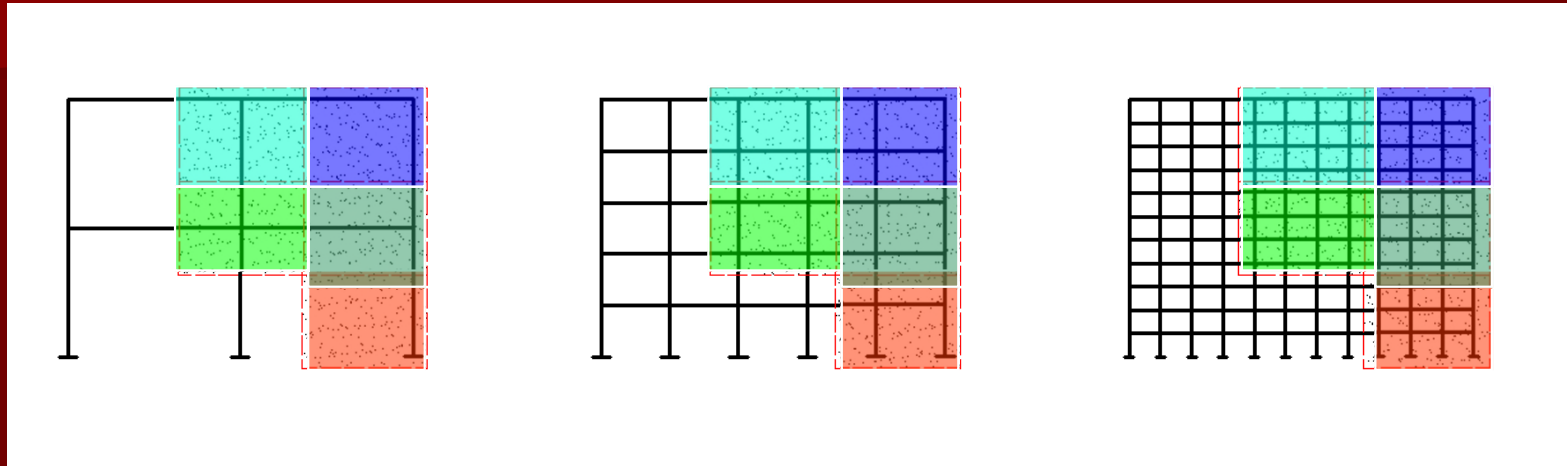
#### Mesh:

- *SDE* vincolati al suolo;
- *SDE* di connessione, in corrispondenza dei nodi trave-colonna;
- *SDE* "colonna";
- *SDE* "trave".



## 2.2 MISURA DELLA ROBUSTEZZA

### POSIZIONE DEI DANNI



MECCANISMI DI COLLASSO : flessionali (danni in posizione bassa e media) → travi “deboli”, colonne “forti”;  
urto (danni in posizione superiore).

SIMULAZIONI (struttura integra e danni in posizione bassa e media)

Carico equivalente  $q_{eq}$  → EQUIVALENZA FLESSIONALE :

$$M_{eq}^{\max} = M_{DEM}^{\max}$$

collasso fragile



Carico unif. distr. applicato sulla struttura priva di massa

$$W_{eq} = W_{DEM}$$

collasso duttile

MODELLO ANALITICO (danni in posizione bassa e media):

$$M_{\max,el}^I(q_c) + 2(M_{\max,el}^D - M_{\max,el}^I) = M_p$$

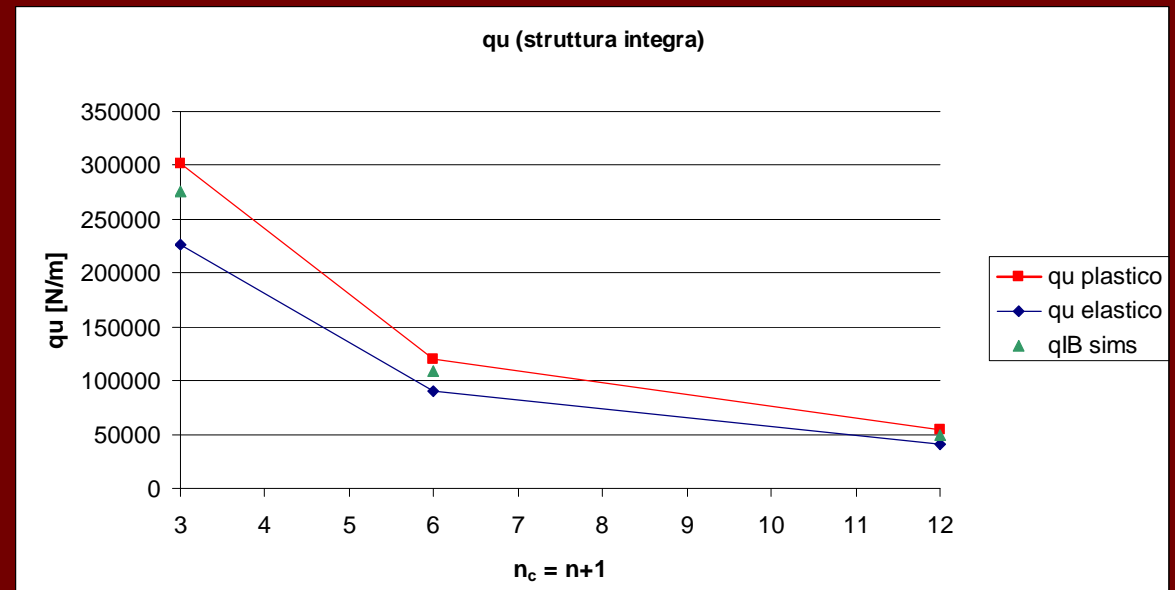
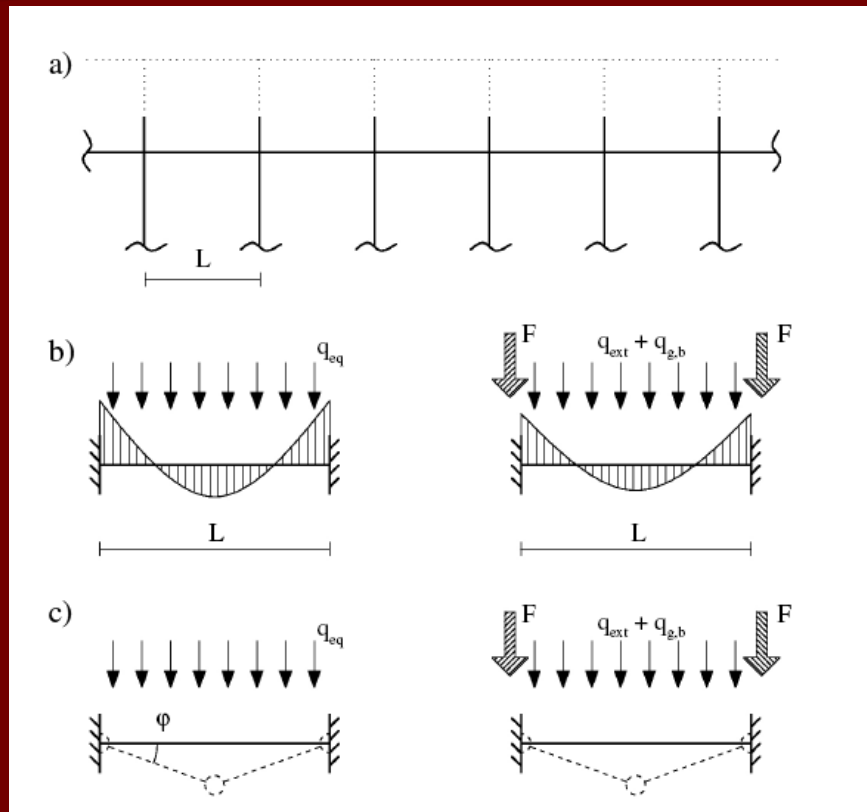
collasso fragile

$$W_{ext}(q_c) = W_{int}$$

collasso duttile

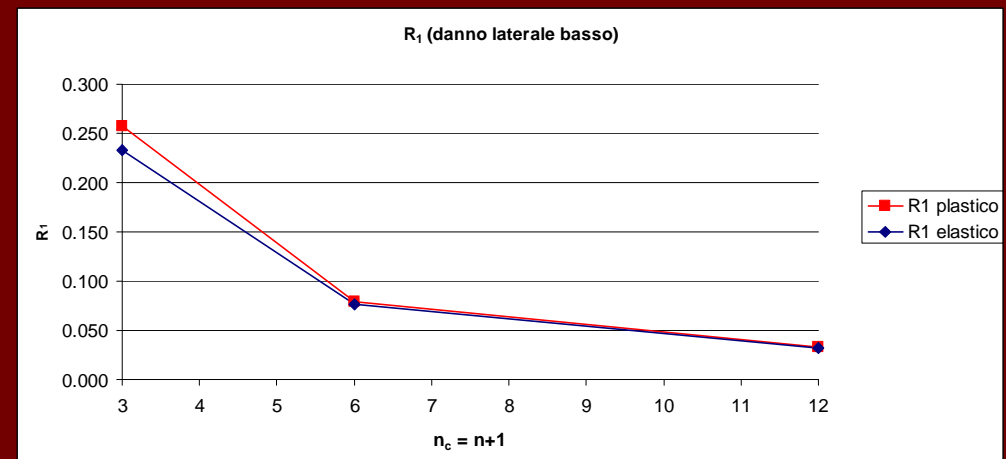
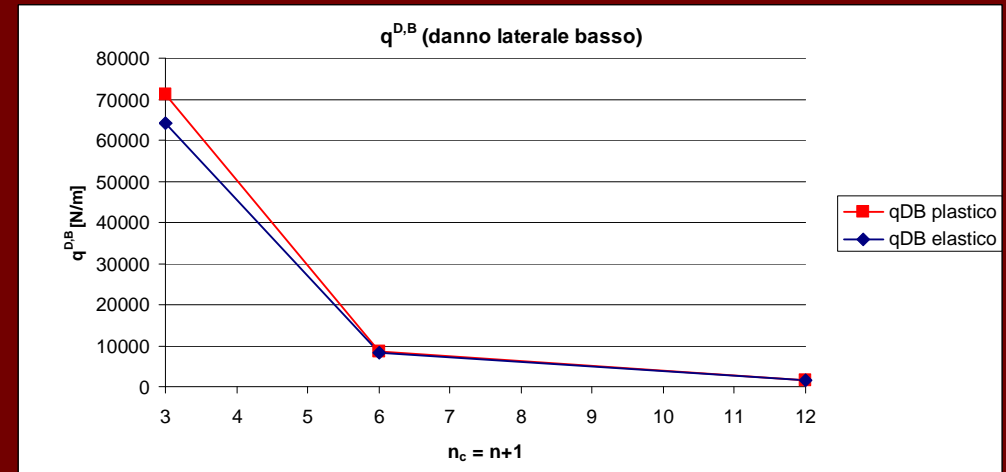
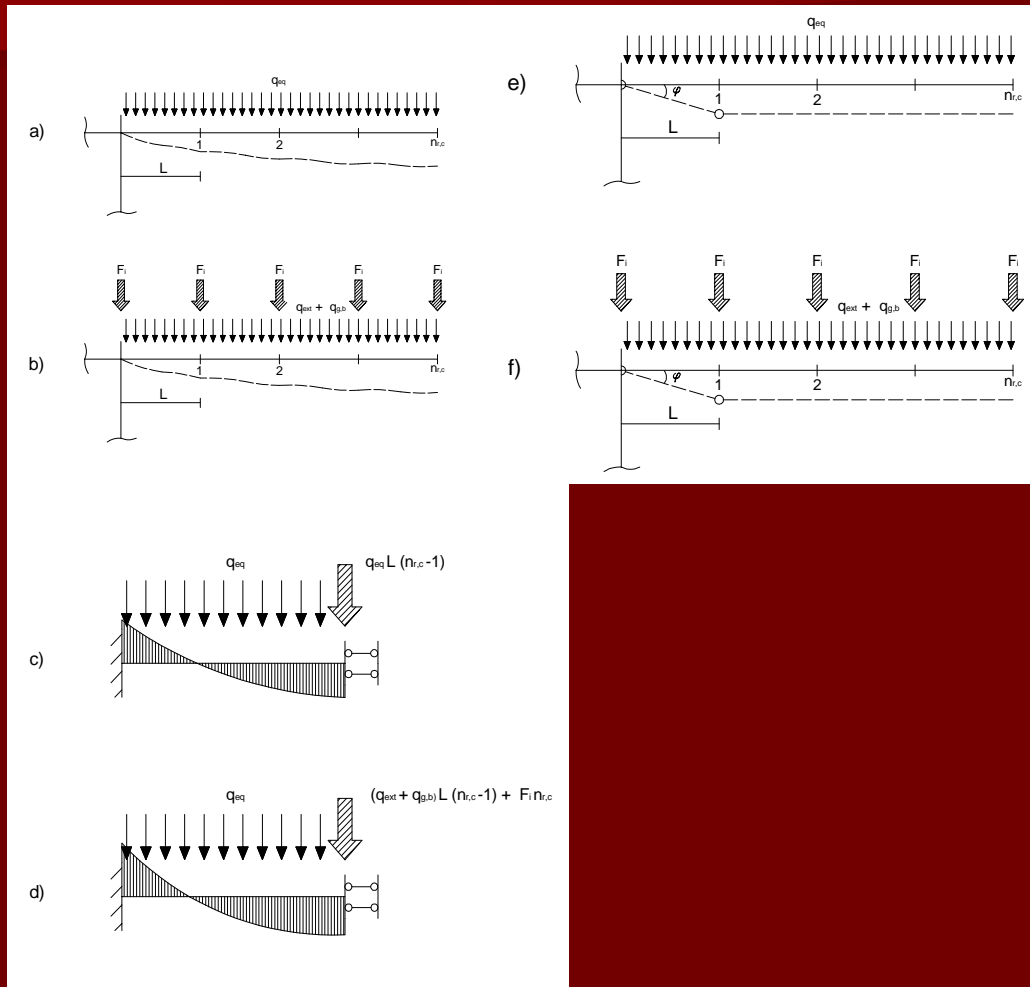
## 2.2 MISURA DELLA ROBUSTEZZA

### STRUTTURA NON DANNEGGIATA : SCHEMI STATICI E RISULTATI



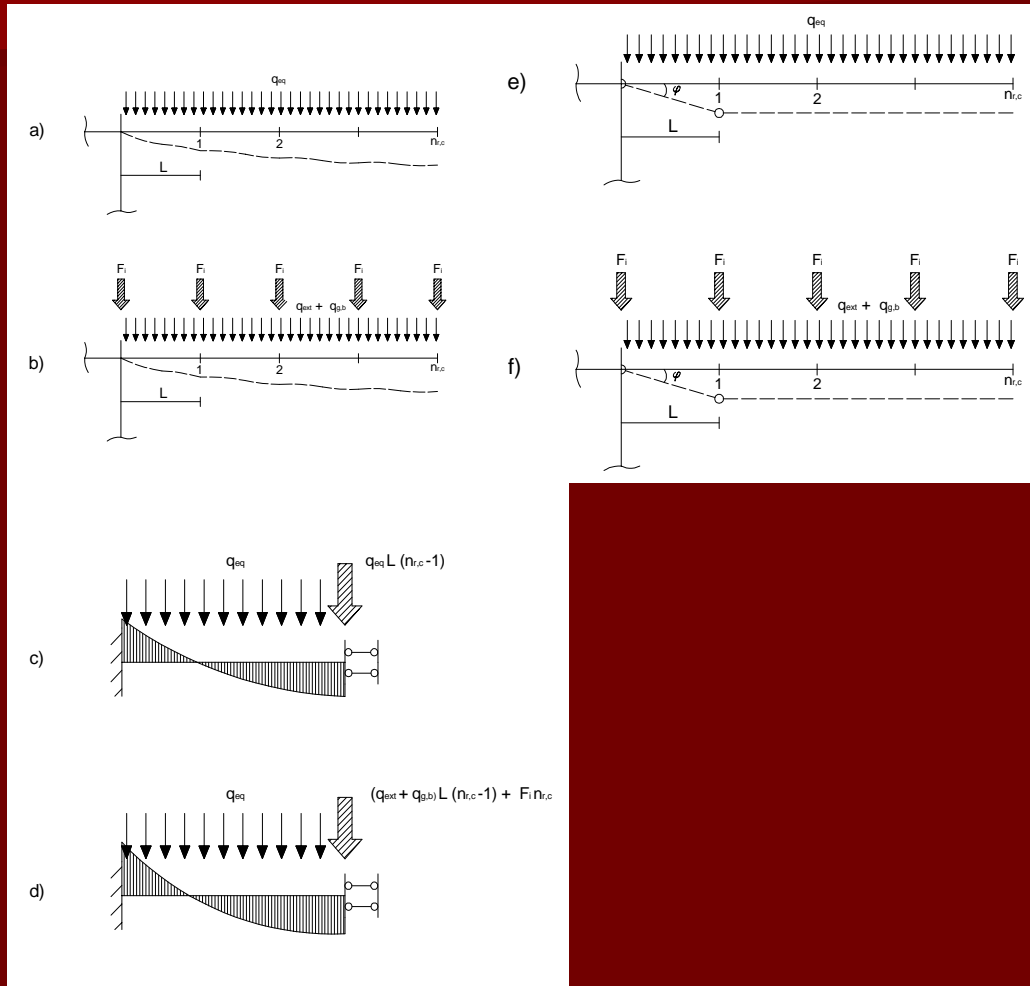
# 2.2 MISURA DELLA ROBUSTEZZA

## DANNO LATERALE BASSO : SCHEMI STATICI E RISULTATI



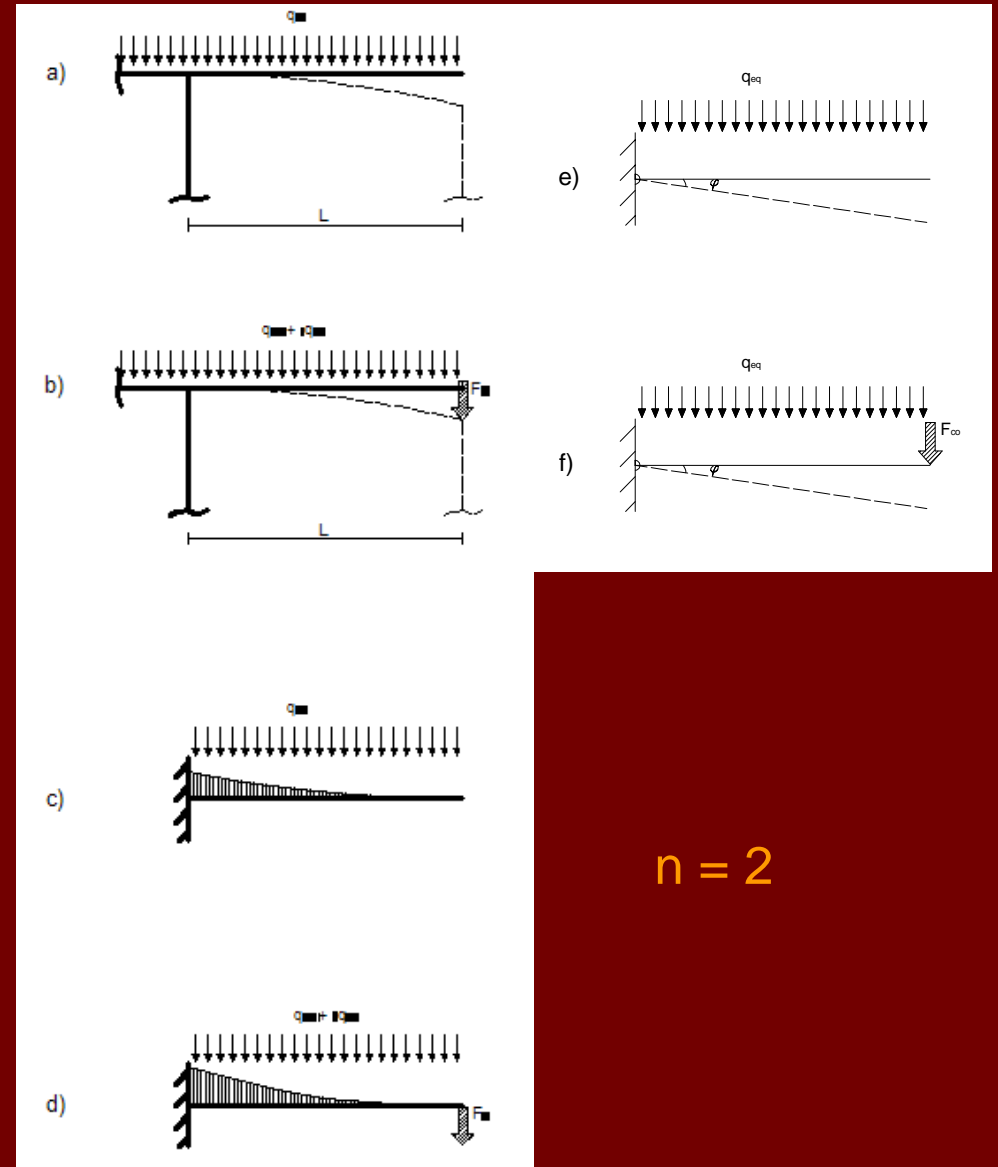
# 2.2 MISURA DELLA ROBUSTEZZA

## DANNO LATERALE MEDIO : SCHEMI STATICI



$n = 5$

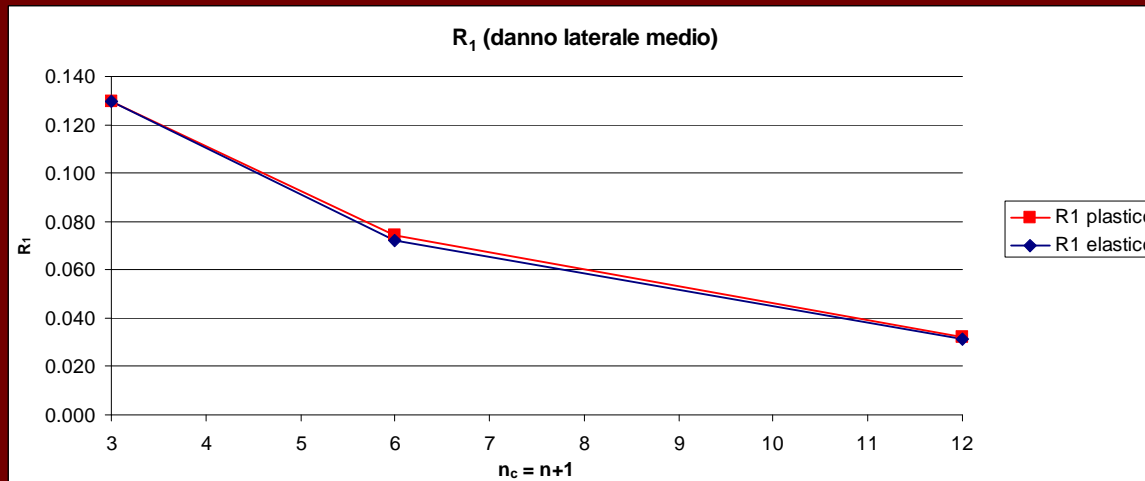
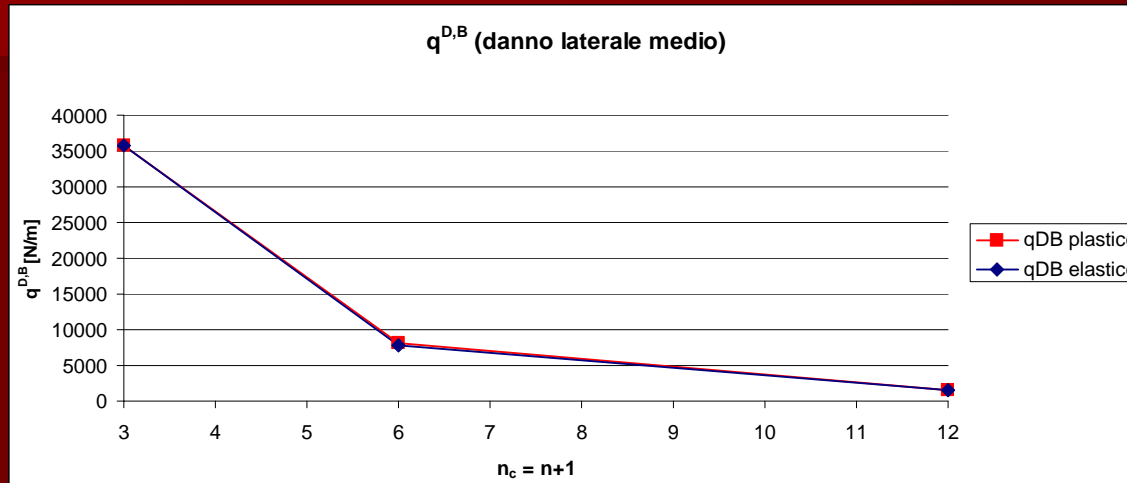
$n = 11$



$n = 2$

## 2.2 MISURA DELLA ROBUSTEZZA

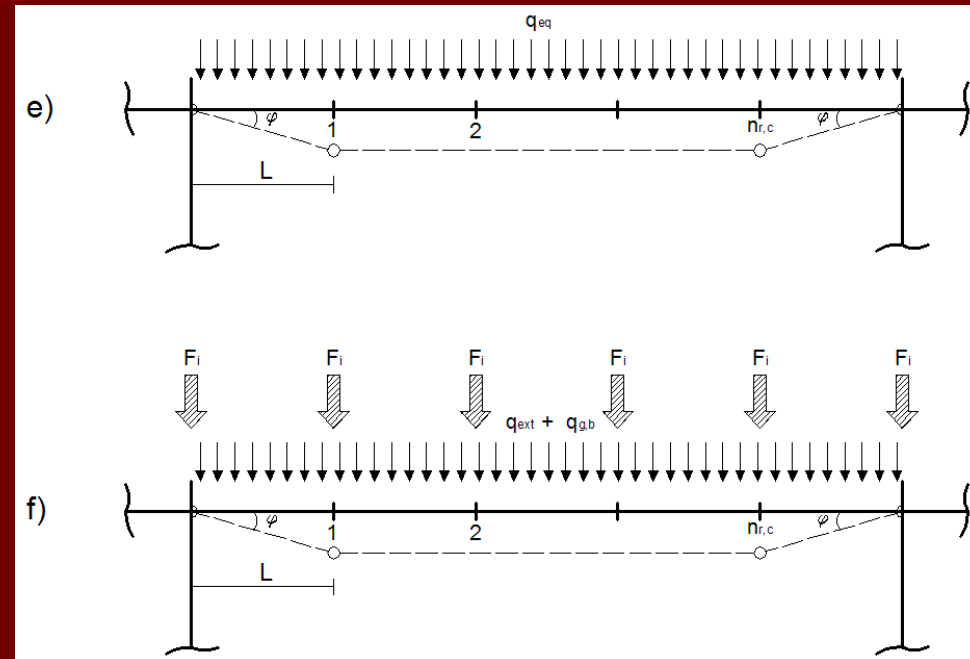
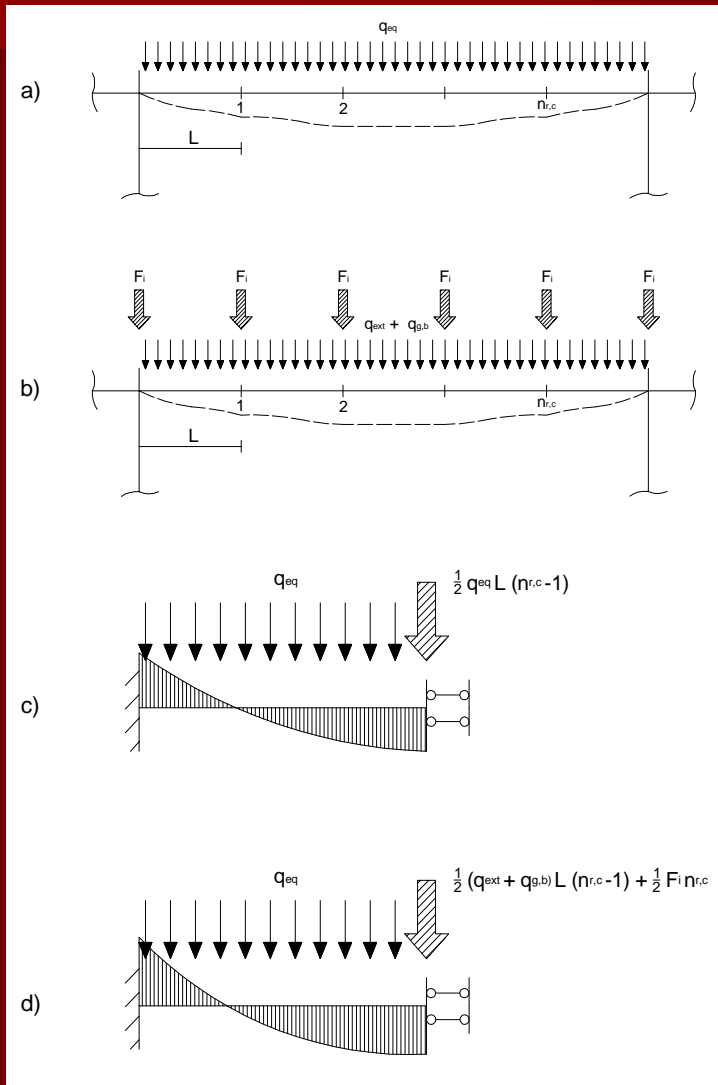
### DANNO LATERALE MEDIO : RISULTATI





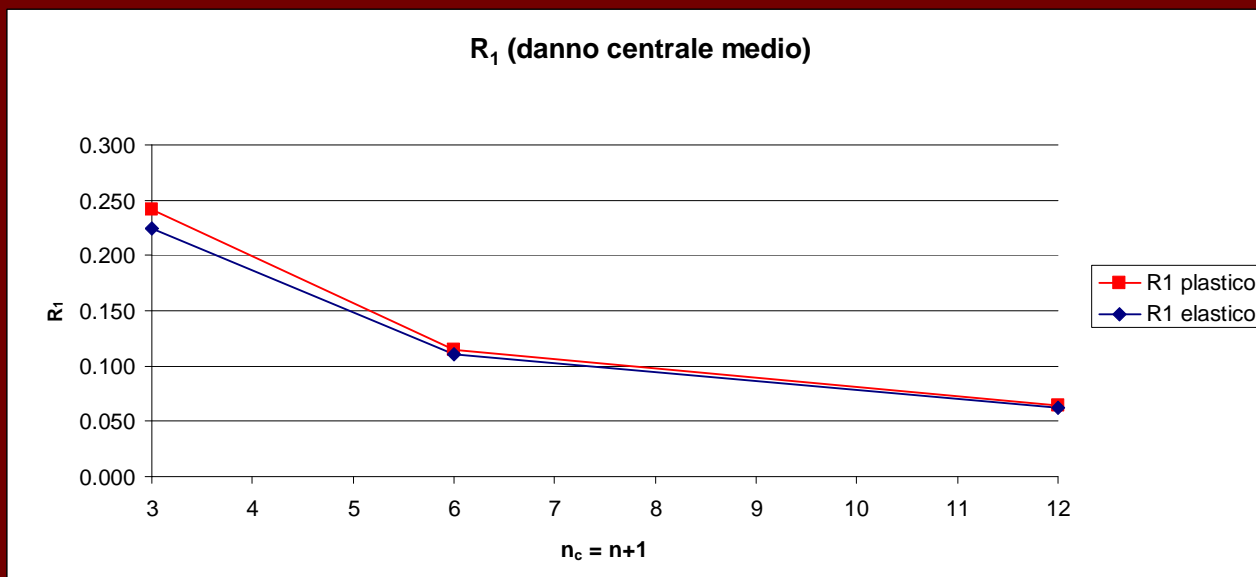
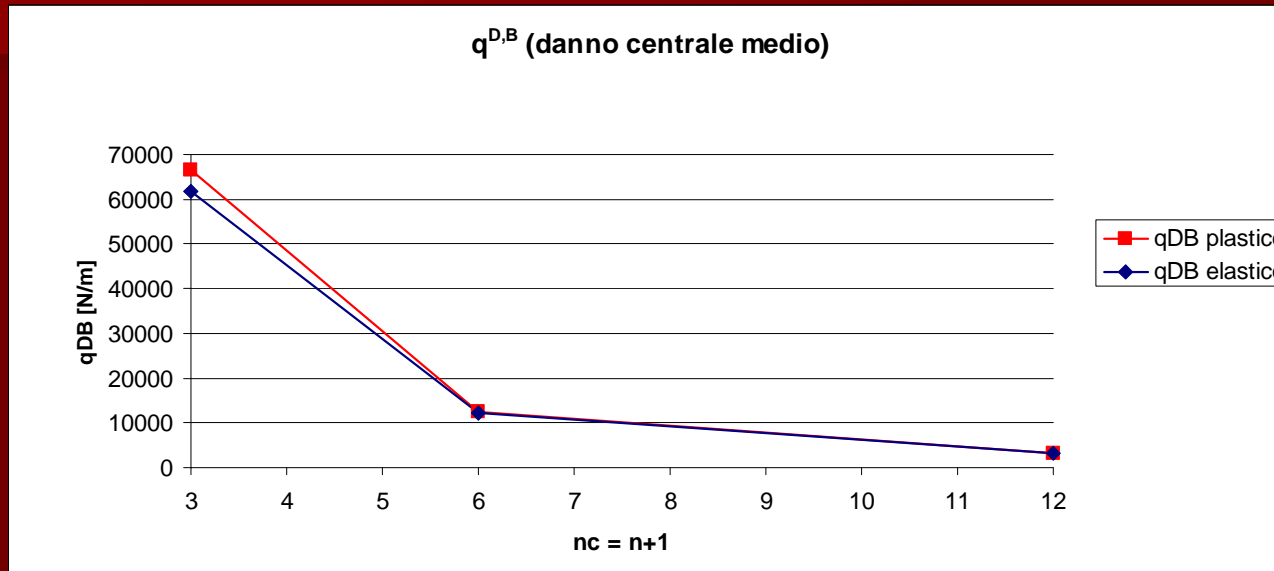
## 2.2 MISURA DELLA ROBUSTEZZA

### DANNO CENTRALE MEDIO : SCHEMI STATICI



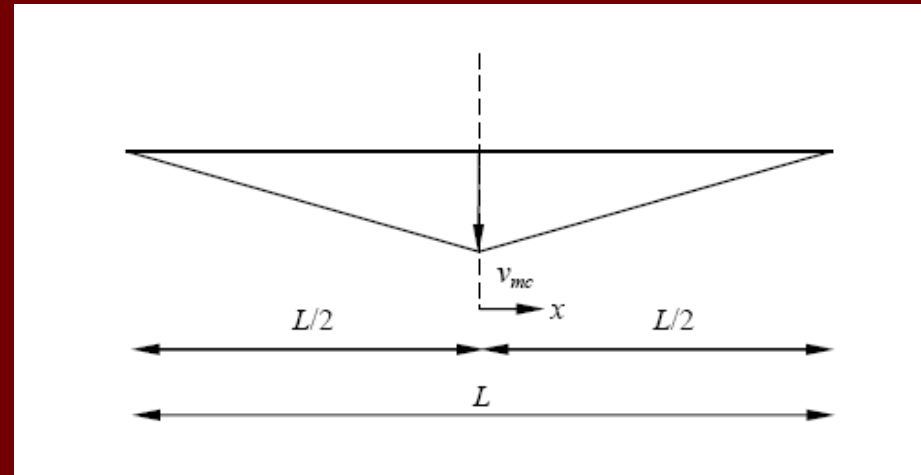
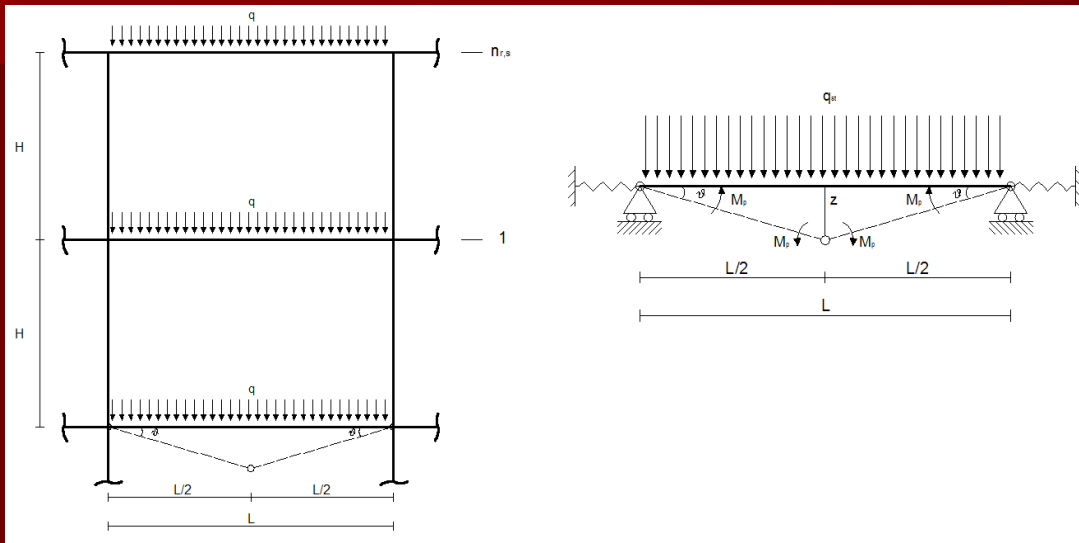
## 2.2 MISURA DELLA ROBUSTEZZA

### DANNO CENTRALE MEDIO : RISULTATI



## 2.2 MISURA DELLA ROBUSTEZZA

### DANNO LATERALE ALTO E CENTRALE ALTO → URTI



**MODELLO ANALITICO** (urto perfettamente plastico):

$$L_e = q \frac{L^2}{2} (n_{r,s} + 1) \cdot \theta + \sum_{j=1}^{n_{r,s}} jqLH$$

$$L_i = 4M_p \cdot \theta + k_e \cdot (u_s - r_p)^2 \cdot \theta$$

$$L_e = L_i$$

$$\theta_{\max} = 0,2 \text{ rad}$$

$$\frac{\mu_{st}}{\mu_{dyn}} = \frac{10 \sum_{j=1}^{n_{r,s}} jH + (n_{r,s} + 1)L}{L}$$

Sovraccarico

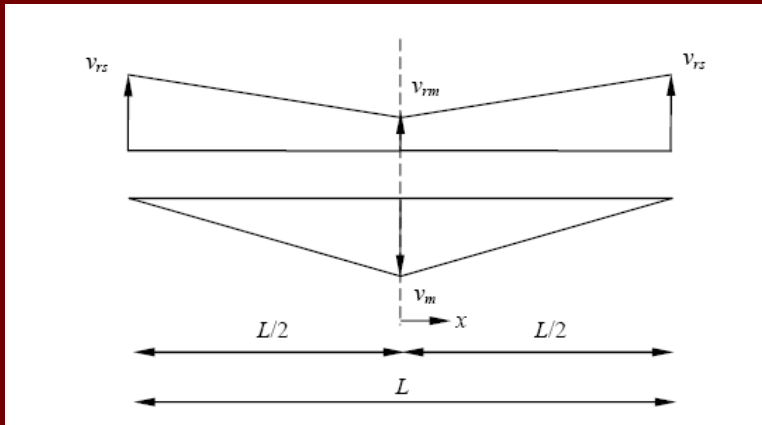


Non si adatta ai risultati delle simulazioni *DEM*!

## 2.2 MISURA DELLA ROBUSTEZZA

### DANNO LATERALE ALTO E CENTRALE ALTO → URTI

urto rigido



→ Rottura per concentrazione locale di energia dovuta all'impulso.

### RISULTATO ACQUISITO DALLE SIMULAZIONI:

Variando la rigidezza degli urti tra elementi *SDE* i risultati variano solamente del 10 %.

## 2.2 MISURA DELLA ROBUSTEZZA

### CONCLUSIONI :

- il livello gerarchico  $n$  non influenza la resistenza ultima dei telai non danneggiati ;
- il carico critico è inversamente proporzionale al livello gerarchico  $n$  ;
- il danno in posizione laterale è più gravoso per la struttura rispetto a quello in posizione centrale ;
- il rapporto di robustezza  $R_r$  decresce quando la struttura diventa meno gerarchica, ovvero quando aumenta  $n$  ; da ciò si può concludere che strutture con basso  $n$  (strutture gerarchiche) sono *più robuste* delle strutture con  $n$  più elevato (strutture omogenee);
- i risultati delle simulazioni *DEM* variano solamente del 10% al variare della rigidità degli impatti.

***GRAZIE A TUTTI PER L'ATTENZIONE***