

Transformaciones lineales y no lineales para espacios de color en procesamiento digital de imágenes

Jesús Antonio Vega Uribe y Marlon Alfonso Reyes Figueroa

Grupo de Investigación en Tratamiento de Señales y Microelectrónica
Dirección General de Investigaciones
Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga
Autopista a Piedecuesta Km. 7, Oficina F202
Floridablanca, Santander, Colombia.
e-mail: jvega@upbga.edu.co, jesus_antonio_vega@yahoo.es
e-mail: marlon.alfonso.reyes.figueroa@gmail.com

Resumen

Los espacios de color en procesamiento digital de imágenes a color son una herramienta importante ya que permiten analizar y aprovechar toda la información presente dentro de la imagen. Los recientes trabajos realizados en esta área se relacionan con segmentación de imágenes a color^{1,2,3}, análisis de textura⁴, morfología matemática⁵, estandarización de imágenes a color^{6,7,8} y localización de objetos⁹. Los sistemas no lineales son frecuentes en Espacios de Color no tradicionales (Espacio de Hering), pues estos buscan realzar ciertas particularidades de una imagen. Este documento presenta el trabajo realizado con las teorías de color de Colores Oponentes y Tricromaticidad en los espacios de color RGB y de colores oponentes como una representación tridimensional, utilizando transformaciones lineales y no lineales entre estos espacios de color; además se presentan dos soluciones numéricas para el sistema de ecuaciones no lineales planteado con base en un análisis numérico. Debido a los excelentes resultados obtenidos por los algoritmos, estos fueron implementados en un sistema para la segmentación de placas de vehículos involucrando los efectos de la iluminación.

Palabras clave: *estandarización de color, Espacio de Hering, espacio de color, segmentación de color.*

LINEAR AND NON-LINEAR TRANSFORMATIONS USING COLOR SPACES IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

Summary

Colour spaces in digital image processing are considered as excellent mathematical tools as they allow analysing all the information present on an image. Recent works in this area are related to colour image segmentation^{1,2,3}, texture analysis⁴, image morphology⁵, colour image standardization^{6,7,8}, and object localization⁹. Non-linear systems are frequently present in non-traditional colour spaces since they help to enhance some specific image characteristics. The present work is related with the study and application of two colour theories: Opponent Colours and Tricromaticity (RGB) as tridimensional representations, using linear and non-linear transformations among these colour spaces. In addition, this paper presents two numeric solutions to solve the implicit non-linear equation system. Due to the positive results obtained with the proposed algorithms, they were implemented to develop a computerized license plate segmentation system with the introduction of illumination effects.

Keywords: *color standardization, Hering space, color spaces, color segmentation.*

INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN

Existen dos teorías importantes que explican y dirigen la investigación sobre la visión del color: la teoría de la tricromaticidad, también conocida como la teoría de Young-Helmholtz, y la teoría de procesos-oponentes. Estas teorías son complementarias y explican los procesos que intervienen en diversos niveles en el sistema visual humano¹⁰. Por otra parte encontramos los espacios de color o modelos de color, los cuales provienen de modelos de sistemas visuales (RGB, espacio de colores oponentes, IHS) y también de adaptaciones del dominio técnico (colorimetría: XYZ, televisión: YUV, etc.) o desarrollados especialmente para el procesamiento de imágenes (por ejemplo, espacio Ohta, espacio Kodak Photo YCC, etc.)¹¹.

Los Espacios de Color convencionales, en el procesamiento digital de imágenes a color como, por ejemplo, el Espacio RGB, con el cual trabajan las cámaras digitales, son arreglos tridimensionales de las sensaciones del color.

Para llevar a cabo el análisis de ciertas imágenes se requiere transformar estas imágenes de su espacio original (Espacio RGB) a otros espacios convencionales tales como: Espacio de Colores Oponentes, Espacio CMY, Espacio CMYK o el Espacio HSI^{11,12,13}. Para estos espacios de color en ciertas aplicaciones como, por ejemplo, la segmentación con base en color o estandarización de imágenes, es necesario realizar algunas modificaciones en busca de un mejor aprovechamiento de las características de las imágenes. Estos nuevos espacios de color en su mayoría se representan matemáticamente por sistemas no lineales, lo cual hace compleja su apreciación en el espacio de color original.

La solución de un sistema de ecuaciones no lineales consiste en un conjunto de valores que simultáneamente deben ser el resultado de todas las ecuaciones igualadas a cero. La mayoría de los enfoques para determinar tales soluciones son extensiones de los métodos abiertos para resolver simples ecuaciones, como: el método de iteración de punto fijo, el método de Newton-Raphson y el método de cuasi-Newton o método Broyden. Después de varias pruebas realizadas a los métodos mencionados anteriormente, se obtuvo un excelente resultado mediante el desarrollo de dos algoritmos de análisis numérico, más concretamente relacionados con el método de Newton para sistemas de ecuaciones no lineales. Estos algoritmos se implementaron utilizando el software de desarrollo Matlab**, obteniendo muy buenos resultados.

CONCEPTUALIZACIÓN Y METODOLOGÍA

Espacios de color

En el Espacio RGB (Figura 1) cada color se representa por sus componentes espectrales primarios; rojo, verde y azul¹¹. Este modelo está basado sobre un sistema de coordenadas cartesianas [R G B].

El modelo RGB concuerda con el hecho de que el ojo humano percibe fuertemente el rojo, el verde y el azul. Sin embargo, cuando los humanos vemos el color de un objeto lo describimos por su tono, el cual es un atributo que describe la pureza del color; su saturación, que nos da una medida del grado al cual un color puro es diluido por la luz blanca, y brillantez o valor, que corresponden a una descripción de la intensidad o brillo del color. El modelo de color que se define en términos de estas tres componentes es el Espacio HSV, del inglés (Hue) Tono; (Saturation) Saturación; y (Value) Valor (Figura 2).

El Espacio de Hering o también llamado Espacio de Colores Oponentes (Figura 3) está inspirado por la fisiología del sistema visual humano (Proceso de Colores Oponentes) propuesto por Ewald Hering (1905), quien planteó la existencia de tres canales (procesos)

** Matlab Release 14 con licencia de la Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga.



Figura 1. Representación del Espacio de Color RGB

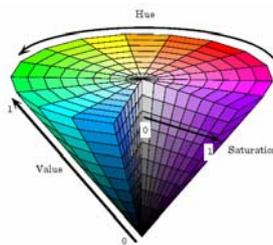


Figura 2. Representación del Espacio de Color HSV. Tomado de [22]



Figura 3. Transformación del Espacio de Color RGB al Espacio de Hering.

oponentes en el sistema visual humano: rojo-verde, denominado proceso RG; amarillo-azul, denominado proceso YB, y acromático (blanco-negro), denominado proceso WBk. La teoría de procesos oponentes de Hering fue uno de los primeros acercamientos para separar la luminancia de la cromaticidad.

La transformación del espacio RGB al espacio de Hering genera un sistema de ecuaciones lineales(Figura 4).



Figura 4. Representación del Espacio de Color de Hering.

Espacio de color del nuevo modelo de Hering

Recientes investigaciones realizadas en estandarización de imágenes⁶ concluyeron que “el rojo puro en RGB tiene valor en las tres componentes en Hering”, por lo que desarrollaron una nueva transformación no lineal [ecuación (1)] en la que el rojo puro no contenga valores en la componente YB de Hering, Figura 5.



Figura 5. Transformación no lineal del Espacio de Color RGB al nuevo Espacio de Hering.

$$\begin{aligned}
 RG &= R - G \\
 WBk &= \frac{1}{3}(R + G + B) \\
 YB &= \frac{RG}{255^2} \left(\frac{R + G}{2} - B \right) - \frac{B}{255} \left(B - \frac{R + G}{2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

En un sistema de ubicación de placas vehículo desarrollado con base en segmentación en color se comprobó que el espacio de color para el nuevo modelo de Hering (Figura 6), permite que los conjuntos de convergencia para la segmentación con base en color, se encuentren establecidos por rangos de menor tamaño (Tabla I) con el problema de visualizar la imagen luego de que ésta se ha transformado al nuevo modelo de Hering.

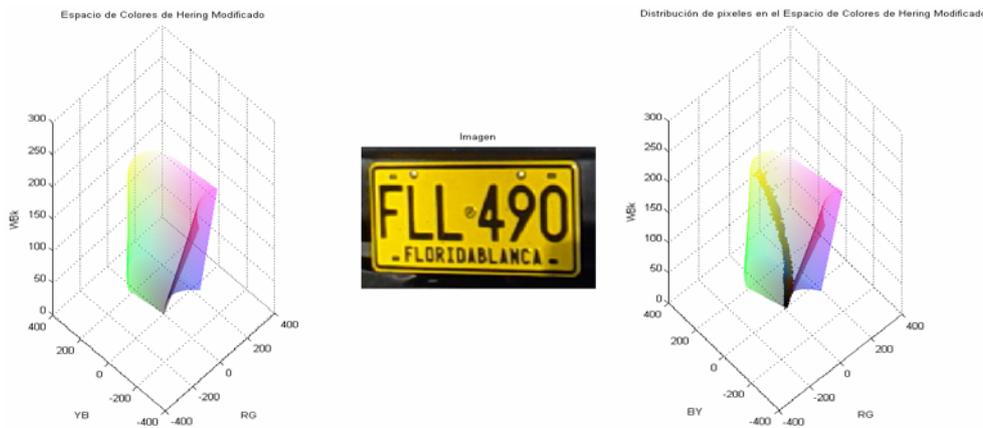


Figura 6. Representación del Espacio de Color de Hering modificado.

	Componente YB mínima	Componente YB máxima	Tamaño del Rango
Espacio de Color de Hering	4.5	110	105.5 ≈ 106
Espacio de Color de Hering modificado	0.3506344	19.79239	19.44175 ≈ 20

Tabla I. Conjuntos de convergencias del sistema de ubicación de placas de vehículos

Para lograr realizar esta transformación inversa no lineal se efectuaron dos pruebas, las cuales se describen a continuación:

- Se emplearon programas matemáticos por computador que trabajan desde el punto de vista simbólico, entre ellos Maple 7.0 y Mathematica 4.0, para hallar los sistemas de ecuación para la transformación inversa, pero los resultados fueron tres diferentes soluciones por cada componente de RGB, es decir, R1, G1, B1; R2, G2, B2; y R3, G3, B3, donde cada trío de solución generaba un número complejo para algunos colores de la imagen. Luego se desarrolló en Matlab un algoritmo en el que los tres tríos estuvieran presentes y con base en una comparación con el valor original(imagen original) se determinó cual de los tres tríos era el adecuado para cada uno de los píxeles. Este procedimiento arrojó buenos resultados para lograr visualizar en el modelo RGB una imagen que se ha transformado al nuevo espacio de Hering, pero presentó la desventaja de depender de una comparación de la imagen original, lo cual no es muy conveniente ya que en este proyecto la imagen original se pierde y lo que interesa es sólo el área de la placa de vehículo, debido a que las dimensiones de la imagen varían. Por tal motivo se descartó este procedimiento.

- El segundo procedimiento consistió en darle solución a esta transformación no lineal [ecuación (1)] por medio de análisis numérico. El primer método escogido es el método de Newton-Raphson ^{14,15,16} para un sistema no lineal de tres variables [ecuación (1)], el cual permite solucionar numéricamente un sistema no lineal $F(x) = 0$, dada una aproximación inicial P_0 , se genera una secuencia $\{P_k\}$ que converja a la solución P , es decir, $F(P) = 0$; para ello, el método de Newton-Raphson para sistemas de ecuaciones no lineales sigue la estrategia de linealizar y resolver, repitiendo los pasos con la frecuencia que sea necesaria.

Se considera el sistema no lineal,

$$\begin{aligned} R - G &= 0 \\ \frac{1}{3}(R + G + B) &= 0 \\ \frac{RG}{255^2} \cdot \left(\frac{R + G}{2} - B\right) - \frac{B}{255} \left(B - \frac{R + G}{2}\right) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Se utiliza el método de Newton-Raphson iniciando con (R_0, G_0, B_0) y se calcula (R_1, G_1, B_1) , (R_2, G_2, B_2) , hasta (R_n, G_n, B_n) teniendo en cuenta que el error cumpla con el criterio de parada de 1×10^{-3} .

El Algoritmo de Newton-Raphson (N-R) implementado se muestra a continuación:

Punto inicial(número aleatorio) $P1 = (R1, G1, B1)$

Paso 1_{N-R}. Se establece la tolerancia, la cual establece el criterio de parada.

$$\text{Tol} = \text{Error máximo permitido} \quad (3)$$

Paso 2_{N-R}. Mientras el error sea mayor que la tolerancia se ejecutan los pasos de 3 al 6.

Paso 3_{N-R}. Se evalúan las funciones

$$F(Rk, Gk, Bk) = \begin{bmatrix} f1(Rk, Gk, Bk) \\ f2(Rk, Gk, Bk) \\ f3(Rk, Gk, Bk) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$J(Rk, Gk, Bk) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial R}(f1(Rk, Gk, Bk)) & \frac{\partial}{\partial G}(f1(Rk, Gk, Bk)) & \frac{\partial}{\partial B}(f1(Rk, Gk, Bk)) \\ \frac{\partial}{\partial R}(f2(Rk, Gk, Bk)) & \frac{\partial}{\partial G}(f2(Rk, Gk, Bk)) & \frac{\partial}{\partial B}(f2(Rk, Gk, Bk)) \\ \frac{\partial}{\partial R}(f3(Rk, Gk, Bk)) & \frac{\partial}{\partial G}(f3(Rk, Gk, Bk)) & \frac{\partial}{\partial B}(f3(Rk, Gk, Bk)) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Paso 4_{N-R}. Se calcula el vector corrección ΔP resolviendo el sistema lineal de la ecuación 6, para poder determinar el siguiente punto de la iteración.

$$J(Rk, Gk, Bk)\Delta P = -F(Rk, Gk, Bk) \tag{6}$$

Paso 5_{N-R}. Se calcula el siguiente punto

$$P_{k+1} = P_k + \Delta P \tag{7}$$

Paso 6_{N-R}. Se calcula el error

$$Error = || \Delta P || \tag{8}$$

$$k = k + 1 \tag{9}$$

Paso 7_{N-R}. Salida

$$Raíz = P_k \tag{10}$$

El diagrama de bloques del algoritmo implementado se muestra en la Figura 7.

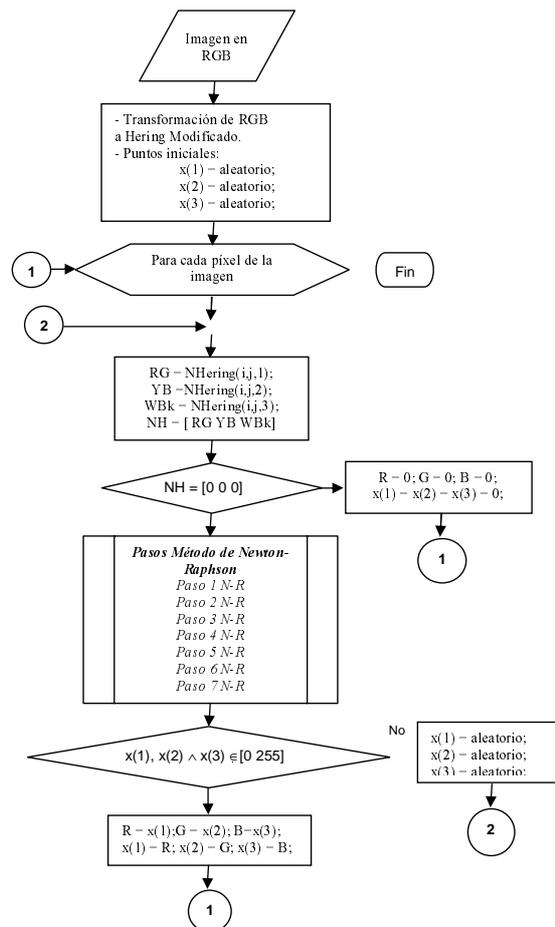


Figura 7. Diagrama de flujo del algoritmo del método de Newton-Raphson.

El segundo método numérico escogido pertenece a la técnica de actualizaciones de secante con cambio mínimo, también denominada Método cuasi-Newton o Método de Broyden¹⁴. El método de Broyden aventaja al método de Newton ya que este último requiere en cada iteración evaluar una matriz jacobiana, en cambio, el método de Broyden reemplaza la matriz jacobiana con una matriz de aproximación que se actualiza en cada iteración. La principal desventaja del método de Broyden sobre el de Newton es que se pierde la convergencia cuadrática obtenida en el de Newton. El algoritmo para el método de Broyden (B) se muestra a continuación:

Paso 1_B. Se establecemos la tolerancia

$$Tol = \text{Error máximo permitido} \quad (11)$$

$$k = 1 \quad (12)$$

Paso 2_B. Se evalúan las funciones

$$v = F(Rk, Gk, Bk) = \begin{bmatrix} f1(Rk, Gk, Bk) \\ f2(Rk, Gk, Bk) \\ f3(Rk, Gk, Bk) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$J_0 = J(Rk, Gk, Bk) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial R}(f1(Rk, Gk, Bk)) & \frac{\partial}{\partial G}(f1(Rk, Gk, Bk)) & \frac{\partial}{\partial B}(f1(Rk, Gk, Bk)) \\ \frac{\partial}{\partial R}(f2(Rk, Gk, Bk)) & \frac{\partial}{\partial G}(f2(Rk, Gk, Bk)) & \frac{\partial}{\partial B}(f2(Rk, Gk, Bk)) \\ \frac{\partial}{\partial R}(f3(Rk, Gk, Bk)) & \frac{\partial}{\partial G}(f3(Rk, Gk, Bk)) & \frac{\partial}{\partial B}(f3(Rk, Gk, Bk)) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$J_k = J_0^{-1} \quad (15)$$

Paso 3_B. Se calcula ΔP resolviendo el sistema lineal

$$\Delta P = -J_k v \quad (16)$$

Paso 5_B. Se calcula el siguiente punto

$$P_k = P_0 + \Delta P \quad (17)$$

$$k = k + 1 \quad (18)$$

Paso 6_B. Mientras el error sea mayor que la tolerancia, realice los pasos del 7 al 12.

Paso 7_B. Se establece

$$g = v \quad (19)$$

$$v = F(Rk, Gk, Bk) \quad (20)$$

$$y = v - -g \quad (21)$$

Paso 8_B. Se evalúa

$$z = -Jy \quad (22)$$

$$q = -\Delta P^t z \quad (23)$$

$$u^t = s^t J_{k-1} \quad (24)$$

Paso 9_B. Se aplica la fórmula de Sherman-Morrison, que permite calcular J_k^{-1} directamente de J_{k-1}^{-1} , con lo cual se prescinde de una inversión matricial en cada iteración.

$$J_k = J_{k-1} + (1/q)(\Delta P + z)u^t \quad (25)$$

Paso 10_B. Se evalúa

$$\Delta P = -J_k v \quad (26)$$

Paso 11_B. Se calcula el siguiente punto

$$P_{k+1} = P_k + \Delta P \quad (27)$$

Paso 12_B. Se calcula el error

$$Error = || \Delta P || \quad (28)$$

$$k = k + 1 \quad (29)$$

Paso 13_B. Salida

$$Raíz = P_k \quad (30)$$

De los algoritmos implementados de Newton-Raphson y Broyden, se toman algunos aspectos importantes:

- Como estos son procedimientos iterativos conllevan un gasto de tiempo considerable; por tal motivo, y tomando en cuenta que el color negro posee las mismas componentes en RGB y en Colores Oponentes, es decir, para cada componente su valor es cero, si el píxel en el modelo de Hering tiene valores (0,0,0), automáticamente a dicho píxel se le adjudica el valor de (0,0,0), en RGB.

- Los puntos iniciales del primer píxel evaluado de la imagen son puntos aleatorios, es decir, las componentes de P_0 son números enteros aleatorios dentro del rango [0 255]. Y los puntos iniciales del siguiente píxel y de los demás píxeles evaluados son los resultados del procedimiento para el píxel anterior.

- Si el determinante del Jacobiano es igual a cero o menor que $1 \cdot 10^{-16}$, se interrumpe el proceso y se reanuda con otros valores iniciales, determinados aleatoriamente, ya que si esto se presenta las ecuaciones 5 y 16 presentarían matrices singulares.

Resultados experimentales

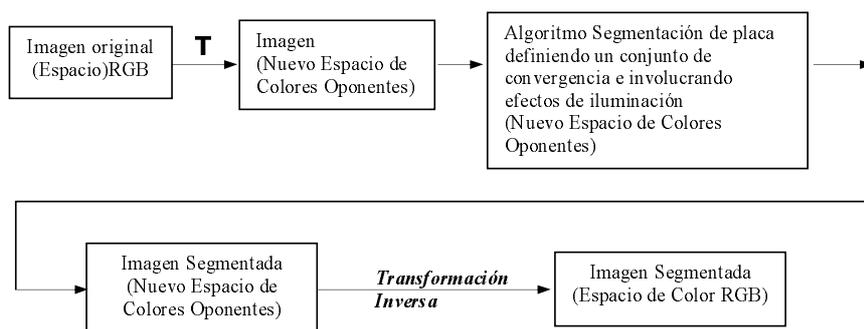
Para dar validez a los algoritmos implementados, se generaron varios ejemplos con imágenes tomadas principalmente en el aparcamiento de la Universidad en el transcurso de un día, con el fin de obtener diferentes grados de iluminación. La principal aplicación de los algoritmos diseñados es la segmentación de placas de vehículos de servicio particular en Colombia. La base de datos fue construida utilizando una cámara digital Sony referencia DSC-P51 con una resolución de 640x480.

Para realizar el cálculo de error entre la imagen original y la imagen obtenida después de la transformación inversa se utilizó el concepto de Error de mínimos cuadrados normalizado¹⁷.

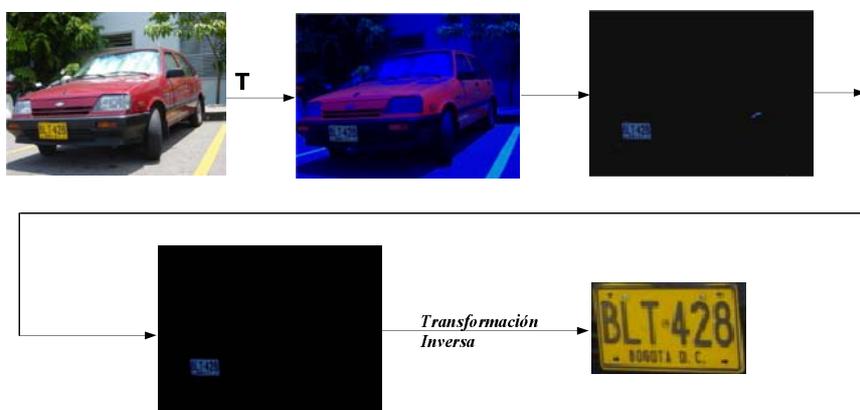
En los ejemplos siguientes se muestra que el método de Newton ofrece una mayor aproximación a la imagen original.

Pruebas realizadas

- Para cualquiera de las imágenes de la base de datos se tiene un diagrama de bloques que muestra las transformaciones realizadas con el fin de segmentar la placa del vehículo (Figura 8).



(a)



(b)

Figura 8. a) Diagrama de bloques del sistema de ubicación de placas de vehículos mediante segmentación de color. b) Ejemplo del sistema de ubicación de placas de vehículos mediante segmentación de color.

- A partir de un píxel de prueba tomado de la imagen de la Figura 9 se realizó un estudio comparativo con los métodos de Newton-Raphson y Broyden. En las Figuras 10 y 11 se muestra la rapidez de convergencia entre estos métodos.

Esta comparación fue realizada para un mismo valor de píxel en una imagen. En las anteriores figuras se puede apreciar fácilmente como el método de Newton converge con mayor rapidez, debido a su característica de convergencia cuadrática.



Figura 9. Imagen del píxel de prueba

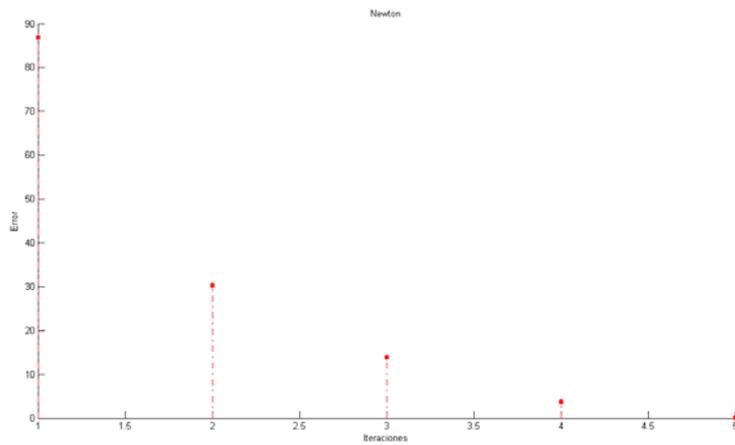


Figura 10. Convergencia del Método de Newton-Raphson sobre el píxel de prueba

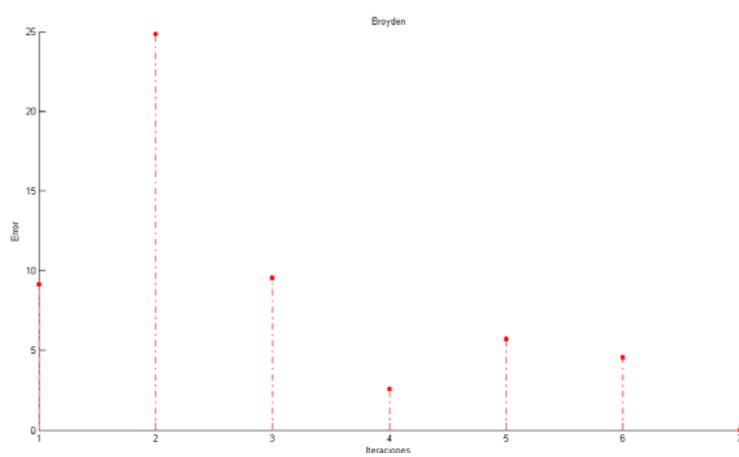


Figura 11. Convergencia del Método de Broyden sobre el píxel de prueba

- Paralelo entre los métodos de Newton-Raphson (Tabla II) y Broyden (Tabla III) sobre la Figura 12 y comparaciones entre estos métodos sobre algunas placas vehiculares Tablas IV, V, VI y VII.

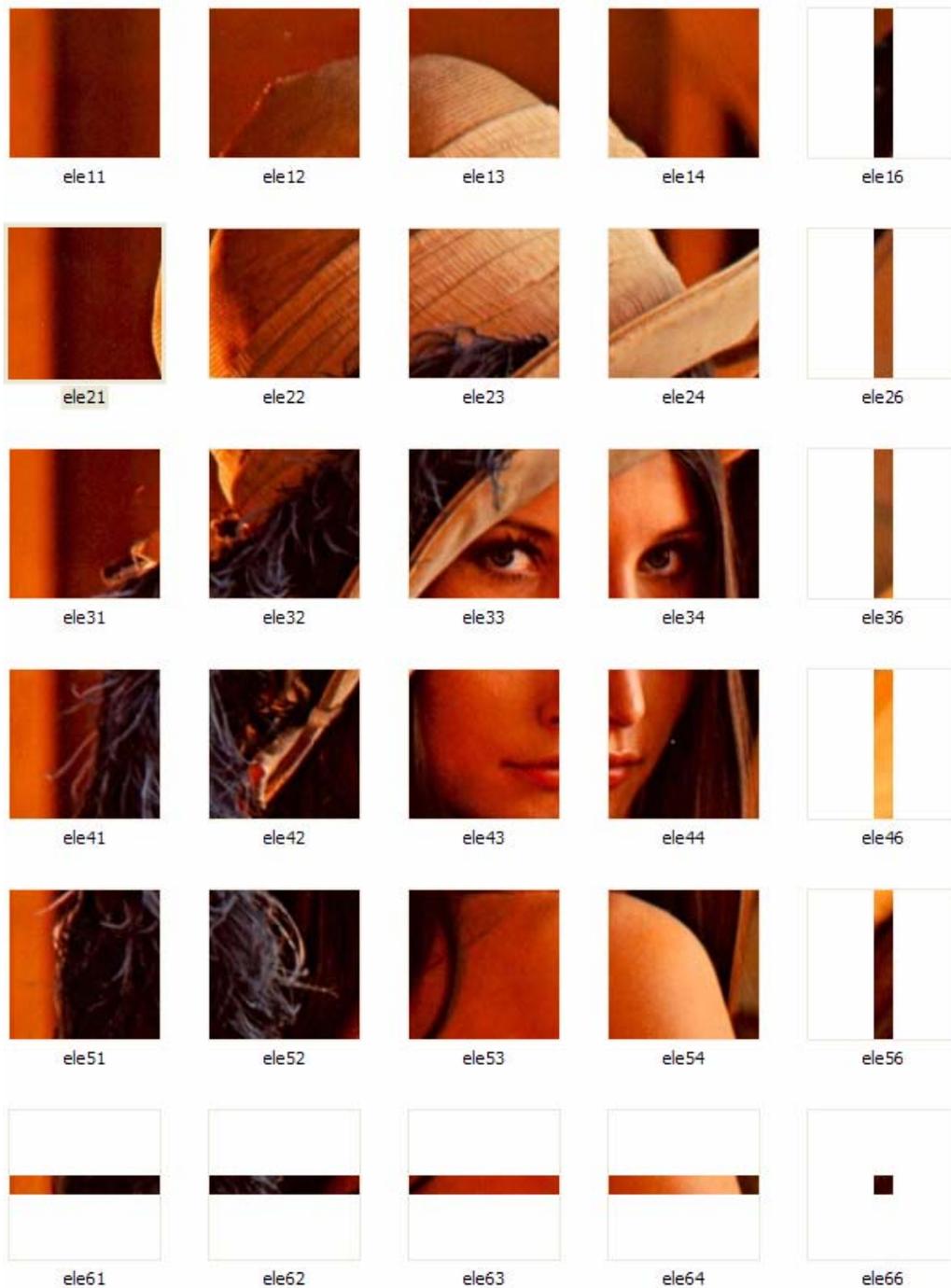


Figura 12. Imagen Lenna (512×512), dividida en 20 sub-imágenes de 100×100 , 5 sub-imágenes de 100×12 , 4 sub-imágenes de 12×100 y una sub-imagen de 12×12 .

Ele11 (100 × 100) Tiempo: 156.453" Sin Errores	Ele12 (100 × 100) Tiempo: 148.469" Sin Errores	Ele13 (100 × 100) Tiempo: 130.016" Sin Errores	Ele14 (100 × 100) Tiempo: 244.563" <table border="1"><tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr><tr><td>1.3147e-8</td></tr><tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr><tr><td>9.1661e-8</td></tr><tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr><tr><td>1.7824e-6</td></tr></table>	E_{NLSE-R}	1.3147e-8	E_{NLSE-G}	9.1661e-8	E_{NLSE-B}	1.7824e-6	Ele15 (100 × 100) Tiempo: 227.968" Sin Errores	Ele16 (100 × 12) Tiempo: 21.157" Sin Errores																		
E_{NLSE-R}																													
1.3147e-8																													
E_{NLSE-G}																													
9.1661e-8																													
E_{NLSE-B}																													
1.7824e-6																													
Ele21 (100 × 100) Tiempo: 167.172" <table border="1"><tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr><tr><td>1.3086e-6</td></tr><tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr><tr><td>1.2024e-5</td></tr><tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr><tr><td>0.00081057</td></tr></table>	E_{NLSE-R}	1.3086e-6	E_{NLSE-G}	1.2024e-5	E_{NLSE-B}	0.00081057	Ele22 (100 × 100) Tiempo: 235.375" <table border="1"><tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr><tr><td>1.045e-6</td></tr><tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr><tr><td>8.561e-6</td></tr><tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr><tr><td>0.00054896</td></tr></table>	E_{NLSE-R}	1.045e-6	E_{NLSE-G}	8.561e-6	E_{NLSE-B}	0.00054896	Ele23 (100 × 100) Tiempo: 150.265" Sin errores	Ele24 (100 × 100) Tiempo: 164.109" <table border="1"><tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr><tr><td>2.6109e-9</td></tr><tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr><tr><td>5.6658e-9</td></tr><tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr><tr><td>5.2123e-8</td></tr></table>	E_{NLSE-R}	2.6109e-9	E_{NLSE-G}	5.6658e-9	E_{NLSE-B}	5.2123e-8	Ele25 (100 × 100) Tiempo: 160.687" Sin Errores	Ele26 (100 × 12) Tiempo: 19.094" Sin Errores						
E_{NLSE-R}																													
1.3086e-6																													
E_{NLSE-G}																													
1.2024e-5																													
E_{NLSE-B}																													
0.00081057																													
E_{NLSE-R}																													
1.045e-6																													
E_{NLSE-G}																													
8.561e-6																													
E_{NLSE-B}																													
0.00054896																													
E_{NLSE-R}																													
2.6109e-9																													
E_{NLSE-G}																													
5.6658e-9																													
E_{NLSE-B}																													
5.2123e-8																													
Ele31 (100 × 100) Tiempo: 181.25" Sin Errores	Ele32 (100 × 100) Tiempo: 219.063" Sin Errores	Ele33 (100 × 100) Tiempo: 198.328" Sin Errores	Ele34 (100 × 100) Tiempo: 190.735" Sin Errores	Ele35 (100 × 100) Tiempo: 149.312" Sin Errores	Ele36 (100 × 12) Tiempo: 18.016" Sin Errores																								
Ele41 (100 × 100) Tiempo: 206.828" <table border="1"><tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr><tr><td>4.6524e-7</td></tr><tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr><tr><td>3.4938e-6</td></tr><tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr><tr><td>5.9495e-5</td></tr></table>	E_{NLSE-R}	4.6524e-7	E_{NLSE-G}	3.4938e-6	E_{NLSE-B}	5.9495e-5	Ele42 (100 × 100) Tiempo: 208.172" Sin Errores	Ele43 (100 × 100) Tiempo: 214.453" <table border="1"><tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr><tr><td>2.4785e-7</td></tr><tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr><tr><td>3.7077e-6</td></tr><tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr><tr><td>0.00028725</td></tr></table>	E_{NLSE-R}	2.4785e-7	E_{NLSE-G}	3.7077e-6	E_{NLSE-B}	0.00028725	Ele44 (100 × 100) Tiempo: 225.828" <table border="1"><tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr><tr><td>1.7046e-7</td></tr><tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr><tr><td>9.687e-7</td></tr><tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr><tr><td>1.1335e-5</td></tr></table>	E_{NLSE-R}	1.7046e-7	E_{NLSE-G}	9.687e-7	E_{NLSE-B}	1.1335e-5	Ele45 (100 × 100) Tiempo: 163.031" <table border="1"><tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr><tr><td>3.6351e-9</td></tr><tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr><tr><td>1.2272e-8</td></tr><tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr><tr><td>5.0471e-7</td></tr></table>	E_{NLSE-R}	3.6351e-9	E_{NLSE-G}	1.2272e-8	E_{NLSE-B}	5.0471e-7	Ele46 (100 × 12) Tiempo: 17.047" Sin Errores
E_{NLSE-R}																													
4.6524e-7																													
E_{NLSE-G}																													
3.4938e-6																													
E_{NLSE-B}																													
5.9495e-5																													
E_{NLSE-R}																													
2.4785e-7																													
E_{NLSE-G}																													
3.7077e-6																													
E_{NLSE-B}																													
0.00028725																													
E_{NLSE-R}																													
1.7046e-7																													
E_{NLSE-G}																													
9.687e-7																													
E_{NLSE-B}																													
1.1335e-5																													
E_{NLSE-R}																													
3.6351e-9																													
E_{NLSE-G}																													
1.2272e-8																													
E_{NLSE-B}																													
5.0471e-7																													
Ele51 (100 × 100) Tiempo: 227.734" <table border="1"><tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr><tr><td>9.4056e-7</td></tr><tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr><tr><td>6.5984e-6</td></tr><tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr><tr><td>0.0001851</td></tr></table>	E_{NLSE-R}	9.4056e-7	E_{NLSE-G}	6.5984e-6	E_{NLSE-B}	0.0001851	Ele52 (100 × 100) Tiempo: 175.282" Sin Errores	Ele53 (100 × 100) Tiempo: 183.406" Sin Errores	Ele54 (100 × 100) Tiempo: 208.859" Sin Errores	Ele55 (100 × 100) Tiempo: 179.766" Sin Errores	Ele56 (100 × 12) Tiempo: 24.109" Sin Errores																		
E_{NLSE-R}																													
9.4056e-7																													
E_{NLSE-G}																													
6.5984e-6																													
E_{NLSE-B}																													
0.0001851																													
Ele61 (12 × 100) Tiempo: 29.469" Sin Errores	Ele62 (12 × 100) Tiempo: 23.734" Sin Errores	Ele63 (12 × 100) Tiempo: 26" Sin Errores	Ele64 (12 × 100) Tiempo: 27.015" Sin Errores	Ele65 (12 × 100) Tiempo: 26.296" Sin Errores	Ele66 (12 × 12) Tiempo: 5.719" Sin Errores																								

Tabla II. Registro de tiempos y E_{NLSE} (Error de mínimos cuadrados normalizado, para cada componente del Espacio de color RGB, E_{NLSE-R} componente roja, E_{NLSE-G} componente verde y E_{NLSE-B} componente azul) obtenidos por transformación inversa mediante el Método de Newton-Raphson.

Ele11 (100 × 100) Tiempo: 809.391" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>3.005e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>3.634e-4</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.2006</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	3.005e-5	E_{NLSE-G}	3.634e-4	E_{NLSE-B}	0.2006	Ele12 (100 × 100) Tiempo: 1092.593" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>2.4538e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>2.7472e-4</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.0210</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	2.4538e-5	E_{NLSE-G}	2.7472e-4	E_{NLSE-B}	0.0210	Ele13 (100 × 100) Tiempo: 575.547" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>8.7945e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>2.4264e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>2.4050e-4</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	8.7945e-6	E_{NLSE-G}	2.4264e-5	E_{NLSE-B}	2.4050e-4	Ele14 (100 × 100) Tiempo: 1150.016" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>2.2731e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>1.5848e-4</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.0031</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	2.2731e-5	E_{NLSE-G}	1.5848e-4	E_{NLSE-B}	0.0031	Ele15 (100 × 100) Tiempo: 1409.672" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>2.7998e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>1.5237e-4</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.0073</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	2.7998e-5	E_{NLSE-G}	1.5237e-4	E_{NLSE-B}	0.0073	Ele16 (100 × 12) Tiempo: 143.188" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>1.4719e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>1.5480e-4</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.006</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	1.4719e-5	E_{NLSE-G}	1.5480e-4	E_{NLSE-B}	0.006
E_{NLSE-R}																																									
3.005e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
3.634e-4																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.2006																																									
E_{NLSE-R}																																									
2.4538e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
2.7472e-4																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.0210																																									
E_{NLSE-R}																																									
8.7945e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
2.4264e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
2.4050e-4																																									
E_{NLSE-R}																																									
2.2731e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
1.5848e-4																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.0031																																									
E_{NLSE-R}																																									
2.7998e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
1.5237e-4																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.0073																																									
E_{NLSE-R}																																									
1.4719e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
1.5480e-4																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.006																																									
Ele21 (100 × 100) Tiempo: 724.813" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>7.8002e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>7.1675e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.0048</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	7.8002e-6	E_{NLSE-G}	7.1675e-5	E_{NLSE-B}	0.0048	Ele22 (100 × 100) Tiempo: 989.813" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>1.9308e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>1.5818e-4</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.0101</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	1.9308e-5	E_{NLSE-G}	1.5818e-4	E_{NLSE-B}	0.0101	Ele23 (100 × 100) Tiempo: 292.468" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>8.7733e-7</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>2.4792e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>2.6786e-5</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	8.7733e-7	E_{NLSE-G}	2.4792e-6	E_{NLSE-B}	2.6786e-5	Ele24 (100 × 100) Tiempo: 371.172" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>1.8959e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>4.1134e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>3.8389e-5</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	1.8959e-6	E_{NLSE-G}	4.1134e-6	E_{NLSE-B}	3.8389e-5	Ele25 (100 × 100) Tiempo: 751.516" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>2.4022e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>6.1332e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>6.2426e-5</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	2.4022e-6	E_{NLSE-G}	6.1332e-6	E_{NLSE-B}	6.2426e-5	Ele26 (100 × 12) Tiempo: 33.375" Sin errores						
E_{NLSE-R}																																									
7.8002e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
7.1675e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.0048																																									
E_{NLSE-R}																																									
1.9308e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
1.5818e-4																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.0101																																									
E_{NLSE-R}																																									
8.7733e-7																																									
E_{NLSE-G}																																									
2.4792e-6																																									
E_{NLSE-B}																																									
2.6786e-5																																									
E_{NLSE-R}																																									
1.8959e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
4.1134e-6																																									
E_{NLSE-B}																																									
3.8389e-5																																									
E_{NLSE-R}																																									
2.4022e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
6.1332e-6																																									
E_{NLSE-B}																																									
6.2426e-5																																									
Ele31 (100 × 100) Tiempo: 711.672" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>9.1435e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>8.5650e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.0040</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	9.1435e-6	E_{NLSE-G}	8.5650e-5	E_{NLSE-B}	0.0040	Ele32 (100 × 100) Tiempo: 977.453" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>1.3250e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>7.3812e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>9.3817e-4</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	1.3250e-5	E_{NLSE-G}	7.3812e-5	E_{NLSE-B}	9.3817e-4	Ele33 (100 × 100) Tiempo: 614.625" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>4.4260e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>1.7332e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>2.0345e-4</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	4.4260e-6	E_{NLSE-G}	1.7332e-5	E_{NLSE-B}	2.0345e-4	Ele34 (100 × 100) Tiempo: 678.016" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>4.8921e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>1.8055e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>2.1795e-4</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	4.8921e-6	E_{NLSE-G}	1.8055e-5	E_{NLSE-B}	2.1795e-4	Ele35 (100 × 100) Tiempo: 565.25" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>5.4685e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>2.5006e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.0011</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	5.4685e-6	E_{NLSE-G}	2.5006e-5	E_{NLSE-B}	0.0011	Ele36 (100 × 12) Tiempo: 24.5" Sin errores						
E_{NLSE-R}																																									
9.1435e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
8.5650e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.0040																																									
E_{NLSE-R}																																									
1.3250e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
7.3812e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
9.3817e-4																																									
E_{NLSE-R}																																									
4.4260e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
1.7332e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
2.0345e-4																																									
E_{NLSE-R}																																									
4.8921e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
1.8055e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
2.1795e-4																																									
E_{NLSE-R}																																									
5.4685e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
2.5006e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.0011																																									
Ele41 (100 × 100) Tiempo: 671.282" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>6.6914e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>5.0250e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>8.6709e-4</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	6.6914e-6	E_{NLSE-G}	5.0250e-5	E_{NLSE-B}	8.6709e-4	Ele42 (100 × 100) Tiempo: 881.718" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>3.46e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>1.1566e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>8.0480e-5</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	3.46e-6	E_{NLSE-G}	1.1566e-6	E_{NLSE-B}	8.0480e-5	Ele43 (100 × 100) Tiempo: 1152.032" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>2.1742e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>3.2524e-4</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.00252</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	2.1742e-5	E_{NLSE-G}	3.2524e-4	E_{NLSE-B}	0.00252	Ele44 (100 × 100) Tiempo: 1007.703" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>4.8957e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>2.7822e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>3.2452e-4</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	4.8957e-6	E_{NLSE-G}	2.7822e-5	E_{NLSE-B}	3.2452e-4	Ele45 (100 × 100) Tiempo: 357.844" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>1.9757e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>6.6025e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>2.7166e-4</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	1.9757e-6	E_{NLSE-G}	6.6025e-6	E_{NLSE-B}	2.7166e-4	Ele46 (100 × 12) Tiempo: 14.156" Sin errores						
E_{NLSE-R}																																									
6.6914e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
5.0250e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
8.6709e-4																																									
E_{NLSE-R}																																									
3.46e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
1.1566e-6																																									
E_{NLSE-B}																																									
8.0480e-5																																									
E_{NLSE-R}																																									
2.1742e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
3.2524e-4																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.00252																																									
E_{NLSE-R}																																									
4.8957e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
2.7822e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
3.2452e-4																																									
E_{NLSE-R}																																									
1.9757e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
6.6025e-6																																									
E_{NLSE-B}																																									
2.7166e-4																																									
Ele51 (100 × 100) Tiempo: 903.687" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>4.2848e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>3.0060e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>8.5029e-4</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	4.2848e-6	E_{NLSE-G}	3.0060e-5	E_{NLSE-B}	8.5029e-4	Ele52 (100 × 100) Tiempo: 828.953" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>1.2837e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>2.9201e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>1.1284e-4</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	1.2837e-5	E_{NLSE-G}	2.9201e-5	E_{NLSE-B}	1.1284e-4	Ele53 (100 × 100) Tiempo: 1306.859" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>6.1302e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>0.0011</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.2927</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	6.1302e-5	E_{NLSE-G}	0.0011	E_{NLSE-B}	0.2927	Ele54 (100 × 100) Tiempo: 496.969" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>1.9149e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>6.1556e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>8.444e-5</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	1.9149e-6	E_{NLSE-G}	6.1556e-6	E_{NLSE-B}	8.444e-5	Ele55 (100 × 100) Tiempo: 627.016" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>1.0434e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>3.4563e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.0018</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	1.0434e-5	E_{NLSE-G}	3.4563e-5	E_{NLSE-B}	0.0018	Ele56 (100 × 12) Tiempo: 91.813" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>8.9342e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>4.2084e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.0037</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	8.9342e-6	E_{NLSE-G}	4.2084e-5	E_{NLSE-B}	0.0037
E_{NLSE-R}																																									
4.2848e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
3.0060e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
8.5029e-4																																									
E_{NLSE-R}																																									
1.2837e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
2.9201e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
1.1284e-4																																									
E_{NLSE-R}																																									
6.1302e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
0.0011																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.2927																																									
E_{NLSE-R}																																									
1.9149e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
6.1556e-6																																									
E_{NLSE-B}																																									
8.444e-5																																									
E_{NLSE-R}																																									
1.0434e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
3.4563e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.0018																																									
E_{NLSE-R}																																									
8.9342e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
4.2084e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.0037																																									
Ele61 (12 × 100) Tiempo: 125.953" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>3.5619e-7</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>2.5373e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>6.4681e-4</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	3.5619e-7	E_{NLSE-G}	2.5373e-6	E_{NLSE-B}	6.4681e-4	Ele62 (12 × 100) Tiempo: 119.64" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>1.0459e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>6.4649e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>2.6611e-4</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	1.0459e-5	E_{NLSE-G}	6.4649e-5	E_{NLSE-B}	2.6611e-4	Ele63 (12 × 100) Tiempo: 190.219" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>3.1647e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>7.8830e-4</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.3858</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	3.1647e-5	E_{NLSE-G}	7.8830e-4	E_{NLSE-B}	0.3858	Ele64 (12 × 100) Tiempo: 74.922" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>6.6482e-6</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>2.2738e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>2.7827e-4</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	6.6482e-6	E_{NLSE-G}	2.2738e-5	E_{NLSE-B}	2.7827e-4	Ele65 (12 × 100) Tiempo: 94.172" <table border="1"> <tr><td>E_{NLSE-R}</td></tr> <tr><td>2.6357e-5</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-G}</td></tr> <tr><td>1.3281e-4</td></tr> <tr><td>E_{NLSE-B}</td></tr> <tr><td>0.0306</td></tr> </table>	E_{NLSE-R}	2.6357e-5	E_{NLSE-G}	1.3281e-4	E_{NLSE-B}	0.0306	Ele66 (12 × 12) Tiempo: 14.532" Sin errores						
E_{NLSE-R}																																									
3.5619e-7																																									
E_{NLSE-G}																																									
2.5373e-6																																									
E_{NLSE-B}																																									
6.4681e-4																																									
E_{NLSE-R}																																									
1.0459e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
6.4649e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
2.6611e-4																																									
E_{NLSE-R}																																									
3.1647e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
7.8830e-4																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.3858																																									
E_{NLSE-R}																																									
6.6482e-6																																									
E_{NLSE-G}																																									
2.2738e-5																																									
E_{NLSE-B}																																									
2.7827e-4																																									
E_{NLSE-R}																																									
2.6357e-5																																									
E_{NLSE-G}																																									
1.3281e-4																																									
E_{NLSE-B}																																									
0.0306																																									

Tabla III. Registro de tiempos y E_{NLSE} (Error de mínimos cuadrados normalizado, para cada componente del Espacio de color RGB, E_{NLSE-R} componente roja, E_{NLSE-G} componente verde y E_{NLSE-B} componente azul) obtenidos por transformación inversa mediante el Método de Broyden.

<i>Inversa Método Newton</i>	<i>Inversa Método Broyden</i>
Imagen original 	Imagen original 
Imagen transformada 	Imagen transformada 
ElseRED_Norm =0 ElseGREEN_Norm =0 ElseBLUE_Norm =0	ElseRED_Norm = 7.3326e-007 ElseGREEN_Norm = 1.0732e-006 ElseBLUE_Norm = 6.0138e-005

Tabla IV. Comparación de imágenes y errores de mínimos cuadrados normalizado de los métodos de inversa empleados en imagen de placa segmentada

<i>Inversa Método Newton</i>	<i>Inversa Método Broyden</i>
Imagen original 	Imagen original 
Imagen transformada 	Imagen transformada 
ElseRED_Norm =0 ElseGREEN_Norm =0 ElseBLUE_Norm =0	ElseRED_Norm = 9.4686e-006 ElseGREEN_Norm = 1.3412e-005 ElseBLUE_Norm = 3.8340e-004

Tabla V. Comparación de imágenes y errores de mínimos cuadrados normalizado de los métodos de inversa empleados en imagen de placa segmentada

<i>Inversa Método Newton</i>	<i>Inversa Método Broyden</i>
Imagen original 	Imagen original 
Imagen transformada 	Imagen transformada 
ElseRED_Norm =0 ElseGREEN_Norm =0 ElseBLUE_Norm =0	ElseRED_Norm = 3.7192e-007 ElseGREEN_Norm = 5.4517e-007 ElseBLUE_Norm = 3.4042e-005

Tabla VI. Comparación de imágenes y errores de mínimos cuadrados normalizado de los métodos de inversa empleados en imagen de placa segmentada

<i>Inversa Método Newton</i>	<i>Inversa Método Broyden</i>
Imagen original 	Imagen original 
Imagen transformada 	Imagen transformada 
ElseRED_Norm = 1.8120e-008 ElseGREEN_Norm = 2.5200e-008 ElseBLUE_Norm = 1.0268e-006	ElseRED_Norm = 4.7566e-007 ElseGREEN_Norm = 6.6150e-007 ElseBLUE_Norm = 2.7017e-005

Tabla VII. Comparación de imágenes y errores de mínimos cuadrados normalizado de los métodos de inversa empleados en imagen de placa segmentada

En las Figuras 13 y 14 se muestra el resultado de la segmentación de placas de vehículos usando el espacio de color del nuevo modelo de Hering, con base en los conjuntos de convergencia definidos en la Tabla I. En estas dos imágenes se observa la invarianza al efecto de la iluminación generada por las luces del vehículo en la segmentación de la placa.



Figura 13. Resultado segmentación de placa usando espacio de color del nuevo modelo de Hering, considerando la iluminación generada por las luces del vehículo.



Figura 14. Resultado segmentación de placa usando espacio de color del nuevo modelo de Hering, sin considerar el efecto de la iluminación de las luces del vehículo.

CONCLUSIONES

- Durante el desarrollo de las pruebas de los algoritmos se determinó que el método de Newton-Raphson ofrece una mayor rapidez de ejecución y un porcentaje de error mucho menor que el método de Broyden.
- Los porcentajes de error que aparecen en la ejecución de los programas se deben a que para ciertos tríos de entrada existen varias posibles raíces. Como se aprecia, los resultados son prácticamente exactos por lo que su aplicación es totalmente recomendada en el área de procesamiento de imágenes.
- La única desventaja de la implementación de estos métodos numéricos está en que no podemos trabajar las imágenes como matrices sino, que debemos implementar el procedimiento píxel por píxel lo que hace que el tiempo de ejecución de los métodos sea extenso.
- Gracias a los excelentes resultados obtenidos, estos algoritmos se emplearon en un sistema de ubicación de placas de vehículo (Figura 8) logrando resultados satisfactorios.

REFERENCIAS

- 1 W. Skarbek y A. Koschan, "Colour Image Segmentation - A Survey-", *Techniser Berich*, pp. 94-32, (1994).
- 2 J. Liu, "Multiresolution Colour Image Segmentation", Department of Computational Science University of Saskatchewan, (1993).
- 3 S. Fischer, P. Schmid y J. Guilloid, "Analysis of skin lesions with pigmented networks", *Proceedings of the International Conference on Image Processing*, (1996).
- 4 A. Drimbaream y P. F. Whelan, "Colour texture analysis: A comparative study", Vision System Laboratory, School of Electronic Engineering, Dublin City University, (2000).
- 5 A. Hanbury y J. Serra, "Mathematical Morphology in the HLS Colour Space", (2001).
- 6 Z. Garzon Z y A. Restrepo P., "Avances en estandarización de color en imágenes digitales bajo condiciones de iluminación cambiante", *Memorias VIII Simposio de Tratamiento de Señales, Imágenes y Visión Artificial*, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia, (2002).
- 7 Alfredo Restrepo Palacios y Jesús A. Vega, "Localized color contrast enhancement", *IX Simposio de Tratamiento de Señales, Imágenes y Visión Artificial*, Universidad Nacional sede Manizales, Manizales, Colombia, (2004).
- 8 Alfredo Restrepo, Alejandra Nieto, Sandra Ardila, y Jesús Vega, "An Aproximation to Color standardization", *4th IASTED International Conference on Signal and Image Processing*, Kauai, Hawaii, USA, (2002).
- 9 U. Nehmzow y H. V. Neto, "Locating Objects Visually Using Opposing-Colour-Channel Coding", *Proc. Towards Intelligent Mobile Robots, TIMR*, (2003).
- 10 Bai Hangliang y Lin Changping, "An hybrid license plate extraction method based on edge statistics and morphology", *Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition*, (2004).
- 11 S. J. Sangwine y R. E. N. Horner, "*The Colour Image Processing Handbook*", Chapman & Hall, (1998).
- 12 R. C. Gonzalez y R. E. Woods, "*Digital Image Processing*", Prentice Hall, Inc., (2001).
- 13 J. C. Russ, "*The Image Processing Handbook*", CRC Press, (2002).
- 14 R. L. Burden y J. D. Faires, "*Análisis Numérico*", International Thomson Editores, S. A., (2002).
- 15 J. H. Mathews y K. D. Fink, "*Métodos Numéricos con Matlab*", Prentice Hall, Inc., (2000).
- 16 S. C. Chapra y R. P. Canale, "*Métodos Numéricos para Ingenieros*", Mc Graw-Hill, (1999) .
- 17 W. K. Pratt, "*Digital Image Processing/3E*", John Wiley, (2001).
- 18 Varsha Kamat y Subramaniam Ganesan, "An Efficient implementation of the Hough transform for detecting vehicle license plates using DSP's", *Real-Time Technology and Applications Symposium*, (1995).
- 19 T. Naito, K. Yamada, T. Tsukada, K. Kozuda y S. Yamamoto, "License plate recognition method for inclined plates outdoors", *International Conference on Information Intelligence and Systems*, (1999).
- 20 Jun-Wei Hsieh, Shih-Hao Yu y Ling-Shang Chen, "Morphology-based license plate detection from complex scenes", *Proceedings 16th International Conference on Pattern Recognition*, (2002).

- 21 Muhammad Sarfraz, Mohammed Jamael Ahmed y Syed A. Ghazi, "Saudi Arabian license plate recognition system", *Proceedings of the 2003 International Conference on Geometric Modeling and Graphics*, (2003).
- 22 M. Shridhar, J. W. V. Miller, G. Houle y Leendert Bijnagte, "Recognition of license plate images: issues and perspectives", *Fifth International Conference on Document Analysis and Recognition*, (1999).
- 23 "Image Processing Toolbox for use with Matlab", user's guide version 5, The Mathworks, Inc., (2004).
- 24 I. Pitas, "Digital Image Processing and Applications", John Wiley, (2000).