

MODELO ANALÍTICO PARA TURBINAS EÓLICAS SOMETIDAS A MOVIMIENTOS SÍSMICOS¹

Otoniel Díaz Nevárez² y Luis E. Suárez³

Resumen: La evaluación de la integridad estructural de las turbinas eólicas sometidas a terremotos es un tema poco estudiado debido en parte a la complejidad que conlleva modelar la dinámica rotacional del sistema en operación. Este estudio presenta el desarrollo de un modelo analítico de una turbina eólica de tres paletas con eje horizontal que gira a velocidad constante y es sometida a un movimiento de la base. El rotor se modela como un sistema compuesto de barras esbeltas conectadas al buje por medio de pasadores y resortes torsionales. La torre se modela por medio de tres elementos de vigas. Para evaluar la estabilidad del sistema y la extracción de los modos de vibración del sistema en operación se usó la teoría de Floquet para sistemas periódicos. Los resultados muestran que ante un terremoto los primeros dos modos de vibración de la torre en cada dirección (frontal y lateral) son los que se excitan predominantemente. Se encontró que la dirección lateral de la turbina es la más susceptible a sufrir desplazamientos mayores y a tener problemas de resonancia por carecer de suficiente amortiguamiento. Si bien la turbina en consideración resistió las cargas inducidas por los terremotos evaluados, se encontró que la parte más susceptible del sistema es la parte superior de la torre. Se encontró además que la combinación de las cargas de terremoto junto a las cargas de viento promedio controla el diseño de la sección superior de la torre en vez de las cargas de viento extremo.

Palabras clave: análisis sísmico, modos óptimos, momentos giroscópicos, teoría de Floquet, turbinas eólicas.

AN ANALYTICAL MODEL FOR WIND TURBINES SUBJECTED TO SEISMIC MOTIONS

Abstract: The evaluation of wind turbines subjected to seismic loads has not received much attention, in part due to the complexity of modeling the rotational dynamics of the system in operation. This paper presents the development of an analytical model of a horizontal axis, three-bladed wind turbine that rotates with constant angular velocity and is subjected to strong base motions. The rotor is modeled by a system of rigid and slender bars joined to the hub by pins and torsion springs. The tower is modeled by three beam elements. Floquet's theory for periodic systems was used for the evaluation of the stability of the system and the extraction of the vibration modes of the system in operation. The results show that the tower's first two modes in each direction (fore-aft and lateral) are those easiest to excite. It was found that the lateral side of the turbine is more susceptible to undergo larger displacements and have resonance problems due to the weak damping in that direction. Notwithstanding the examined wind turbine properly endured the seismic loads, it was found that the weakest point of the system is located at the upper tower section. It was also found that the seismic loads plus the average wind loads combination controls the design of the upper tower section, instead of the extreme wind loads.

Key words: Floquet's theory, gyroscopic moments, optimum mode shapes, seismic analysis, wind turbines.

¹ Artículo recibido el 2 de febrero de 2012 y aceptado para publicación el 23 de mayo de 2012.

² Catedrático Auxiliar, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Bayamón, Bayamón, PR 00957. E-mail: odiaz@bc.inter.edu

³ Catedrático, Departamento de Ingeniería Civil y Agrimensura, Universidad de Puerto Rico, Mayagüez, PR 00681-9000. E-mail: luis.suarez3@upr.edu

INTRODUCCIÓN

Debido al incremento en el precio del petróleo durante los últimos años, la industria de la energía eólica ha visto un crecimiento substancial en muchos países industrializados. A esto se añade el reclamo ambiental cada vez más generalizado de utilizar fuentes de energía limpia para disminuir los efectos del calentamiento global, en parte producto de las plantas generadoras basadas en el consumo de combustibles fósiles. Muchas de estas nuevas turbinas han sido y están siendo instaladas en lugares susceptibles a experimentar terremotos intensos. Por ejemplo, en los últimos años, países con regiones de alta actividad sísmica como China, India y los Estados Unidos se han convertido en los mayores productores mundiales de energía eólica y han desplazado a los tradicionales productores localizados en el norte de Europa (WWEA, 2010). Sólo en los Estados Unidos, el Departamento de Energía espera que para el año 2030 la generación de energía eólica comprenda el 20% de la producción total de energía en toda la nación (DOE, 2008). Debido a la importancia y al alto costo de estos sistemas, es muy importante que los generadores eólicos puedan resistir los efectos adversos de un terremoto y mantenerse funcionales para brindar la energía eléctrica indispensable en los procesos de recuperación y rescate luego del suceso.

En la literatura técnica no se han encontrado, a la fecha, reportes de fallas estructurales en las turbinas eólicas causadas por terremotos, lo que podría interpretarse como una buena señal de que estas estructuras pueden sostener las cargas adicionales impuestas por los fuertes sismos (Prowell y Veers, 2009). Sin embargo, esto no implica que las turbinas actuales y futuras no sean susceptibles a la ocurrencia de daños por terremotos, ya que constantemente la tendencia de la industria es aumentar el tamaño y la altura del rotor, acrecentando de este modo las fuerzas de inercia y, por consiguiente, los momentos y las fuerzas cortantes en la torre en caso de un terremoto.

La evaluación sísmica de los componentes estructurales de las turbinas eólicas requiere de un modelo analítico de alta complejidad. La dificultad en el análisis se debe principalmente a la dinámica asociada al movimiento rotacional de las paletas y a su flexibilidad. A esto se le añaden los efectos aerodinámicos en las paletas que pueden ser inducidos simultáneamente por el movimiento de la base y la flexión de la torre durante un terremoto.

Cuando se estudia el movimiento en tres dimensiones de un cuerpo que está rotando constantemente en un eje, (dígase, el eje x) cualquier rotación adicional en otro eje perpendicular a éste (por ejemplo en y) genera un momento de reacción ortogonal a ambos ejes (o sea, en el eje z). Este momento se conoce como momento giroscópico. En el caso de una turbina eólica, el movimiento de la base debido a un terremoto puede flexionar la torre de la turbina hacia delante y hacia atrás causando un cambio en el ángulo del plano del rotor con respecto a su plano vertical original. Debido a ese cambio, se genera un momento giroscópico, el cual hace que la torre se flexione también lateralmente. De esta forma, el movimiento de la turbina, vista desde arriba, no ocurre en un plano y por el contrario sigue un movimiento elíptico. Este fenómeno también se puede dar si el terremoto mueve la torre de lado a lado y el centro de masa de los componentes que están sobre la torre no coincide con el centro de rigidez del sistema. Esta excentricidad origina un giro de torsión en la torre resultando en la generación de un momento giroscópico que flexiona la torre hacia el frente y hacia atrás.

Hasta la fecha de este estudio, el desarrollo de modelos que consideren estos efectos bajo cargas sísmicas ha sido muy limitado lo que ha motivado el desarrollo de un nuevo modelo que, si bien tiene simplificaciones, aún retiene las características dinámicas esenciales de una turbina completa cuando se encuentra en operación.

ESTÁNDARES DE DISEÑO

En la actualidad existen varias guías o estándares relacionados al diseño de las turbinas eólicas. Entre ellas las más utilizadas son: *Guidelines for the Certification of Wind Turbines* (Risø, 2001), las guías alemanas tituladas *Guidelines for the Certification of Wind Turbines* (GL, 2003) y, quizás las guías más utilizadas, aquellas desarrolladas por la International Electrotechnical Commission, *Wind Turbines – Part 1 Design Requirements* (IEC, 2005).

En términos generales, los estándares proveen guías y procedimientos para determinar la velocidad de viento promedio y las velocidades de ráfagas de viento y cómo éstas deben ser utilizadas en el diseño estructural de los componentes como las paletas, la torre y los cimientos. Además se especifican las combinaciones de carga de diseño para análisis de carga última y de fatiga. También se discuten en ellas los sistemas de control y de protección, los sistemas eléctricos, así como la instalación, operación y mantenimiento de la turbina. Las fuentes de solicitaciones que se consideran típicamente en el diseño son: cargas aerodinámicas, gravitacionales, de inercia

(incluyendo las fuerzas centrífugas y los momentos giroscópicos) y cargas operacionales debidas a la acción del sistema de control como lo son, por ejemplo, el frenado, la desconexión del generador, la orientación del rotor en favor del viento (“yawing”), el giro de la paleta alrededor de su eje longitudinal (“pitching”).

Es llamativo que previo al año 2001 los estándares de diseño existentes no consideraran los efectos de los terremotos en las turbinas. Posteriormente, debido a la demanda en la estimación de las cargas de terremotos en regiones sísmicamente activas, las últimas revisiones han incorporado procesos simplificados para estimar la carga sísmica. De los tres estándares más usados, las guías de Risø sugieren el uso de la metodología más simplificada y de uso general para calcular las cargas sísmicas. Ésta se basa en un modelo de un grado de libertad en donde la masa es concentrada en lo alto de la torre y en la utilización de espectros de respuesta del sitio o de registros sísmicos obtenidos en la zona. Los otros dos estándares proveen regulaciones más específicas sobre cómo debe realizarse el análisis sísmico a la hora de diseñar la turbina. Aunque no adoptan un modelo en particular, estos documentos establecen el periodo de recurrencia para el terremoto de diseño en 475 años, las combinaciones de cargas a utilizarse y prescriben el uso de análisis de respuesta en el dominio del tiempo o de la frecuencia y la cantidad de modos que deben considerarse.

ESTUDIOS PREVIOS

Un estudio preparado por Prowell and Veers (2009) presenta una buena recopilación de la literatura existente relacionada al modelaje de turbinas eólicas para análisis sísmico. Los autores clasifican los modelos desarrollados en dos grupos: aquellos que modelan el sistema concentrando la masa del rotor y de la cabina en la parte superior de la torre, y otros que consideran la estructura completa incluyendo el rotor, la flexibilidad de las aspas y aspectos aerodinámicos. Si bien los modelos de un grado de libertad ofrecen la ventaja de eliminar la complejidad de modelar el rotor a costa de ignorar efectos inherentes a la naturaleza rotacional del sistema como los momentos giroscópicos, sólo es posible analizar con ellos las cargas generadas en la torre. En este grupo se encuentran los primeros modelos desarrollados, en los cuales la masa del rotor y de la cabina se concentra en lo alto de la torre y la torre se modela con múltiples elementos finitos tipo cáscara (e.g., Bazeos et al., 2002 y Lavassas et al., 2003).

Posteriormente se desarrollaron modelos de la turbina completa. Por ejemplo, Witcher (2005) actualizó un modelo previamente desarrollado para el programa de computadoras para diseño de turbinas eólicas conocido como GH Bladed (Bossanyi, 2003) para incluir en éste los efectos sísmicos. La turbina se estudia usando un modelo modal de múltiples grados de libertad y puede utilizar como señal de entrada registros de acelerogramas de terremotos históricos o bien generar un terremoto artificial partiendo de un espectro de respuesta de diseño especificado. El autor presenta algunos resultados preliminares del estudio de una turbina de 2MW con un rotor de 80 m de diámetro a una altura de 60 m sujeta simultáneamente a cargas de viento y de terremoto. Witcher encontró que la demanda en el momento basal utilizando técnicas analíticas en el dominio del tiempo es congruente con la demanda obtenida con el método de espectro de respuesta propuesto para edificaciones por el *Uniform Building Code* (UBC, 1997). Sin embargo, cuando el rotor de la turbina se encuentra en reposo, la demanda en el momento basal es un 79% más grande que el obtenido por el método del espectro de respuesta. El autor entiende que esta variación se debe a que el método del espectro de respuesta no considera la considerable diferencia en la cantidad de amortiguamiento entre la turbina en operación y la turbina en reposo. Como se explica más adelante, este amortiguamiento se debe a efectos aerodinámicos en las palas.

Uno de los modelos más detallados hasta la fecha fue desarrollado por Zhao et al. (2006), el cual considera la flexibilidad de la torre y del rotor en un sistema compuesto de múltiples cuerpos rígidos unidos con resortes y uniones universales. La flexibilidad del rotor proviene de considerar la deflexión de las paletas tanto en la dirección frontal (“flapping”) como en la lateral (“lagging”) y también su torsión. Si bien en una primera etapa el modelo no consideró las cargas sísmicas ni las de viento, posteriormente el modelo fue mejorado para incluir estas cargas y el efecto de la interacción entre el suelo y la estructura (Zhao y Maisser, 2006). A modo de ejemplo, una turbina de 1.5 MW fue sometida a vientos de 10.16 m/s y a un terremoto artificial que exhibía una aceleración máxima de 0.06g. Este registro de baja aceleración es consistente con el acelerograma de un terremoto muy alejado o de baja magnitud. Para simplificar el análisis el rotor se supuso infinitamente rígido. Los resultados demostraron que las cargas inducidas por este terremoto y los momentos generados en la base eran despreciables. No obstante, estas conclusiones no se deben considerar de aplicabilidad general ya que la vulnerabilidad de la estructura ante terremotos más fuertes no fue evaluada.

MODELO ANALÍTICO

El nuevo modelo de la turbina eólica consiste de un rotor configurado por una serie de cuerpos rígidos interconectados por resortes y articulaciones y unidos a una torre compuesta de varios elementos de vigas. Las paletas están constituidas por tres barras rígidas y delgadas con articulaciones en los extremos que se acoplan a un disco que representa el centro del rotor. En estas articulaciones se encuentran resortes torsionales que le brindan a las paletas la flexibilidad apropiada para su movimiento hacia al frente o hacia atrás, conocido en inglés como “flap motion”. Tanto la flexibilidad lateral de las paletas y su deformación torsional fueron despreciadas por tener una rigidez asociada mucho mayor que la de la dirección frontal. El eje del rotor, que une el centro del rotor con la cabina, se considera que es infinitamente rígido. La masa de la cabina se representa mediante una masa concentrada en el tope de la torre. La torre se modela usando tres elementos de viga, cada uno de cuyos nodos contiene dos desplazamientos a lo largo de los ejes horizontales y dos rotaciones alrededor de estos ejes. La torre también se considera infinitamente rígida en la dirección vertical. La capacidad de torsión de la torre se representa a través de un solo resorte torsional localizado en la conexión entre la cabina y la torre.

Como el rotor se encuentra girando con viento frontal a velocidad constante, cada vez que ocurre un movimiento relativo entre las paletas y el viento como consecuencia de la excitación de la base de la torre, se genera una fluctuación en la intensidad de carga del viento sobre las paletas. Bajo ciertas condiciones se puede demostrar que esta fluctuación es aproximadamente proporcional a la velocidad frontal de las aspas con respecto a la base de la torre, creando lo que se conoce como amortiguamiento aeroelástico. En el presente estudio, la derivación de estos coeficientes de amortiguamiento se obtuvo suponiendo que la geometría de las paletas correspondía a la geometría óptima dimensionada según la teoría de Betz (Gasch y Tvele, 2004). Esta teoría establece cómo debe ser la forma ideal de la paleta para poder extraer la máxima energía del viento. Como ocurre en toda teoría idealizada, se establecieron varias suposiciones iniciales que no satisfacen plenamente lo que ocurre en la realidad. Por ejemplo, el modelo de Betz no considera efectos de disipación de energía por fricción o por vórtices creados en las aspas. Además, aunque la geometría de paletas reales sigue lo más posible el diseño de Betz, en la práctica no se puede mantener un perfil de ala a lo largo de toda la paleta, especialmente en la base de la paleta que conecta con el centro del rotor ya que hay otras consideraciones de índole estructural que son más apremiantes. Normalmente en las turbinas actuales la terminación de la paleta es en forma tubular.

La Figura 1 muestra algunos de los sistemas de ejes y coordenadas utilizados para definir las ecuaciones de movimiento del sistema. Como puede observarse en la figura, la base de la torre tiene tres coordenadas de traslación (X_b , Y_b y Z_b) referidas a un sistema de ejes inerciales (X , Y y Z). La posición en el espacio de la cabina y del centro del rotor está definida por un sistema de ejes que se trasladan (x , y y z) y están fijos a la base de la torre y otro sistema de ejes rotantes y que se trasladan (x' , y' y z') que se encuentran fijos a la cabina. Finalmente, para definir la posición de las paletas es necesario utilizar otros sistemas de ejes con movimiento de rotación y de traslación localizados en el centro del rotor y en cada una de las articulaciones en la base de las paletas. Estos ejes no se muestran en la figura para no sobrecargar la misma; sin embargo, están orientados de tal forma que coinciden con los ejes principales de las paletas.

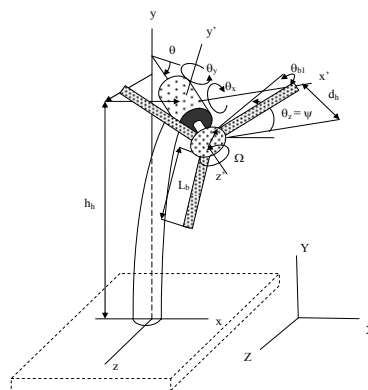


Figura 1: Coordenadas generalizadas y sistemas de ejes de referencia del modelo de la turbina eólica. Las paletas son consideradas como barras delgadas con resortes torsionales en sus bases. La torre es modelada con tres elementos de vigas.

La derivación de las ecuaciones de movimiento del sistema requirió el uso de dos metodologías. Para la derivación de las ecuaciones del rotor se utilizó la formulación variacional, y en particular las ecuaciones de Lagrange; y para las ecuaciones de la torre se recurrió a las leyes de Newton. El uso de las ecuaciones de Lagrange requirió, entre otras cosas, la evaluación de la energía cinética del rotor, por lo que fue necesario conocer la velocidad angular absoluta de cada componente del rotor. A diferencia de los problemas dinámicos en dos dimensiones, los problemas de movimiento general en tres dimensiones requieren del uso de un sistema de ejes no ortogonales para poder definir el movimiento de un cuerpo que está en rotación (Meirovitch, 1988). Los ángulos medidos con respecto a este nuevo sistema ejes se conocen comúnmente como los ángulos de Euler. No obstante, las velocidades angulares en términos de los ángulos de Euler pueden proyectarse en los ejes ortogonales establecidos anteriormente. Es meritorio, por la complejidad del problema dinámico del rotor, mostrar la expresión de energía cinética T y brindar una breve descripción de la misma:

$$T = \frac{1}{2} m_r \{v_h\}^T \{v_h\} + \sum_{i=1}^3 m_b \{v_h\}^T \{v_{bi}\} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_b \{v_{bi}\}^T \{v_{bi}\} + \frac{1}{2} \{\omega_h\}^T [I_h] \{\omega_h\} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \{\omega_{bi}\}^T [I_b] \{\omega_{bi}\} \quad (1)$$

donde m_r y m_b representan, respectivamente, la masa del rotor y la masa de una paleta. Las matrices $[I_h]$ y $[I_b]$ contienen los momentos de inercia alrededor de los ejes principales correspondientes para el centro del rotor y para la paleta. El vector $\{v_h\}$ representa la velocidad absoluta del centro de gravedad del rotor. El vector $\{v_{bi}\}$ contiene las componentes de la velocidad relativa del centro de gravedad de cada paleta vista por un observador ubicado en el centro de gravedad del rotor que está rotando a la misma velocidad del rotor. Los vectores $\{\omega_h\}$ y $\{\omega_{bi}\}$ contienen las velocidades angulares absolutas tanto del buje del rotor como de las paletas tomando como referencia sus ejes principales. Estas velocidades angulares están en función de los ángulos de Euler antes mencionados. Es importante señalar que para un rotor girando a velocidad constante, las componentes de la velocidad lineal y angular asociada a las paletas contienen funciones armónicas dependientes de la posición acimutal de cada paleta y por consiguiente, son también dependientes y periódicas en el tiempo.

El primer término de la ecuación (1) corresponde a la energía cinética debida a la traslación del rotor completo. El segundo término corresponde a la sumatoria del producto de la velocidad del centro del rotor con el momentum lineal relativo de cada paleta. El tercer término representa la energía correspondiente al movimiento relativo del centro de gravedad de cada paleta con respecto al centro de gravedad del rotor. Finalmente, el cuarto y quinto término reflejan la energía cinética debida a la rotación como cuerpo rígido del buje del rotor y de cada paleta alrededor de su centro de gravedad, respectivamente.

Si bien el desarrollo de las ecuaciones de movimiento del sistema queda fuera del alcance del presente artículo, el lector interesado puede consultar el trabajo de Díaz (2010) donde se expone detalladamente su derivación. No obstante, en su forma general, las ecuaciones de movimiento para la turbina eólica sujeta a tres componentes de aceleración en la base ($\ddot{X}_b$, $\ddot{Y}_b$ y $\ddot{Z}_b$) pueden escribirse matricialmente como:

$$[M(t)]\{\ddot{u}\} + [C(t)]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M_e]\{r_x\}\ddot{X}_b - [M_e]\{r_y\}\ddot{Y}_b - [M_e]\{r_z\}\ddot{Z}_b \quad (2)$$

donde $\{u\}$ es el vector de coordenadas nodales compuesto por 16 elementos. Las matrices $[M(t)]$, $[C(t)]$ y $[K]$ son respectivamente las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema. Tanto las matrices de masa y de amortiguamiento contienen elementos fuera de la diagonal principal que son variables en el tiempo. Esto hace que el sistema sea no-lineal con coeficientes dependientes del tiempo en forma periódica. En la Dinámica Analítica a este tipo de sistema se le conoce como un sistema no-autónomo. La matriz de masa y la de rigidez son simétricas, mientras que la de amortiguamiento no lo es. La falta de simetría en la matriz de amortiguamiento proviene de los elementos relacionados a los efectos giroscópicos de las paletas. Si bien los efectos giroscópicos no son de naturaleza disipativa, éstos son proporcionales a un componente de velocidad angular y, por consiguiente, pueden colocarse dentro de la matriz de amortiguamiento. Por otro lado, la matriz de rigidez tiene todos sus elementos constantes. La matriz $[M_e]$ está formada por una diagonal principal cuyos elementos son constantes. Éstos contienen los coeficientes de inercia que son afectados por el movimiento de la base. Los vectores de coeficientes de influencia, $\{r_x\}$, $\{r_y\}$ y $\{r_z\}$ relacionan los elementos de inercia con las tres componentes del registro sísmico (i.e., N-S, E-O y vertical).

Hasta el momento, la matriz de amortiguamiento contiene, además de los elementos giroscópicos, coeficientes relacionados al amortiguamiento aeroelástico que afectan principalmente el movimiento hacia el frente y hacia atrás del rotor y de las paletas. Más adelante se le añadirá amortiguamiento estructural al sistema con el fin de obtener valores más realistas de la respuesta dinámica, especialmente en la dirección lateral donde el amortiguamiento aeroelástico no está presente.

Antes de encontrar la solución de la ecuación (2) para distintos terremotos, es interesante evaluar la estabilidad de una turbina eólica en operación y obtener información sobre las frecuencias naturales del sistema y los modos de vibración. Debido a que las vibraciones libres del sistema están gobernadas por un grupo de ecuaciones diferenciales homogéneas con coeficientes variables y periódicos, el análisis convencional de autovalores no es aplicable. Sin embargo, existe una herramienta equivalente para resolver este tipo de problemas conocida como la teoría de Floquet. El lector interesado puede revisar los libros de Jordan y Smith (1987) y Meirovitch (1988) que brindan descripciones detalladas de esta teoría. Sin embargo, como este es un tema especializado, en la siguiente sección se expondrán brevemente algunos detalles significativos de la misma.

TEORÍA DE FLOQUET

Para poder aplicar la teoría de Floquet a las ecuaciones de movimiento de un sistema de n grados de libertad es necesario transformar las mismas a un sistema de primer orden en el espacio de estado compuesto por una matriz de estado $(2n \times 2n)$ y por un vector de estado $\{q\}$ tal que

$$\{\dot{q}\} = [A(t)]\{q\} \quad (3)$$

La primera mitad del vector de estado contiene las n coordenadas nodales mientras que la otra mitad contiene las correspondientes velocidades nodales. La matriz de estado $[A(t)]$ contiene elementos con funciones periódicas en el tiempo con periodo T .

Si bien de antemano no se sabe la solución explícita de la ecuación (3), la misma puede suponerse como el producto de una matriz fundamental $[\Phi(t)]$ y un vector de condiciones iniciales de modo que

$$\{\dot{q}\} = [\Phi(t)]\{q(0)\} \quad (4)$$

Cabe señalar que una matriz fundamental es aquella cuyas columnas están formadas por soluciones lineales e independientes del sistema. La teoría de Floquet establece que esta matriz fundamental periódica puede representarse como el producto de una matriz periódica $[P(t)]$ y el exponencial de una matriz de coeficientes constantes $[R]$ tal que:

$$[\Phi(t)] = [P(t)]e^{t[R]} \quad (5)$$

Como los valores de la matriz $[P(t)]$ están acotados como resultado de su periodicidad, la estabilidad del sistema está controlada por los autovalores de $[R]$ que son conocidos como los *exponentes característicos* s_i . La obtención de estos exponentes surge de la solución del problema de valores propios:

$$[R]\{V_i\} = s_i \{V_i\} \quad (6)$$

donde $\{V_i\}$ es el autovector asociado al autovalor s_i . Sin embargo, la teoría de Floquet demuestra que existe una relación entre los autovalores de $[R]$ y los autovalores λ_i de la matriz fundamental evaluada al final de un periodo, i.e. $[\Phi(T)]$, de modo que:

$$s_i = \frac{1}{T} \ln \lambda_i \quad (7)$$

Además la teoría demuestra que los autovectores de $[R]$ son iguales a los autovalores de $[\Phi(T)]$. De este modo, la evaluación directa de $[R]$ es innecesaria permitiendo que los exponentes característicos y los autovectores puedan

obtenerse a partir de la matriz fundamental (evaluada al finalizar un periodo T), cuya evaluación es de menor dificultad como se verá próximamente.

En general, λ_i es un número complejo y, por tal razón, el logaritmo de un número complejo debe computarse de la siguiente forma:

$$\frac{1}{T} \ln \lambda_i = \frac{1}{T} \left[\ln |\lambda_i| + j \left(\tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}(\lambda_i)}{\text{Re}(\lambda_i)} \right) + 2\pi k \right) \right] \quad (8)$$

En un sistema de vibraciones mecánicas la magnitud de la parte real de la ecuación (8) está relacionada a la cantidad de amortiguamiento que tiene cada modo y, por consiguiente, permite determinar la estabilidad del sistema. Cuando la parte real es negativa significa que la oscilación del sistema decae y por lo tanto es asintóticamente estable. Si la parte real es positiva implica que el sistema es inestable y, finalmente, cuando es exactamente cero se dice que la solución es puramente periódica (i.e., no tiene amortiguamiento). Por otro lado, la parte imaginaria de la ecuación (8) (donde $j = \sqrt{-1}$) establece la frecuencia de la oscilación. No obstante, esta solución queda indeterminada por la constante entera k ya que la tangente inversa de cualquier número tiene infinitas soluciones dependientes de la suma de múltiplos de 2π . El múltiplo k puede encontrarse utilizando algún método alternativo que sirva para identificar la frecuencia del sistema como, por ejemplo, aplicando la transformada de Fourier a la respuesta. Claro está, para lograr esto es necesario resolver primero la ecuación (3) con algún método numérico. Si bien las frecuencias modales del sistema quedan indeterminadas con la teoría de Floquet (lo que hace al método uno menos atractivo) aún puede emplearse, y se emplea, para evaluar la estabilidad del sistema como vimos anteriormente y también para obtener los modos de vibración asociados a cada frecuencia.

Queda aún por aclarar cómo se consigue la matriz fundamental para obtener de ella los exponentes característicos. Desafortunadamente no existe un método analítico general que sirva para calcular los valores exactos de los exponentes característicos. En efecto, la teoría de Floquet describe cómo es la forma de la solución más que un método para calcular la solución misma. No obstante, existen varios métodos aproximados para obtener $[\Phi(T)]$. La metodología clásica consiste en resolver numéricamente la ecuación (3) sucesivamente $2n$ veces usando como condiciones iniciales cada columna de la matriz identidad. Luego, la solución numérica obtenida al finalizar el periodo para cada conjunto de condiciones iniciales se utiliza para construir cada columna de $[\Phi(T)]$.

EJEMPLO DE LA TURBINA EÓLICA

Los conceptos descritos anteriormente fueron utilizados para evaluar la estabilidad de una turbina eólica rotando a velocidad constante y obtener los modos de vibración. La turbina seleccionada corresponde al modelo Vestas V82. La razón principal para estudiar esta turbina radica en que ésta ha sido preseleccionada para ser instalada en una de las primeras fincas eólica que se esperan construir en la zona sur de Puerto Rico (DIA-F WindMar, 2007). En términos generales, la turbina Vestas V82 puede describirse como una turbina de tres paletas con capacidad de generar 1.65 MW. El rotor mide 82 metros de diámetro y se encuentra a una altura de 77 metros. La masa del rotor se estima en 43,000 kg y la de la cabina en 52,000 kg. Las paletas, fijadas a un buje esférico, tienen la facultad de poder rotar en su eje longitudinal para cambiar el ángulo de ataque con relación al viento. Las paletas están construidas con materiales compuestos de fibra de vidrio y de carbón. La torre se compone de tres o cuatro secciones tubulares unidas con pernos y fabricadas de placas soldadas de acero estructural S355. Bajo condiciones normales de viento promedio (13 m/s) el rotor gira a 14.4 rpm. Información adicional sobre esta turbina eólica se puede encontrar en Vestas Wind System A/S (2004). Sin embargo, algunas propiedades, en especial aquellas relacionadas con la geometría de las paletas fueron estimadas con la poca información disponible o simplificadas de modo que facilitara su evaluación. Por ejemplo, las paletas reales utilizadas en esta turbina tienen aéreas secciones variables compuestas de familias de perfiles NACA 63.4 y FFA-W3. Aparte de cambiar de tamaño, los perfiles también giran gradualmente partiendo de un ángulo de 20 grados cerca de la base de la paleta hasta llegar a 0 grados en la punta. Debido a la complejidad de la geometría de la paleta, el coeficiente de rigidez equivalente utilizado en el modelo para representar la flexibilidad frontal de la paleta fue aproximado utilizando una paleta de sección constante y sin variación torsional. La sección utilizada corresponde a uno de los perfiles que se encuentran cerca de la base de la paleta, específicamente el perfil FFA-W3-301, girado a 20 grados con una cuerda de 1.71 m y un espesor de 12 cm.

Luego de aplicar la teoría de Floquet al modelo Vestas V82 se pudo encontrar los exponentes característicos. Para esto se utilizó una de las funciones que tiene MATLAB para resolver ecuaciones diferenciales conocida como *ode45*. Este programa se basa en la utilización del algoritmo de Runge-Kuta de orden 4 o 5. Los resultados obtenidos de ese programa se encuentran recopilados en la Tabla 1. Como puede observarse, la ausencia de números positivos en la parte real de los exponentes característicos implica que esta turbina está estable bajo condiciones normales de operación. Sólo el exponente correspondiente a s_2 tiene un valor cercano a cero (igual a -0.0001) lo que significa que el modo asociado a este exponente tiene muy poco amortiguamiento. Más adelante se verá que este modo corresponde al primer modo lateral de la turbina caracterizado por un movimiento de la turbina de lado a lado con forma de medio arco. La turbina bajo este movimiento no puede disipar energía ya que los efectos aeroelásticos de las paletas no actúan en esta dirección.

Es importante señalar que la mayoría de los exponentes característicos están constituidos por pares conjugados de números complejos ya que λ_i suele ser complejo y la matriz $[\Phi(T)]$ tiene que ser real. De este modo, si bien se utilizaron 17 variables en la primera columna de la Tabla 1 para denotar los exponentes, en realidad hay en total 32 exponentes característicos en correspondencia al doble del número de coordenadas generalizadas del sistema.

Tabla 1: Exponentes característicos de la turbina eólica Vestas V82.

Exponente característico	Valor numérico
s_1	$-0.0188 \pm j0.6782$
s_2	$-0.0001 \pm j0.4453$
s_3	$-0.0056 \pm j0.4519$
s_4	$-0.1866 \pm j0.6650$
s_5	$-0.0100 \pm j0.0544$
s_6	$-0.0283 \pm j0.0606$
s_7	$-0.1228 \pm j0.1539$
s_8	$-0.1577 \pm j0.3849$
s_9	$-0.5896 \pm j0.3120$
s_{10}	$-1.7812 \pm j0.3806$
s_{11}	$-1.8490 \pm j0.2440$
s_{12}	$-2.0641 \pm j0.2166$
s_{13}	$-2.2406 \pm j0.4851$
s_{14}	-4.8970
s_{15}	$-5.1442 \pm j0.5319$
s_{16}	$-5.7737 \pm j0.2814$
s_{17}	-5.3323

También se puede observar que hay dos exponentes, identificados como s_{14} y s_{17} , que no contienen partes imaginarias lo que implica que la respuesta de estos modos no es oscilatoria (no tiene una frecuencia asociada) y por lo tanto los mismos son considerados como modos sobrearmortiguados. Estos modos están dominados por grandes desplazamientos de las paletas en combinación con movimientos torsionales de la torre en donde el amortiguamiento aeroelástico tiene su mayor participación. Por otro lado, como se mencionó anteriormente, las frecuencias modales del sistema quedan indeterminadas hasta tanto no se identifiquen las mismas mediante la aplicación de la transformada de Fourier a la respuesta.

La teoría de Floquet también permite obtener los autovectores $\{V_i\}$ del sistema. Estos autovectores, cuya primera mitad contienen los desplazamientos modales y la otra mitad contienen las velocidades de las coordenadas modales, representan en el espacio de estado, la “forma” o el “modo” en que se deforma la estructura para un determinado exponente característico. Sin embargo, dado que estos autovectores son generalmente números

complejos, la representación gráfica de ellos no es trivial y, en general, tampoco exacta. A esto se le añade la utilización inapropiada del término “modo” o “forma modal” para describir el movimiento de sistemas amortiguados generales. Cabe señalar que solamente se puede hablar de “modos de vibración” cuando un sistema no tiene amortiguamiento o, si lo tiene, es amortiguamiento proporcional o clásico, ya que esta es la única condición en donde la razón entre los componentes de las coordenadas generalizadas de cada autovector permanece constante. Cuando esto ocurre se dice que el movimiento del sistema está *sincronizado*. En cambio, si el sistema tiene amortiguamiento no clásico, como el caso de la turbina eólica estudiada aquí, la razón entre los componentes de las coordenadas generalizadas varía durante su movimiento cambiando constantemente de forma. Para entender mejor este concepto, tómese por ejemplo el caso de una cuerda tensionada sin amortiguamiento. Supongamos que ésta oscila libremente con una frecuencia igual a una de sus frecuencias naturales. Durante su movimiento oscilatorio se podrá observar la existencia de nodos o puntos que no se desplazan y que se mantienen fijos en su posición. Por el contrario, si el sistema tiene amortiguamiento distinto al proporcional, no se encontrarán nodos en él o, si se quiere, puede decirse que los puntos con desplazamientos iguales a cero cambian constantemente de posición. Si el sistema amortiguado en cuestión es periódico, el movimiento de los “nodos” variará durante el periodo y el patrón de la variación se repetirá dos veces en cada ciclo (Bhaskar, 1999).

Bhaskar (1999) sugiere dos formas para representar gráficamente la forma del movimiento de sistemas con amortiguamiento no clásico cuyos autovectores son complejos. La primera forma consiste en dibujar de la manera tradicional los desplazamientos de las coordenadas generalizadas (i.e., la parte real de la primera mitad del autovector) y luego superponer la parte real de las velocidades por medio de flechas localizadas en las respectivas coordenadas y cuyas magnitudes son proporcionales a las magnitudes de las velocidades. Si bien este método es matemáticamente correcto y recoge todas las características del autovector, no es menos cierto que la visualización gráfica de desplazamientos junto con velocidades no revela mucho sobre la configuración adoptada por el sistema.

La segunda alternativa propuesta por Bhaskar, conocida como *modos óptimos*, intenta mejorar las debilidades del método anterior haciéndolo comparable con la forma clásica de representar los modos de vibración. Para comprender mejor el método es necesario convertir los números complejos a forma polar por medio de la expresión:

$$a + jb = \sqrt{a^2 + b^2} e^{j\theta} \quad \theta = \tan^{-1}(b/a) \quad (9)$$

donde la parte correspondiente al radical es el módulo del número complejo y el ángulo θ se conoce como el argumento o ángulo de fase. Es conocido que en un sistema sincronizado los ángulos de fase de los elementos del autovector o bien son iguales o están desfasados por 180 grados. Si se representaran estos valores en un plano complejo todos ellos coincidirían sobre una misma línea recta. En el caso de sistemas con amortiguamiento no clásico, las fases de los componentes de los autovectores no están completamente alineadas, lo que representa una desviación del movimiento sincronizado. Mientras mayor sea la cantidad de amortiguamiento en el sistema mayor será la desviación y menos sincronizado será el movimiento.

Considerando este comportamiento de los sistemas amortiguados, el método propone extraer cuál es la forma que asume el sistema que más se asemeja a un movimiento sincronizado. Esto se logra determinando el ángulo de fase en donde la suma de los cuadrados de la proyección de las componentes de desplazamiento del autovector se maximiza. Una vez encontrado este ángulo los módulos se proyectan sobre esa línea y los valores resultantes se utilizan para dibujar el modo. Se puede decir que esta técnica consigue una representación aproximada u óptima del modo amortiguado en cuestión y que, en la medida en que mayor sea el amortiguamiento, menos representativa será del modo.

Aplicando esta técnica al modelo de la turbina eólica, se calcularon los modos óptimos del sistema de los cuales los primeros nueve se encuentran recopilados en la Tabla 2. Estos vectores fueron ordenados de forma ascendente según su frecuencia modal. El subíndice i que acompaña a cada vector $\{V_i\}$ corresponde al exponente característico que se utilizó según la Tabla 1. Por otro lado, los autovectores fueron escalados para que el desplazamiento nodal mayor de cada uno fuera unitario. La Figura 2 ilustra las formas modales en orden ascendente según su frecuencia. Es importante recordar que estos modos óptimos fueron obtenidos del problema de valores propios aplicado a la matriz fundamental al finalizar el primer periodo y que, por tanto, representan la configuración aproximada que adquiere la estructura al final de cada ciclo, es decir, cuando la primera paleta, vista de frente, se encuentra apuntando hacia el Este.

La primera columna de la Tabla 2 contiene las variables que fueron utilizadas como coordenadas generalizadas. Los ángulos θ_{bi} (para $i = 1, 2, 3$) describen las rotaciones hacia delante y hacia atrás de las paletas; θ_j describe la rotación torsional de la torre. El movimiento de la torre está descrito por 12 variables nodales en las que se encuentran tres traslaciones y tres rotaciones en la dirección lateral del sistema representado por las variables x_i y θ_{zi} (para $i = 1, 2, 3$); y, en además, tres traslaciones y tres rotaciones en la dirección frontal denotados por las variables z_i y θ_{xi} .

Tabla 2: Primeros nueve modos óptimos normalizados de la turbina eólica.

θ_{b1}	0.30	0.24	0	-0.03	0.16	0.05	0	0	0	0.13
θ_{b2}	0.58	0.21	0	-0.04	0.60	-0.09	0	0	0	-0.06
θ_{b3}	-0.66	0.18	0	-0.04	-0.95	0.06	0	0	0	-0.05
θ_j	-0.01	0.01	0	0	0.18	0.05	0	0	0	0.08
x_1	0	0	1	0.01	-0.22	-0.07	-0.15	0.04	-0.11	-0.11
θ_{z1}	0	0	-0.02	0	0.01	0	0.07	-0.13	0	0
z_1	1	1	0.01	1	1	-0.16	0	0	-0.22	-0.22
θ_{x1}	-0.05	-0.03	0	-0.03	-0.01	0.08	0	0	-0.03	-0.03
x_2	0	0	0.44	0	-0.10	0	1	-0.65	-0.03	-0.03
θ_{z2}	0	0	-0.02	0	0	0	0	0.11	0	0
z_2	0.26	0.42	0	0.44	0.52	1	0.01	0.01	1	1
θ_{x2}	-0.01	-0.02	0	-0.02	-0.02	0	0	0	-0.08	-0.08
x_3	0	0	0.11	0	-0.03	0.01	0.51	1	0	0
θ_{z3}	0	0	-0.01	0	0	0	-0.03	-0.03	0	0
z_3	0.04	0.10	0	0.11	0.14	0.47	0.01	-0.01	-0.83	-0.83
θ_{x3}	0	-0.01	0	-0.01	-0.01	-0.03	0	0	0.01	0.01

El primer modo de vibración corresponde a un movimiento asimétrico de las paletas acoplado con un movimiento hacia delante y hacia atrás de la torre. El segundo modo es bastante parecido al primero con la diferencia de que el movimiento de las paletas es más simétrico, esto es, tienen amplitudes parecidas. Observando la parte real de los exponentes característicos relacionados a estos modos (s_{12} y s_{10}) encontramos que tienen mucho amortiguamiento. La alta cantidad de amortiguamiento se debe a los efectos aeroelásticos asociados al movimiento frontal de las paletas. En vista de esto, se puede anticipar que estos modos no confrontarán problemas de resonancia durante un terremoto fuerte y de larga duración.

El tercer y cuarto modo corresponden al movimiento en forma de medio arco del sistema en ambas direcciones y, en adelante, se identificarán como el primer modo de la torre en la dirección frontal y lateral, respectivamente. Nótese en la Figura 2 que las frecuencias modales de estos dos modos son bastante parecidas. Esto se debe a que la torre tiene propiedades similares en ambas direcciones ortogonales. La pequeña diferencia radica en que, además de la diferencia en amortiguamiento entre las dos direcciones, la flexibilidad de las paletas afecta la rigidez del sistema en la dirección frontal mientras que en la dirección lateral las paletas no aportan ninguna rigidez.

Si bien hay una aparente similitud entre el segundo y cuarto modo, cabe mencionar que en el cuarto modo los movimientos de las paletas y de la torre están desfasados por 180 grados. Es decir, cuando las paletas se mueven hacia adelante la torre se mueve hacia atrás y viceversa. Por el contrario, en el segundo modo, tanto las paletas como la torre se mueven simultáneamente en la misma dirección.

El quinto modo corresponde a un movimiento complejo de la turbina asociado a la torsión de la torre. Debido a los efectos giroscópicos, este movimiento está acoplado con la flexión frontal de la torre y con movimientos asimétricos en las paletas.

El sexto y séptimo modo pueden describirse como el segundo modo de la torre en cada dirección ortogonal. Puede observarse que las frecuencias amortiguadas entre estos modos son aún más parecidas que las encontradas para el primer modo de la torre. Esto se debe a la menor contribución del amortiguamiento aeroelástico ya que el movimiento frontal de las paletas es mucho menor.

Los últimos dos modos corresponden al tercer modo de la torre en ambas direcciones en donde la estructura deformada adquiere la forma de una “S”. Debido a la alta frecuencia necesaria para excitar estos modos (i.e., de 35 a 38 rad/s), así como a la de los demás modos restantes no incluidos en la figura, es de esperarse que su participación en la respuesta durante un fuerte terremoto sea mínima.

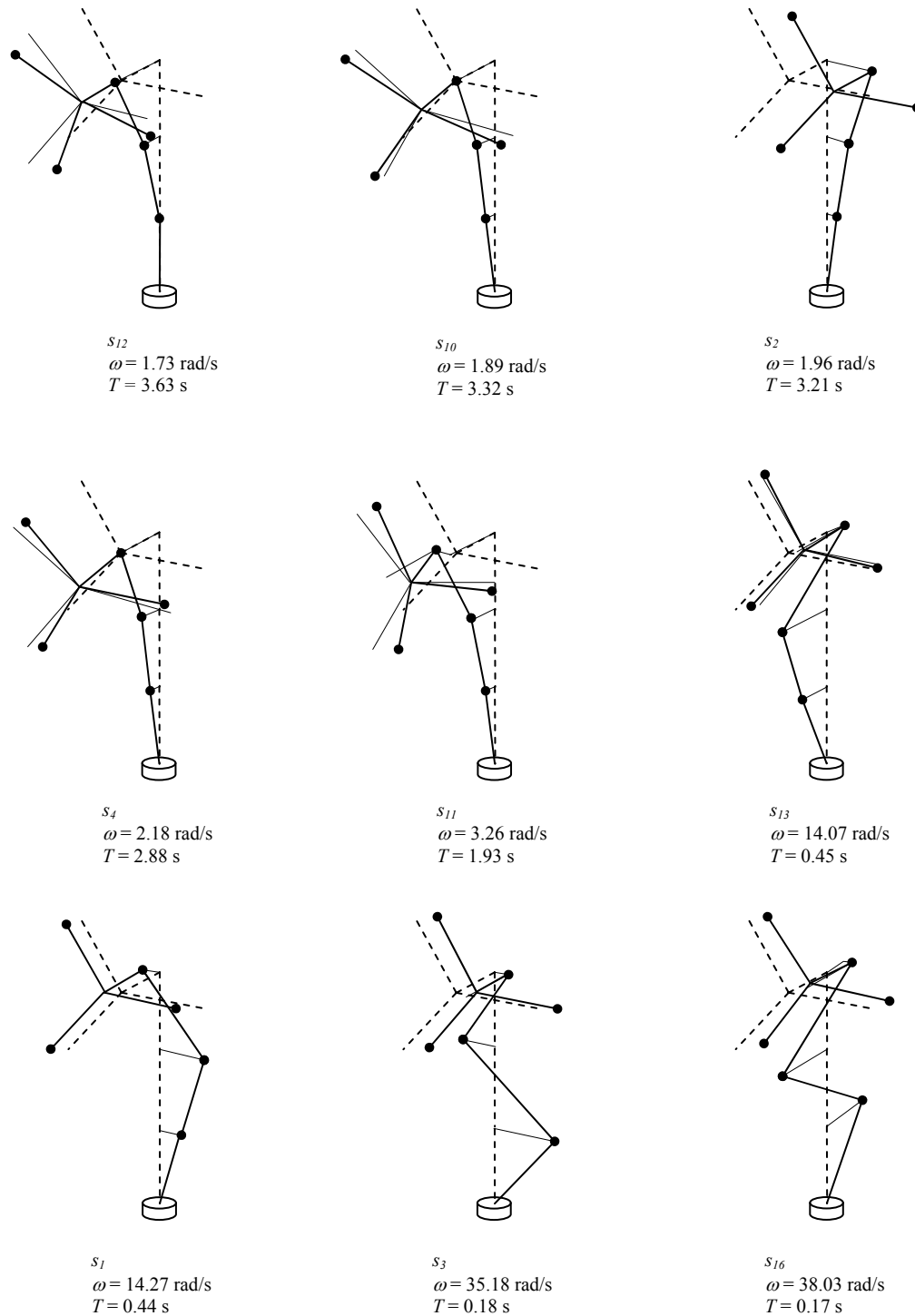


Figura 2: Diagramas de los primeros nueve modos de vibración de la turbina eólica al finalizar un ciclo. En adición, se muestra la verdadera frecuencia modal y el exponente característico s_i correspondiente.

RESPUESTA SÍSMICA

El modelo de la turbina eólica que se utilizó en la sección anterior para aplicar la teoría de Floquet considera que la turbina contiene sólo amortiguamiento aeroelástico y que éste afecta principalmente el movimiento frontal del sistema. Para obtener una respuesta más realista del sistema, especialmente en la dirección lateral donde el amortiguamiento aeroelástico no participa, es conveniente introducir amortiguamiento estructural al sistema. Una forma sencilla de generar una matriz de amortiguamiento estructural consiste en resolver el problema de autovalores de la turbina en reposo. Como en este caso todos los términos periódicos se desvanecen, puede emplearse el problema clásico de autovalores. La utilización del método de análisis modal permite definir una matriz diagonal de amortiguamiento modal $[C_d]$ y de ella obtener una matriz de amortiguamiento $[C_s]$ en el espacio físico. Puede demostrarse que este proceso se realiza utilizando la siguiente ecuación proveniente de la aplicación del análisis modal:

$$[C_s] = [M][\Phi][C_d][\Phi]^T[M] \quad (10)$$

La matriz de autovectores $[\Phi]$ está normalizada con respecto a la matriz de masa. La matriz de amortiguamiento modal $[C_d]$ contiene los elementos de la diagonal principal iguales a $2\xi_i\omega_i$, donde ω_i es la frecuencia natural i del sistema. Para estructuras de acero con conexiones atornilladas, como las que se encuentran en la torre, se recomienda usar una razón modal de amortiguamiento ξ_i igual al 1% (véase Burton et al., 2001 y Prowell et al., 2008). De este modo la matriz $[C_s]$, que suele ser una matriz con todos los elementos llenos, se suma a la matriz $[C(t)]$ para obtener la nueva matriz de amortiguamiento del sistema.

Como el tipo de turbina considerada se espera instalar en Puerto Rico y no se cuenta con registros de terremotos destructivos que hayan ocurrido en la isla, se usarán por necesidad algunos registros de terremotos históricos importados que tradicionalmente se han recomendado para la evaluación sísmica de estructuras en la isla. Por ejemplo, se utilizarán las tres componentes del terremoto de El Centro del 1940 y del terremoto de Kern County de 1952 (registrado en la estación de la escuela Taft Lincoln). El componente horizontal S69N de este último registro fue recomendado por Housner (1980) para que fuese utilizado en el diseño contra colapso de edificaciones en Puerto Rico en los años 80. La recomendación de Housner partió de la premisa de que un eventual terremoto podría ocurrir fuera de las costas de la isla en una de las fallas localizadas en la trinchera de Puerto Rico o en el Canal de La Mona. Más recientemente, Martínez et al. (2001) encontraron que los registros de los terremotos de Northridge de 1994 (estación de la ruta Castaic-Old Ridge) y de San Salvador de 1986 en la estación del Centro de Investigaciones Geotécnicas (CIG), contienen características más adecuadas para la evaluación sísmica de estructuras ubicadas en la región suroeste de la isla que el registro de Taft.

Respuesta con el registro de Taft

La Figura 3 muestra la aceleración en la base y la respuesta de la turbina eólica utilizando el registro sísmico de Taft. El terremoto, con duración total de 54 segundos, tuvo una magnitud de superficie de 7.7. El registro de Taft presentó una aceleración máxima del suelo en la componente horizontal S69N de 0.18g. Como puede observarse en la figura, se le añadieron ceros adicionales al final del registro para estudiar un comportamiento interesante que ocurrió con la aplicación del mismo y que se discutirá más adelante.

Se observa en la Figura 3b que el ángulo de giro de las paletas es muy pequeño. Luego de una evaluación se descartó que la flexión de la paleta pueda provocar el choque de la punta de la paleta con la torre. Del estudio de la respuesta se advierte la generación de un movimiento bastante simétrico de las tres paletas que oscilan en la dirección opuesta al movimiento de la torre en la dirección frontal (véase la Figura 3c) con desfase de 180 grados, lo que representa la excitación dominante del primer modo frontal de la torre. Tanto en la dirección frontal como en la lateral se detectan también contenidos de frecuencias más altas que corresponden a la excitación menos dominante del segundo modo de vibración de la torre en ambas direcciones.

La respuesta lateral (Figura 3d) muestra una amplificación de la señal (o resonancia) en los segundos finales del terremoto, por lo cual se le añadieron ceros al registro para observar la vibración libre del sistema dominado entonces por el primer modo de vibración de la torre. Puede observarse el lento decaimiento de la respuesta a consecuencia del poco amortiguamiento estructural que tiene la torre en esta dirección. Si bien se introdujo algo de amortiguamiento y la componente más fuerte del terremoto estaba orientada en la dirección frontal del sistema, los

desplazamientos laterales de la torre fueron aproximadamente el doble de la dirección frontal y la duración de la vibración es bastante larga propiciando que pueda haber fallas por fatiga. Una medida correctiva para reducir la amplitud y la duración de la respuesta puede ser aumentar el amortiguamiento lateral utilizando materiales elastoméricos para cubrir la torre o introducir absorbedores de vibraciones (“tuned mass dampers”) dentro de la torre. También se puede rigidizar la torre mediante la utilización de tensores de arriostramiento.

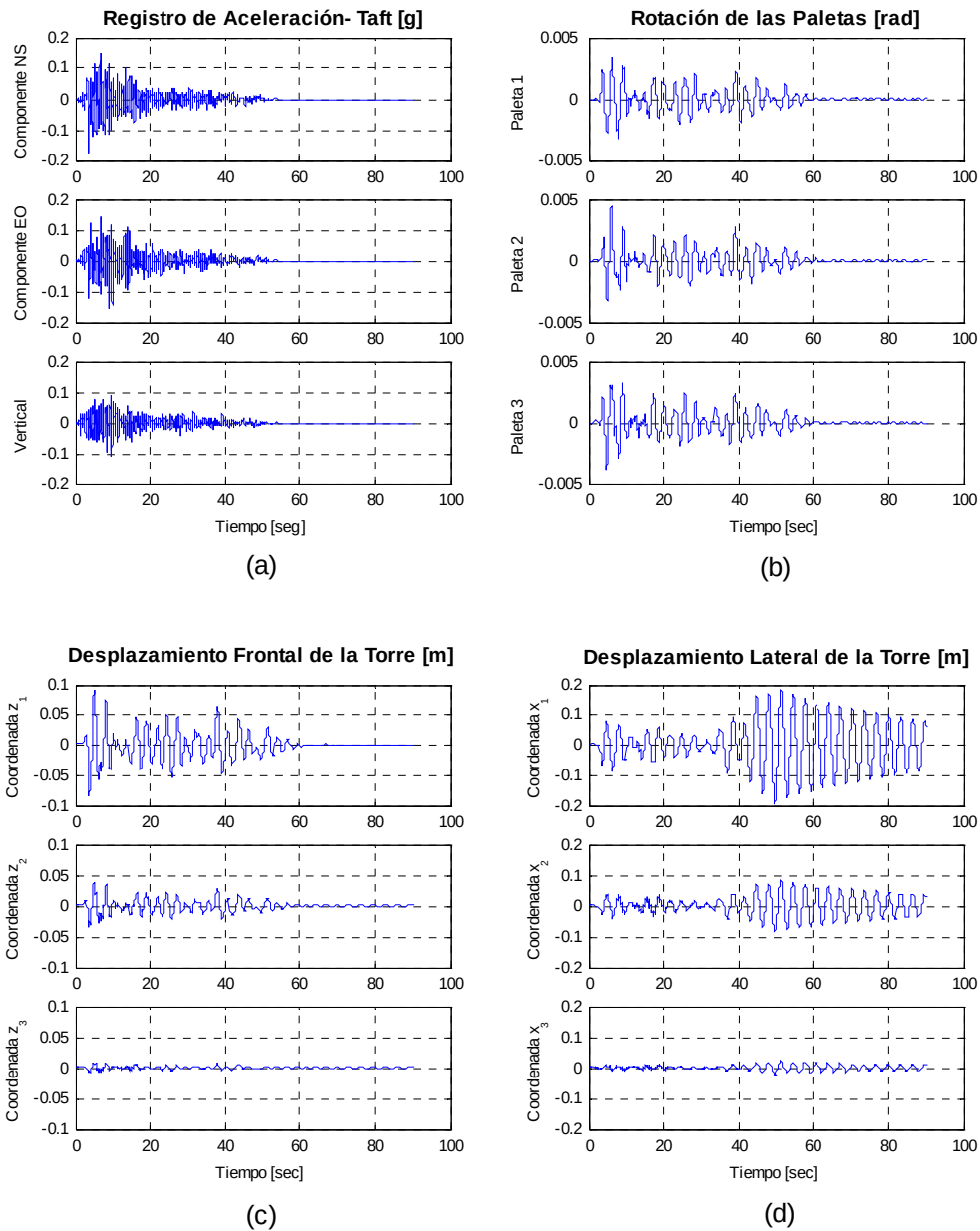


Figura 3: (a) Acelerograma del terremoto de Kern County de 1952 registrado en la estación de la escuela Taft Lincoln. (b) Respuesta del giro frontal de las paletas. Respuesta de la torre en la dirección frontal (c) y lateral (d).

Respuesta con el registro de El Centro

La respuesta obtenida con el registro de El Centro muestra mayores desplazamientos en la estructura debido a que este terremoto, aunque de magnitud menor ($M_s = 7.2$) en comparación al terremoto de Kent County, contenía una mayor aceleración máxima de 0.31g. La Figura 4a muestra las tres componentes de aceleración del registro de El Centro con una duración total aproximada de 40 segundos. De forma muy similar al registro de Taft, la respuesta del sistema (Figuras 4b-4d) exhibió predominantemente la excitación del primer modo de la torre en ambas direcciones. También se encontró, aunque en menor grado, la participación del segundo modo de la torre especialmente en el movimiento lateral de la estructura. Nuevamente el movimiento lateral fue mayor que el movimiento frontal primordialmente por el poco amortiguamiento en la dirección lateral. Tampoco la deformación de las paletas representó un problema en cuanto a la posibilidad de impactar la torre.

Respuesta con otros registros sísmicos

Con los registros de los terremotos de Northridge y San Salvador se observó un comportamiento similar a los registros anteriores con relación a qué modos de vibración fueron excitados. El primer modo de vibración de la torre (en ambas direcciones) es el modo dominante, seguido en menor escala por el segundo modo de vibración de la torre en ambas direcciones. No obstante, los desplazamientos máximos en la estructura fueron mayores que con los registros anteriores ya que ambos registros pertenecen a terremotos que fueron medidos por estaciones que se encontraban cerca de la falla de origen y por tanto contienen mayores aceleraciones máximas. En el caso del terremoto de Northridge, que tuvo una magnitud de superficie de 6.7, el registro refleja una aceleración máxima de 0.57g. En el caso del terremoto de San Salvador, a pesar de ser un sismo de baja magnitud ($M_s = 5.4$), posee una aceleración máxima de 0.87g.

ANÁLISIS ESTRUCTURAL

La evaluación de la respuesta dinámica de la turbina eólica tiene como fin principal verificar si la estructura tiene la capacidad de resistir la imposición de las cargas adicionales a consecuencia de un terremoto. Estas cargas dinámicas deben agregarse a las cargas actuales bajo condiciones normales de operación como son las fuerzas de viento, las fuerzas centrífugas y las gravitacionales.

El análisis estructural realizado en esta investigación tuvo como objetivo evaluar algunas áreas que son más susceptibles a daños estructurales como son la base de las paletas, la conexión entre la cabina y la torre, las conexiones entre las secciones de las torres, y la base de la torre. Quedaron fuera del alcance de esta investigación la evaluación del cimiento de la estructura y su interacción con el suelo, así como la evaluación más detallada de otros componentes de la estructura tales como tornillos, pestañas, ejes, cojinetes, engranajes, etc. y los efectos de concentración de esfuerzos debido a agujeros y soldaduras. De este modo, el análisis de esfuerzos realizado se limitó únicamente a un análisis lineal y elástico en las secciones transversales de los componentes en consideración.

Debido a que la torre puede considerarse como una estructura tipo cáscara de pared delgada, es importante evaluar la capacidad de la torre ante una situación de pandeo local. Para obtener el esfuerzo crítico de pandeo se utilizó la fórmula empírica recomendada por el *European Convention for Constructional Steelwork* (ECCS, 1988) para secciones cilíndricas. Esta fórmula depende principalmente de la razón entre el radio del cilindro y el espesor de la pared, r/t y considera las imperfecciones presentes en la pared como consecuencia del proceso de soldadura.

La Tabla 3 muestra los esfuerzos máximos de tensión, compresión y cortante a los que estuvo sometida la turbina en operación bajo los cuatro registros considerados. A modo de comparación, la Tabla 4 ofrece las resistencias últimas, de cedencia y de pandeo crítico para los distintos componentes de la turbina.

En términos generales, se puede observar que los esfuerzos producidos en la base de las paletas no representan un riesgo para la integridad de las mismas con respecto a falla última por ruptura. El amplio margen de seguridad existente sugiere que el diseño actual de las paletas está controlado por cargas cíclicas de fatiga en vez de por cargas extremas ya que las paletas deben tener una duración de más de 150 millones de ciclos equivalentes a 20 años de funcionamiento continuo.

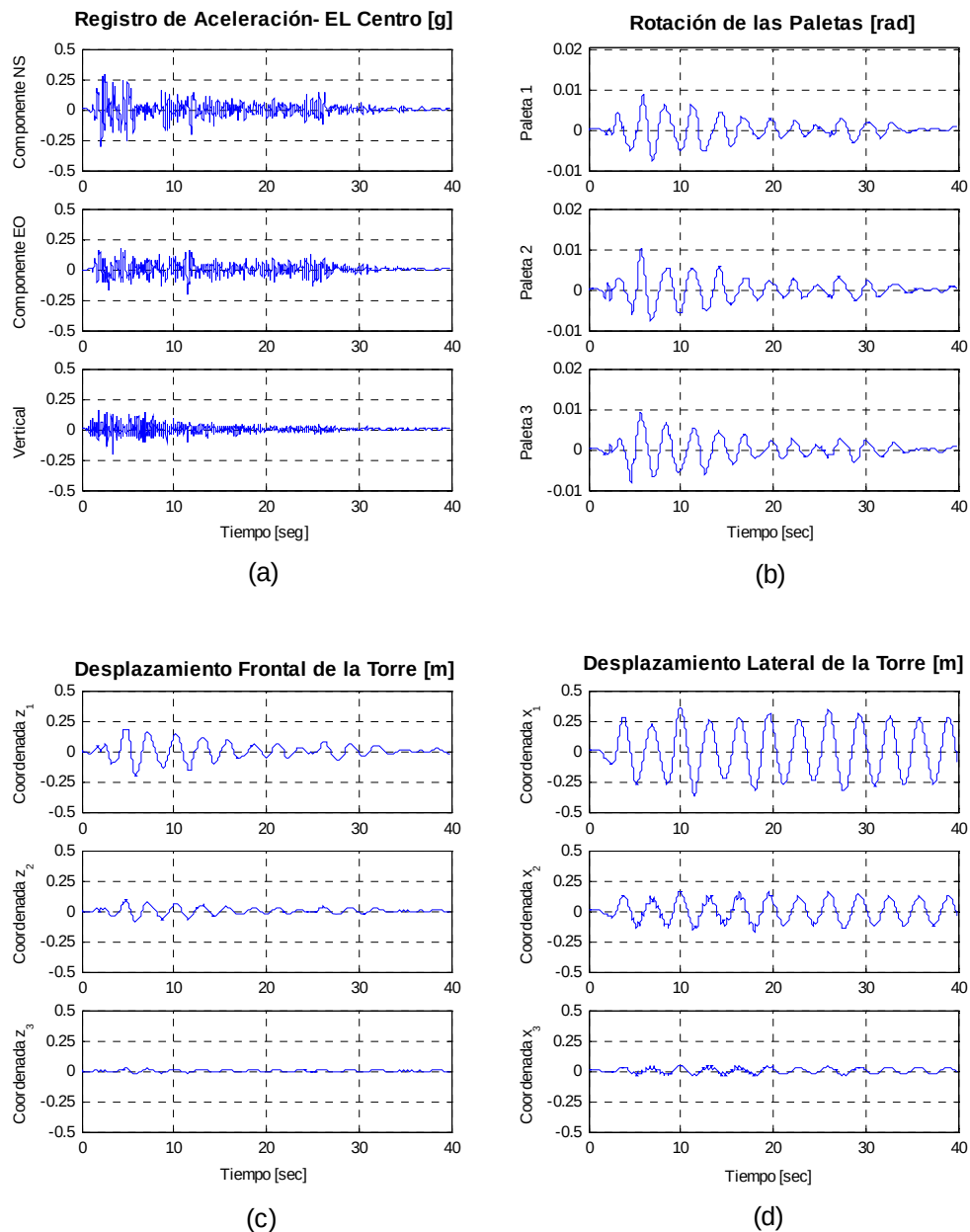


Figura 4: (a) Acelerograma del terremoto de Imperial Valley de 1940 registrado en la estación de El Centro (b) Respuesta del giro frontal de las paletas. Respuesta de la torre en la dirección frontal (c) y lateral (d).

Por el contrario, en la torre, el margen de seguridad con respecto a pandeo local o a plasticidad es mucho menor que el que hay en las paletas, ya que generalmente son las cargas extremas la que controlan su diseño. Se puede observar que la parte superior de la torre es la que tiene menor margen de seguridad debido a que es ahí donde el área seccional es menor y, a la misma vez, el esfuerzo crítico para pandeo es menor. No obstante, aún en su peor condición, ocurrida con el terremoto de San Salvador-CIG, la torre mantiene un satisfactorio factor de seguridad de 2.77 con respecto a pandeo.

Tabla 3: Esfuerzos máximos (en MPa) presentes en la turbina bajo los cuatro registros sísmicos.

Lugar	Registro de Taft			Registro de El Centro			Registro de Castaic			Registro de CIG		
	σ_t	σ_c	τ	σ_t	σ_c	τ	σ_t	σ_c	τ	σ_t	σ_c	τ
Paleta #1	8.61	7.47	0.36	8.71	7.58	0.37	8.67	7.54	0.37	8.63	7.50	0.37
Paleta #2	8.67	7.52	0.37	8.81	7.68	0.37	8.77	7.66	0.37	8.93	7.81	0.38
Paleta #3	8.60	7.46	0.36	8.67	7.55	0.37	8.72	7.58	0.37	8.59	7.48	0.36
Torre-tope	29.01	52.46	9.35	43.47	66.92	12.09	53.36	76.81	16.37	71.51	94.96	18.01
Torre-51 m	41.82	58.42	5.21	47.79	64.39	8.19	47.66	64.26	10.14	46.75	63.35	11.24
Torre-25 m	52.47	66.82	3.47	56.41	70.75	4.85	56.68	71.03	5.20	55.51	69.85	7.58
Torre-base	59.98	73.79	2.32	79.33	93.14	3.54	80.91	94.72	4.08	81.90	95.71	4.24

Tabla 4: Capacidad de resistencia de materiales usados en la turbina eólica (en MPa).

Tipo de resistencia [MPa]	Descripción	Material	
		Fibra de vidrio	Acero S355
σ_{cr} pandeo local	$r/t = 104.5$ (tope de la torre)	-	263
	$r/t = 91.1$ (a 51 m)	-	271
	$r/t = 84.2$ (a 25 m)	-	276
	$r/t = 79.6$ (base de la torre)	-	279
σ_y	Esfuerzo de cedencia	-	355
σ_u	Esfuerzo último (tensión)	860-900	510
σ_u	Esfuerzo último (compresión)	720	510
τ_y	Esfuerzo cortante de cedencia	-	~ 206
τ_u	Esfuerzo cortante último	-	~ 408

Tabla 5: Esfuerzos (en MPa) inducidos en la turbina eólica durante viento extremo y vientos promedio.

Lugar	Viento extremo			Viento promedio		
	σ_t	σ_c	τ	σ_t	σ_c	τ
Paleta #1	24.38	23.25	0.90	8.52	7.38	0.36
Paleta #2	24.38	23.25	0.90	8.52	7.38	0.36
Paleta #3	24.38	23.25	0.90	8.52	7.38	0.36
Torre-tope	-	23.37	23.23	14.88	38.33	6.02
Torre-51 m	218.28	234.88	13.09	39.78	56.38	3.39
Torre-25 m	240.78	255.13	8.46	51.36	65.71	2.20
Torre-base	216.95	230.76	5.91	47.69	61.50	1.53

Para concluir este estudio es interesante evaluar si las cargas de diseño considerando las cargas sísmicas en combinación con las cargas de viento promedio bajo condiciones normales de operación son mayores que las cargas obtenidas bajo la condición de viento extremo. De acuerdo con el fabricante, la turbina Vestas V82 está diseñada para resistir vientos extremos de hasta 42.5 m/s (Vestas Wind System A/S, 2004). Normalmente esta situación es evadida porque la turbina tiene dispositivos de control automático que no exponen al rotor a estas condiciones extremas y lo detienen mucho antes de que la velocidad del viento llegue a la velocidad extrema. Sin embargo, para propósitos de diseño se va a considerar el escenario en donde la turbina está operando con vientos a velocidad extrema. La Tabla 5 contiene los resultados de los esfuerzos inducidos bajo esta condición. Se incluyen asimismo los valores de los esfuerzos bajo las condiciones normales de operación cuando el viento tiene velocidad promedio.

Puede observarse en la Tabla 5 que los esfuerzos inducidos por vientos extremos están por debajo de los valores de resistencia (véase la Tabla 4). No obstante, el factor de seguridad mínimo que tiene la turbina es ahora de 1.1 el que se da para una de las secciones intermedias de la torre a 25 metros de altura. Si bien en teoría la estructura está segura, el margen de seguridad es bastante bajo, lo que supone que de haber alguna imperfección mayor en el proceso de soldadura de esta sección podría ocurrir una falla por pandeo local en la misma.

Comparando los esfuerzos bajo viento extremo con los obtenidos para los cuatro terremotos recopilados en la Tabla 3, se observa que, en términos generales, la condición de viento extremo demanda mayor resistencia de la estructura que la que demanda las cargas sísmicas. Un aspecto interesante que se advierte en el tope de la torre es que, si bien actualmente la sección superior está sobrediseñada, los esfuerzos inducidos por las cargas operacionales normales con cargas de terremotos son mayores (hasta 4 veces mayores) que las obtenidas considerando viento extremo solo. Esto nos lleva a concluir que en regiones de alta actividad sísmica el diseño de la torre, especialmente las secciones superiores de la torre, puede estar controlado por la combinación de las cargas de terremotos con las cargas de viento a condiciones normales y, por lo tanto, amerita se le practique una evaluación sísmica a la turbina como parte de la rutina de diseño de la torre.

CONCLUSIONES

En este artículo se presentó un modelo analítico para estudiar las características dinámicas y evaluar la respuesta sísmica de turbinas de viento para generación de energía. El modelo tiene en cuenta los efectos giroscópicos que se presentan cuando un sistema rotante (el eje y las aspas de la turbina en este caso) es sometido a movimientos de traslación (las tres componentes de la aceleración del sismo). Dado que el desarrollo del modelo es bastante complicado, el énfasis en el trabajo es presentar las características dinámicas y la evaluación de la respuesta sísmica. Debido a que la matriz de masa del sistema tiene términos periódicos, para evaluar las propiedades dinámicas es necesario usar la llamada teoría de Floquet por lo que se presenta una breve descripción de la misma. Para determinar los autovalores y modos de vibración y presentar un ejemplo del cálculo de la respuesta sísmica se escogió una turbina real, la Vestas V82. Para evaluar la integridad estructural ante sismos intensos se seleccionaron cuatro registros representativos de los que podrían ocurrir en el área en que se planea instalar la turbina (el sur de Puerto Rico).

Basado en los resultados obtenidos para la turbina Vestas V82 podemos concluir que esta turbina es estable a su velocidad normal de operación. Luego de la aplicación de la teoría de Floquet se encontró que la mayoría de los modos de vibración de la estructura tienen amortiguamiento significativo, especialmente aquellos que involucran el movimiento frontal del rotor debido a la influencia del amortiguamiento aeroelástico. Sin embargo, en la dirección lateral, la turbina adolece de amortiguamiento aeroelástico y el amortiguamiento estructural es muy pequeño, lo que agrava el problema en caso de que el sistema entre en resonancia, como ocurrió con el registro de Taft.

Todos los registros sísmicos utilizados excitaron especialmente el primer modo de vibración de la torre en ambas direcciones. También, en menor grado se encontró una contribución del segundo modo de vibración de la torre en ambas direcciones, aunque fue más notable en la dirección lateral.

La rotación de las paletas hacia el frente y hacia atrás durante todos los terremotos evaluados resultó ser bastante pequeña imposibilitando el choque entre el extremo de la paleta con la torre. En términos de resistencia ante cargas sísmicas, las paletas demostraron ser la parte estructural más segura del sistema ya que el diseño de éstas está fundamentado en falla por fatiga en vez de por cargas últimas.

La parte más susceptible a las cargas sísmicas es la torre. Si bien, el modelo de la turbina utilizada en este estudio pudo resistir las cargas impuestas por los terremotos seleccionados, existen turbinas con rotores más grandes, pesados y altos que podrían aumentar los esfuerzos en la torre. Por tal razón, se recomienda evaluar la resistencia sísmica de cualquier turbina eólica antes de ser instalada en una zona de alta actividad sísmica. Igualmente se encontró que la combinación de las cargas sísmicas con las cargas de viento promedio en vez de las cargas de viento extremo puede controlar el diseño de las secciones superiores de la torre.

RECONOCIMIENTOS

El presente trabajo de investigación fue patrocinado en parte por la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Bayamón. Agradecemos las contribuciones y comentarios de los profesores Dres. José A. Martínez

Cruzado, Ricardo López, Miguel Pando y Mario Rivera Borrero, miembros del Comité Graduado del primer autor así como del Dr. Carlos U. Pabón Ortiz.

REFERENCIAS

- Bazeos, N., Hatzigeorgiou, G., Hondros, I., Karamaneas, H., Karabalis, D. y Beskos, D. (2002). “Static, seismic and stability analyses of a prototype wind turbine steel tower”, *Engineering Structures*, Vol. 24, No. 8, pp.1015-1025.
- Bhaskar, A. (1999). “Mode shapes during asynchronous motion and non-proportionality indices”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 224, No. 1, pp. 1-16.
- Bossanyi, E. A., (2003). *GH Bladed: Version 3.51 User Manual*, Garrad Hassan and Partners, Bristol, UK.
- Burton, T., Sharpe, D., Jenkins, N. y Bossanyi, E. (2001). *Wind Energy Handbook*, John Wiley & Sons, LTD, UK.
- Department of Energy –DOE (2008). *20% Wind Energy by 2030: Increasing Wind Energy’s Contribution to U.S. Electrical Supply*, Report DOE/GO-102008-2567, Washington, DC.
- DIA-F Wind Mar (2007). *Parque de Energía Eólica WindMar Renewable Energy*, Declaración de Impacto Ambiental-Final, Junta de Calidad Ambiental, Gobierno de Puerto Rico, San Juan, Puerto Rico.
- Díaz, O. (2010). “Seismic Analysis of Horizontal Axis Wind Turbines”, Tesis Doctoral, Departamento de Ingeniería Civil y Agrimensura, Universidad de Puerto Rico, Mayagüez, Puerto Rico.
- European Convention for Constructional Steelwork –ECCS (1988). *European Recommendations for Steel Construction: Buckling of Shells*, 3rd edition, ECCS, Brussels, Belgium.
- Gasch, R. y Tvele, J. (2004). *Wind Power Plants, Fundamentals, Design, Construction, and Operation*, James & James, London, UK.
- Germanischer Lloyd – GL (2003). *Guidelines for the Certification of Wind Turbines*, Hamburg, Germany.
- Housner, G. W. (1980). *Report on Earthquake Requirements for the Building Code of Puerto Rico*, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- International Conference of Building Officials –UBC (1997). *Uniform Building Code*, Vol. 2, Structural Design Provisions, Whittier, California.
- International Electrotechnical Commission –IEC (2005). *IEC 61400-1: Wind Turbines – Part 1: Design Requirements*, Geneva, Switzerland.
- Jordan, D. W. y Smith, P. (1987). *Nonlinear Ordinary Differential Equations*, 2nd edition, Oxford University Press, New York.
- Lavassas, I., Nikolaidis, G., Zervas, P., Efthimiou, E., Doudoumis, I. y Baniotopoulos, C. (2003). “Analysis and design of the prototype of a steel 1-MW wind turbine tower”, *Engineering Structures*, Vol. 25, No. 8, pp.1097-1106.
- Martínez, J. A., Irizarry, J., y Portela, G. (2001). “Espectro de diseño para las ciudades principales de Puerto Rico basado en registros de aceleración mundiales”, *Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil*, Vol. 1, No. 1, pp. 21-31.
- Meirovitch, L. (1988). *Methods of Analytical Dynamics*, Reissued Series, McGraw-Hill, New York.
- Prowell, I. y Veers, P. (2009). *Assessment of Wind Turbine Seismic Risk: Existing Literature and Simple Study of Tower Moment Demand*, Sandia National Laboratories, Report No. SAND2009-1100, Albuquerque, New Mexico.
- Prowell, I., Veletzos, M. y Elgamal, A. (2008). “Shake table test of a 65kW wind turbine and computational simulation”, *14th World Conference on Earthquake Engineering*, CD-ROM, Beijing, China.
- Risø (2001). *Guidelines for Design of Wind Turbines*, Wind Energy Department of Risø National Laboratory and Det Norske Veritas, Copenhagen, Denmark.

- Vestas Wind Systems A/S (2004). *General Specification V82-1.65 MW MK II, NM82/1650 Version 2*, Technical Sales Document TDS 4000258-01 EN, Randers, Denmark.
- Witcher, D. (2005). "Seismic analysis of wind turbines in the time domain", *Wind Energy*, Vol. 8, No. 1, pp. 81-91.
- World Wind Energy Association –WWEA (2010). *World Wind Energy Report 2009*, Bonn, Germany.
- Zhao, X., Maisser, P. y Wu, J. (2006). "A new multibody modelling methodology for wind turbine structures using a cardanic joint beam element", *Renewable Energy*, Vol. 32, No. 1, pp. 532-546.
- Zhao, X. y Maisser, P. (2006). "Seismic response analysis of wind turbine towers including soil-structure interaction", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Vol. 220, No. 1, pp. 53-61.

